

УДК 551.463.21

ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД ОЦЕНКИ ДИСПЕРСИИ НОРМАЛЬНЫХ ВОЛН В ГЛУБОКОМ ОКЕАНЕ

© 1997 г. А. В. Микрюков, О. Е. Попов

Акустический институт им. Н.Н. Андреева

117036 Москва, ул. Шверника, 4

Поступила в редакцию 18.12.95 г.

Предложен не требующий вычислений графический метод оценки дисперсии нормальных волн начальных номеров в глубоком океане, для реализации которого необходимо знание лишь формы профиля скорости звука вдоль трассы распространения. Точность метода определяется величинами вертикальных градиентов скорости звука в окрестности оси звукового канала.

Явление дисперсии нормальных волн в океане, обусловленное зависимостью фазовых и групповых скоростей нормальных волн от частоты в результате наличия границ, есть характерное свойство любого волновода, хотя его проявления и меняются от океана к океану. В мелком море, где толщина водного слоя невелика и звуковые волны при своем распространении вдоль него непрерывно взаимодействуют с его границами, это явление хорошо известно и изучено.

В глубоком океане, где естественные границы водного слоя могут быть разнесены на несколько километров, дисперсия, вызванная взаимодействием звуковых волн с этими границами, проявляется лишь на сверхнизких (меньших 5 Гц) частотах. По этой причине в литературе, связанной с проблемами распространения звука в глубоком океане, вопрос о дисперсии звука долгое время не поднимался. Однако, работы, начатые в 60–70-е годы в ряде окраинных районов Мирового океана, выявили ярко выраженные зависимости характеристик как низких [1], так и высоких [2] номеров нормальных волн от частоты в диапазоне ниже 100 Гц. Было показано, что наличие в данных районах значительных вертикальных градиентов скорости звука в окрестности оси канала, которая даже в летний период не заглубляется ниже 100–200 м, порождает своего рода псевдограницы для слоя распространения звука, обуславливающие дисперсию, существенным образом влияющую на характеристики регистрируемых низкочастотных сигналов.

Результаты экспериментальных работ и соответствующие расчеты показали, что в мелком море и в глубоком океане имеет место принципиальное различие в характере изменения групповых скоростей нормальных волн в зависимости от частоты. Если фазовая скорость нормальных волн уменьшается с ростом частоты и в том, и в другом случаях, то их групповые скорости с рос-

том частоты уменьшаются лишь в глубоком океане, в то время как в мелком море они возрастают.

Таким образом, эффект дисперсии в этих двух волноводах имеет как бы зеркально противоположное проявление: в противоположность мелкому морю, в глубоком океане самой низкоскоростной оказывается первая нормальная волна, а первыми в точку наблюдения прибывают низкие частоты каждой из индивидуальных нормальных волн.

Различие тем не менее легко объясняется из аналогии со временем распространения звуковых волн вдоль луча в том и в другом случаях. В глубоком океане чем круче угол выхода чисто водного луча из источника (низкие частоты либо высокие номера нормальных волн при фиксированной частоте), тем в более глубоководных слоях воды он рефрагирует. Звуковые волны, проходя значительный участок пути в областях с большей скоростью звука, прибывают в результате в точку приема раньше, чем звуковые волны, двигающиеся вдоль луча, вышедшего из источника под менее крутым углом (соответственно, более высокие частоты либо низкие номера нормальных волн). В мелком же море, чем круче угол выхода луча, тем меньше, в результате отражений от границ водного слоя, длина его цикла и тем большее время потребует соответствующим звуковым волнам для прохождения заданного горизонтального расстояния.

