

УДК 534.8

ПРЕЦИЗИОННЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ СКОРОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УПРУГИХ ВОЛН В ЖИДКОСТИ И ЕЕ ДИСПЕРСИИ В УЛЬТРАЗВУКОВОМ РЕЗОНАТОРЕ С ПЛОСКИМИ ПЬЕЗОПЛАСТИНАМИ

© 1997 г. В. С. Кононенко

Самарский государственный технический университет
443010 Самара, ул. Галактионовская, 141

Поступила в редакцию 12.03.96 г.

Для измерений скорости ультразвука в жидкости с помощью резонатора с круглыми плоскими пьезопластинами, расстояние между которыми постоянно, используют резонансные условия, полученные в работах [1, 2] для одномерного интерферометра, в котором явление дифракции не рассматривается. В работах [6, 7] было показано, что в низкочастотном диапазоне наблюдаемые экспериментально паразитные потери энергии в резонаторе в основном являются дифракционными и хорошо количественно описываются теорией открытых резонаторов (в том числе для работ [1, 2]), если боковые стенки в резонаторах отсутствуют или сильно поглощают ультразвук. Прямая связь дифракционного затухания с дифракционным завышением скорости указывает на то, что дифракционное завышение скорости ультразвука можно так же точно учесть теоретически и оно должно оказывать сильное влияние на резонансные условия. Многочисленные попытки различных авторов получить точные значения скорости ультразвука без учета дифракции в широком диапазоне частот не приводили к успеху [1–5]. В данной работе были получены новые более точные резонансные условия, учитывающие дифракционные явления не только в жидкостях, но и в пьезопластинах, что является существенным моментом работы. Как показала экспериментальная проверка, при прецизионных измерениях в этих резонансных условиях необходимо учитывать даже малую разницу в толщине пьезопластин. Влияние пьезоэффекта на резонансные условия не рассматривалось, т.к. полагалось, что это влияние мало и одинаково для эталонных и исследуемых жидкостей.

Рассмотрим ультразвуковой резонатор с круглыми пьезопластинами, плоские поверхности которых совпадают с плоскостями: для возбуждаемой пьезопластины $z = -L$ и $z = -L - b_3$, для приемной пьезопластины $z = L$ и $z = L + b_1$, где b_1 и b_3 – толщина пьезопластин, $2L$ – расстояние между ними. Пространство между пьезопластинами за-

полнено жидкостью. Решение волнового уравнения ищем в виде

$$\psi_i = A_i \exp[-i\phi_i(z)] + B_i \exp[i\phi_i(z)], \quad (1)$$

где ψ_i – потенциал скорости для слоя с индексом i , принимающим значение: 1 при $L \leq z \leq L + b_1$, 2 при $-L \leq z \leq L$, 3 при $-L - b_3 \leq z \leq -L$, A_i и B_i – амплитуды волн, распространяющихся в положительном и отрицательном направлении оси z , соответственно, $\phi_i(z)$ – фазы этих волн. Граничные условия для резонатора запишем в виде:

$$\begin{cases} \psi_1 = 0 & \text{при } z = L + b_1, \\ \rho_1 \psi_1 = \rho_2 \psi_2, \quad \partial \psi_1 / \partial z = \partial \psi_2 / \partial z & \text{при } z = L, \\ \rho_2 \psi_2 = \rho_1 \psi_3, \quad \partial \psi_2 / \partial z = \partial \psi_3 / \partial z & \text{при } z = -L, \\ \psi_3 = 0 & \text{при } z = -L - b_3, \end{cases} \quad (2)$$

где ρ_1 и ρ_2 – плотности пьезопластин и жидкости, соответственно. Подставляя выражения для ψ_i из формулы (1) в равенства (2), получим систему шести линейных однородных уравнений относительно неизвестных $A_1, A_2, A_3; B_1, B_2, B_3$. Приравняв детерминант системы нулю, найдем обобщенное резонансное условие для резонатора с плоскими пьезопластинами различной толщины:

$$\operatorname{tg} \Delta \phi_2 = \frac{\gamma_{21} \operatorname{ctg} \Delta \phi_1 + \gamma_{23} \operatorname{ctg} \Delta \phi_3}{1 - \gamma_{21} \gamma_{23} \operatorname{ctg} \Delta \phi_1 \operatorname{ctg} \Delta \phi_3}, \quad (3)$$

где $\Delta \phi_1 = \phi_{11} - \phi_{12}$, $\Delta \phi_2 = \phi_{21} - \phi_{23}$, $\Delta \phi_3 = \phi_{32} - \phi_{33}$; ϕ_{11} , ϕ_{12} , ϕ_{32} , ϕ_{33} – фазы бегущей волны для пьезопластин в точках $z = L + b_1$, $z = L$, $z = -L$, $z = -L - b_3$, соответственно; ϕ_{21} и ϕ_{23} – фазы бегущей волны для жидкости в точках $z = L$ и $z = -L$; $\gamma_{21} = (\rho_2 \partial \phi_1 / \partial z) / (\rho_1 \partial \phi_2 / \partial z)$ при