Эффект дисперсии, влияющий на характеристики широкополосных сигналов, является не только физическим явлением, которое необходимо учитывать при низкочастотном распространении звука в океане, но в ряде случаев может служить полезным аппаратом при решении некоторых задач прикладной гидроакустики. Знание зависимости групповых скоростей нормальных волн от частоты позволяет уточнить ожидаемую длительность принимаемого сигнала, необходи-

мую для его корректной обработки, оценить в ряде случаев расстояние до источника [3] и, наконец, может быть использовано в ныне развивающейся модовой томографии океана [4]. Дело в том, что в некоторых случаях наблюдается прямая связь между глубинами возмущения скорости звука и соответствующими данным глубинам частотами, на которых происходят изменения групповых скоростей нормальных волн того же самого порядка. Таким образом, точно так же как время распространения звуковой волны вдоль луча может быть использовано для решения задач океанской томографии, так и проявления дисперсии могут анализироваться с целью получения информации об изменениях поля скорости звука в океане.

Подобные исследования неминуемо повлекут за собой большой объем вычислений, связанных с расчетом зависимости групповых скоростей нормальных волн от частоты $U_m(\omega)$ при тех или иных трансформациях профиля скорости звука $c(z)$ в океане. В этой связи хотелось бы иметь в руках инструмент, позволяющий более быстро, а главное – физически наглядно проследивать подобные изменения, используя в дальнейшем полученные результаты в качестве исходных для окончательных расчетов.

Тот факт, что нарушение в профиле $c(z)$ на определенных глубинах вызывает изменение в характере поведения кривой $U_m(\omega)$ в диапазоне соответствующих этим глубинам частот, наводит на мысль о возможности получения предварительных оценок зависимостей $U_m(\omega)$, исходя непосредственно из формы профиля $c(z)$, избегая на этом этапе каких-либо вычислений, т.е. чисто графическим методом.

Чтобы воспользоваться результатами расчетов в ВКБ-приближении для ряда характеристик звуковых полей, будем в дальнейшем использовать n^2 -билинейную аппроксимацию профиля $c(z)$:

$$c^2(z) = c_0^2(1 - gz)^{-1} \quad (\text{профиль 1})$$

для зимнего периода и

$$c^2(z) = \begin{cases} (1/c_0^2 - p_1 z)^{-1} & z > 0 \\ (1/c_0^2 + p_2 z)^{-1} & z < 0 \end{cases} \quad (\text{профиль 2})$$

для летнего периода. Ось звукового канала находится при $z = 0$.

Выражение для групповой скорости нормальной волны в случае n^2 -билинейного профиля $c(z)$ имеет вид [3]:

$$U^{-1} = (\cos \theta / c_0) + 2Q(z_B, z_H) / \omega H(\theta), \quad (1)$$

где $Q(z_B, z_H)$ – характеристическое уравнение для нормальной волны в ВКБ-приближении, задаваемое в виде:

$$Q(z_B, z_H) = (\omega / c_0) \int_{z_H}^{z_B} [n^2(z) - \cos^2 \theta]^{1/2} dz. \quad (2)$$

$Q(z_B, z_H) = (m + 3/4)\pi$ при взаимодействии звуковых волн с поверхностью океана и $(m + 1/2)\pi$ при рефракции волн выше и ниже оси канала. $m = 0, 1, 2, \dots$ – номер нормальной волны, z_H и z_B – нижняя и верхняя точки заворота эквивалентного нормальной волне луча, $n^2(z) = c_0^2 / c^2(z)$, θ – угол скольжения эквивалентного луча при его пересечении оси канала ($z = 0$) и $H(\theta)$ – длина цикла луча при заданном угле скольжения θ :

$$H(\theta) = 2 \int_{z_H}^{z_B} (\cos \theta / [n^2(z) - \cos^2 \theta]^{1/2}) dz = \begin{cases} 2 \sin 2\theta / g, & (\text{профиль 1}) \\ 2 \sin 2\theta (p_1 + p_2) / p_1 p_2 c_0^2, & (\text{профиль 2}) \end{cases} \quad (3)$$

Из ур. (2) может быть найдено соотношение номер нормальной волны – частота для фиксированного угла θ :

$$\omega = (m + 3/4)\pi(3/2)g c_0 / \sin^3 \theta \quad (4a)$$

при распространении звука с отражением от поверхности (профиль 1) и

$$\omega = (m + 1/2)\pi(3/2)c_0^3 p_1 p_2 / (p_1 + p_2) \sin^3 \theta \quad (4b)$$

при рефракции звуковых волн выше и ниже оси канала (профиль 2).

Подставляя теперь выражения (2–4) в ур. (1), получаем для групповой скорости независимо от вида профиля $c(z)$ одно и то же выражение:

$$U_m(\omega) = 3c_0 \cos \theta / (2 \cos^2 \theta + 1), \quad (5)$$

т.е. групповые скорости нормальных волн являются строго определенными функциями угла скольжения θ и при фиксированном θ справедливо соотношение:

$$U_0(\omega_0)|_{\theta_{\text{фикс}}} = U_1(\omega_1) = U_2(\omega_2) = \dots \quad (6)$$

В свою очередь, угол скольжения θ является, согласно ур. (4), функцией частоты ω и номера нормальной волны m . Заменяя ω на $2\pi c_0 / \lambda$, где λ – длина волны, и продолжая рассмотрение лишь

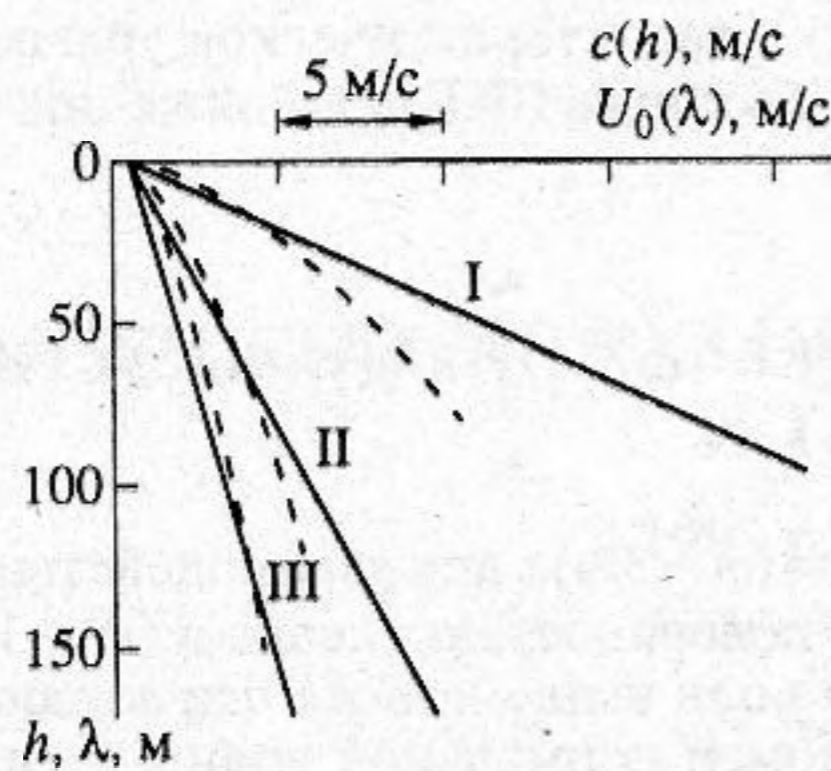


Рис. 1. Графики кривых $U_0(\lambda)$ и $c(h)$ для трех районов Мирового океана. — $c(h)$, - - - - $U_0(\lambda)$, I — Черное море, $p = 1.35 \times 10^{-10} \text{ с}^2/\text{м}^3$, II — северо-западная часть Тихого океана, $p = 3.55 \times 10^{-11} \text{ с}^2/\text{м}^3$, III — Средиземное море, $p = 1.90 \times 10^{-11} \text{ с}^2/\text{м}^3$.

для первой нормальной волны ($m = 0$), из ур. (4) имеем:

$$\sin \theta = \begin{cases} [(9/16)g\lambda]^{1/3}, & (\text{профиль 1}) \\ [(3/8)c_0^2 p_1 p_2 \lambda / (p_1 + p_2)]^{1/3}, & (\text{профиль 2}) \end{cases} \quad (7)$$

Подставляя эти выражения в ур. (5), получаем для групповой скорости первой нормальной волны следующие соотношения:

$$U_0(\lambda) = c_0 \{ 1 - 1.5 [(3/32)(g\lambda)^2]^{1/3} \}^{1/2} / \{ 1 - [(3/32)(g\lambda)^2]^{1/3} \}, \quad (\text{профиль 1})$$

$$U_0(\lambda) = c_0 \{ 1 - 0.25 [3c_0^2 p \lambda]^{2/3} \}^{1/2} / \{ 1 - 0.166 [3c_0^2 p \lambda]^{2/3} \}, \quad (\text{профиль 2}) \quad (8)$$

где

$$(p)^{-1} = (p_1)^{-1} + (p_2)^{-1} \quad (9)$$

и характеризует величину скорости звука в зависимости от толщины звукового канала h . В случае зимнего профиля с осью канала на поверхности океана (профиль 1) $h = z$, а в летних условиях $h = z_1 + z_2$, где z_1 и z_2 — вертикальные отклонения от оси канала ($z = 0$), при которых $c(z_1) = c(z_2)$. Записав теперь зависимость $c(h)$ для исходных профилей $c(z)$ (несколько видоизменив для удобства сопоставления форму записи)

$$c(h) = c_0 [1 - (gh)]^{1/2} / [1 - (gh)], \quad (\text{профиль 1})$$

$$c(h) = c_0 [1 - (c_0^2 p h)]^{1/2} / [1 - (c_0^2 p h)], \quad (10)$$

(профиль 2)

видим, что несмотря на несколько различный характер кривых $U_0(\lambda)$ и $c(h)$, некоторая аналогия в их соотношениях явно просматривается. Кроме того, численный анализ ур. (8) и (10) показывает, что значение групповой скорости первой нормальной волны на соответствующей частоте будет близко к величине скорости звука при толщине звукового канала h , равной длине волны звука λ на данной частоте: $U_0(\lambda) \approx c(h)$.

Графики функций $U_0(\lambda)$ и $c(h)$ представлены на рис. 1. Сопоставление производится для летних условий в трех районах Мирового океана: Черном море ($p = 1.35 \times 10^{-10} \text{ с}^2/\text{м}^3$, что соответствует относительному градиенту скорости звука $a = 1.47 \times 10^{-4} \text{ м}^{-1}$), северо-западной части Тихого океана ($p = [2.40-5.90] \times 10^{-11} \text{ с}^2/\text{м}^3$, $a = [3.9-6.5] \times 10^{-5} \text{ м}^{-1}$) и Средиземном море ($p = 1.90 \times 10^{-11} \text{ с}^2/\text{м}^3$, $a = 2.12 \times 10^{-5} \text{ м}^{-1}$). Из представленных результатов следует, что совпадение значений $U_0(\lambda)$ и $c(h)$ последовательно улучшается по мере уменьшения величины p (т.е. при все более широком раскрытии подводного звукового канала). Таким образом, в районах с резко выраженным звуковым каналом, как, например, в Черном море, соответствие значений $U_0(\lambda)$ и $c(h)$ при $h = \lambda$ будет иметь место лишь в области высоких частот. По мере уменьшения величины p расхождения в значениях двух функций уменьшаются и для типичных профилей $c(z)$ северо-западной части Тихого океана их совпадение оказывается достаточно удовлетворительным для диапазона частот, где дисперсия звука может быть реально зафиксирована (15–100 Гц).

Таким образом, для районов с профилями $c(z)$, имеющими $p < 5 \times 10^{-11} \text{ с}^2/\text{м}^3$, расхождение кривых $U_0(\lambda)$ и $c(h)$ становится минимальным в интересующем нас диапазоне частот и для оценки дисперсии в этом случае достаточно просто найти значение скорости звука при толщине звукового канала, равной длине волны искомой частоты звука. Это значение скорости звука в пределах допустимой ошибки и будет соответствовать значению групповой скорости первой нормальной волны на данной частоте.

Реализация предложенного графического метода оценки дисперсии в глубоком океане иллюстрируется на рис. 2. В нижней части рисунка представлены участки трех реальных профилей $c(z)$ в окрестности оси канала для северо-западной части Тихого океана в летний период. Измеряя толщину канала при различных значениях $c(z)$, как это показано на рисунке для профиля $c(z)$, изображенного сплошной кривой, и принимая эту толщину за длину волны (и пересчитывая ее в частоту $f = c_0/\lambda$), а скорость звука при данной толщине канала считая за групповую скорость первой нормальной волны на данной частоте, в верхней части рисунка получаем иско-

мую зависимость $U_0(f)$. Точками на рисунке представлены значения $U_0(f)$, рассчитанные для данного профиля $c(z)$ с использованием волновой теории. Изменение вертикального градиента скорости звука выше или ниже оси канала (штриховая кривая) повлечет за собой изменение наклона кривой $U_0(f)$ в диапазоне частот, соответствующем участку профиля $c(z)$, где произошла трансформация толщины звукового канала.

Для надежного прогнозирования вариаций поля скорости звука на основе анализа изменения характера кривой $U_0(f)$ в этом случае необходимо априорное знание о возможности трансформации профиля $c(z)$ выше или ниже оси канала. Кружками на рисунке вновь представлены результаты расчета значений $U_0(f)$ с использованием волновой теории для изменившего свою форму профиля $c(z)$. Изменение минимального значения скорости звука на оси канала (пунктирная кривая) приведет к смещению дисперсионной кривой в область нового значения c_0 и увеличению ее наклона в результате возрастания величины p .

Для ряда практических приложений часто требуются зависимости от частоты групповых скоростей и более высоких номеров нормальных волн. В этом случае знание дисперсионной кривой $U_0(f)$, полученной описанным выше способом, позволяет получить эти зависимости, пользуясь для этой цели так называемым параметром пересчета [5]. Дело в том, что групповые скорости нормальных волн не независимы, а, как следует из ур. (2) и (6), связаны друг с другом законом, согласно которому частоты двух различных нормальных волн, распространяющихся с одной и той же групповой скоростью, соотносятся между собой посредством параметра пересчета α_{mn} :

$$\omega_m / \omega_n |_{U_{\text{фикс}}} = \alpha_{mn} = \begin{cases} (m + 3/4)\pi / (n + 3/4)\pi, & (\text{профиль 1}) \\ (m + 1/2)\pi / (n + 1/2)\pi, & (\text{профиль 2}) \end{cases} \quad (11)$$

При этом α_{mn} является константой для любых двух чисто водных нормальных волн. Таким образом, зная, например, значение групповой скорости первой нормальной волны при $f = 15$ Гц, из ур. (11) получаем, что в случае зимнего периода (профиль 1) с аналогичной групповой скоростью будут распространяться вторая нормальная волна на частоте 35 Гц, третья – на частоте 55 Гц и т.д. В летних условиях (профиль 2), при рефракции звуковых волн выше и ниже оси канала, можно записать следующее соотношение:

$$U_0(15 \text{ Гц}) = U_1(45 \text{ Гц}) = U_2(75 \text{ Гц}) = \dots$$

На рис. 3 приведены зависимости $U_m(f)$ первых трех нормальных волн для условий подводного звукового канала в северо-западной части Тихого

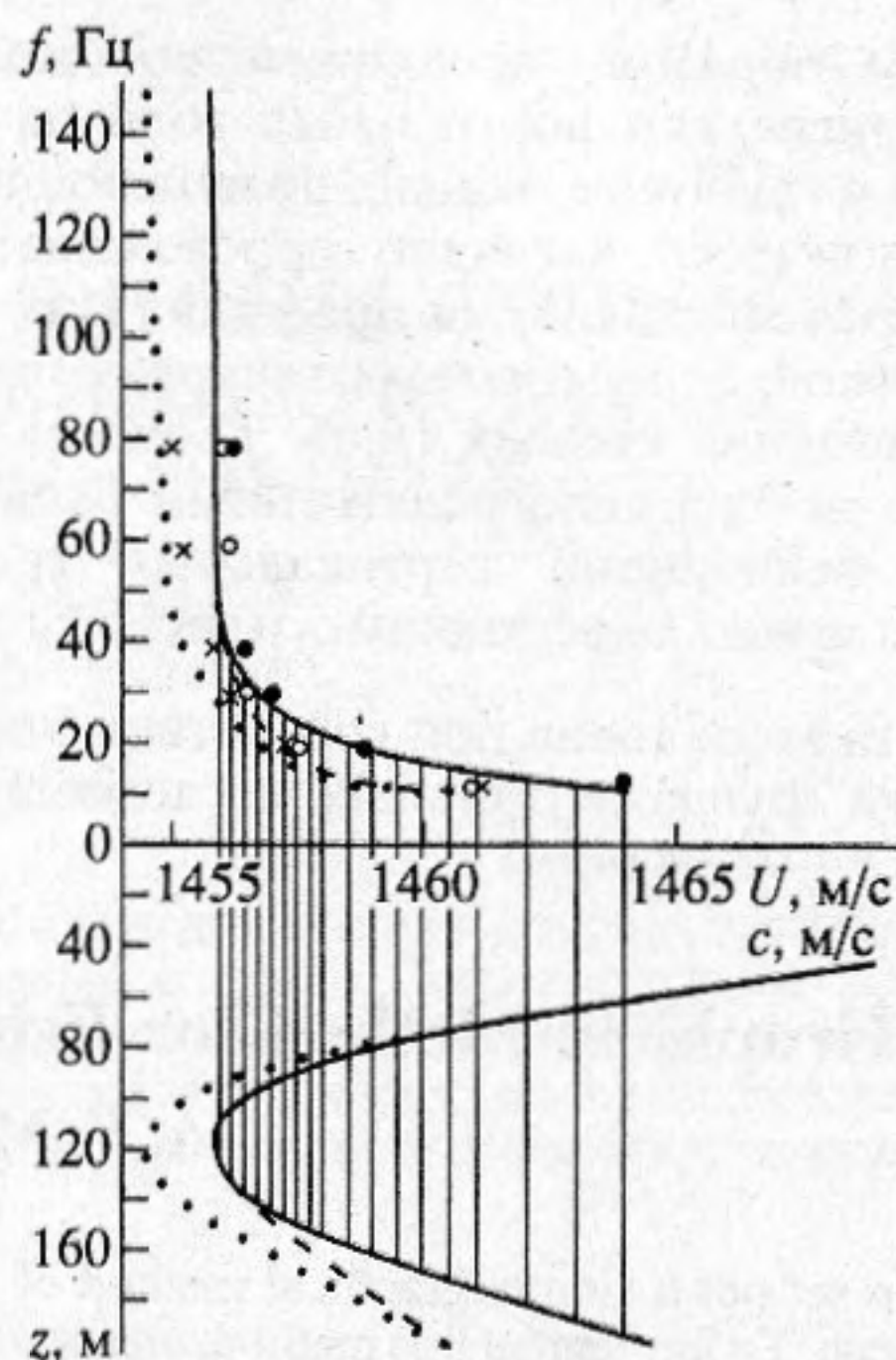


Рис. 2. Результаты реализации предложенного метода оценки $U_0(f)$ для трех профилей $c(z)$ в северо-западной части Тихого океана. — — — $p = 4.48 \times 10^{-11} \text{ c}^2/\text{м}^3$, - - - $p = 2.88 \times 10^{-11} \text{ c}^2/\text{м}^3$, $p = 3.54 \times 10^{-11} \text{ c}^2/\text{м}^3$, ●, ○ и × – результаты расчета $U_0(f)$ по волновой теории для соответствующего профиля $c(z)$.

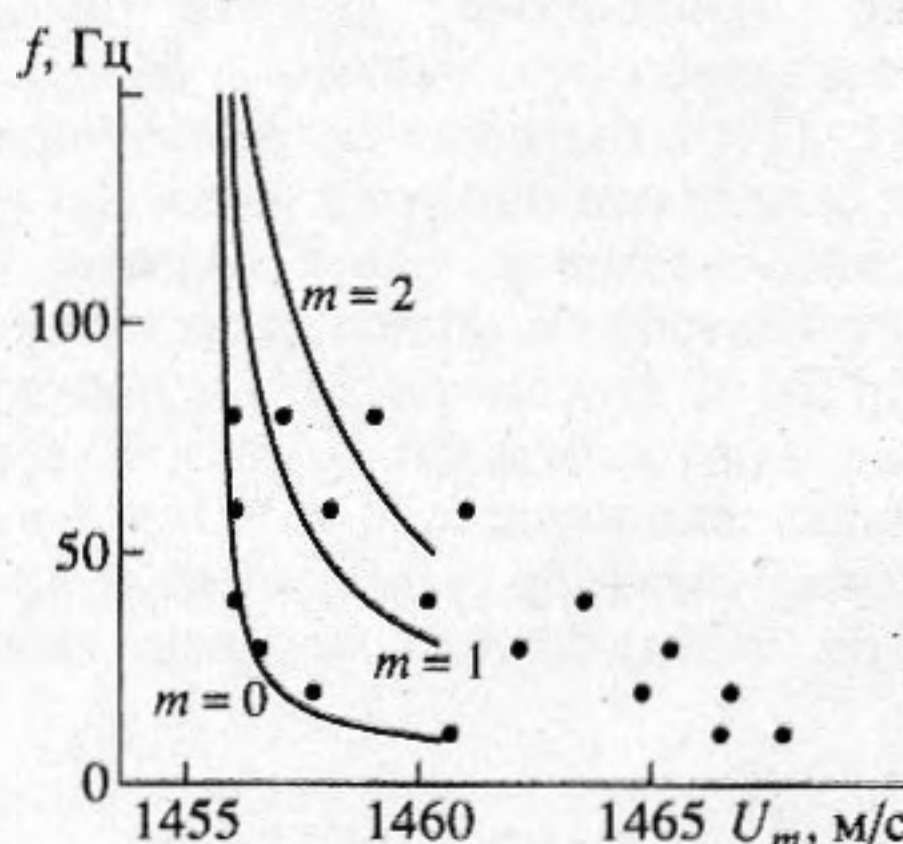


Рис. 3. Зависимости $U_m(f)$ для первых трех нормальных волн, полученные предложенным методом. Точки – результаты расчета по волновой теории, $p = 2.88 \times 10^{-11} \text{ c}^2/\text{м}^3$.

океана. Сплошные кривые на рисунке – результаты реализации предложенного выше метода оценки $U_m(f)$, точки – расчет с использованием волновой теории. Видно, что погрешность оценки $U_m(f)$ возрастает с ростом номера нормальной волны, приводя к несколько заниженным значениям групповых скоростей, хотя для чисто качественных оценок полученные результаты остаются вполне приемлемыми.

Таким образом, предложен простой метод оценки дисперсии нормальных волн начальных номеров в глубоком океане, позволяющий быстро и физически наглядно проследить связь между трансформациями профиля скорости звука и обусловленными этим изменениями в характере поведения кривых $U_m(f)$. Точность предложенного метода непосредственным образом связана с величинами вертикальных градиентов скорости звука в окрестности оси звукового канала.

Работа выполнена при содействии Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 94-02-04149).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kutschale H.* Long-range sound transmission in the Arctic ocean // *J. Geophys. Res.* 1961. V. 66. P. 2189–2198.
2. *Porter R.P.* Dispersion of axial SOFAR propagation in the western Mediterranean // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1973. V. 53. P. 181–191.
3. *Yang T.C.* Dispersion and ranging of transient signals in the Arctic ocean // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1984. V. 76. P. 262–273.
4. *Shang E.C.* Ocean acoustic tomography based on adiabatic mode theory // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1989. V. 85. P. 1531–1537.
5. *Yang T.C.* Normal mode scaling and phase change at the boundary // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1983. V. 74. P. 232–240.

A Graphical Method for Estimating Mode Dispersion in the Deep Ocean

A. V. Mikryukov and O. E. Popov

We set out a simple graphical method of estimating the dispersion of modes of lower numbers in the deep ocean. To implement this method, one needs only information on the sound speed profile along the propagation path. The accuracy of the method is determined by the vertical gradients of the sound speed near the axis of the sound channel.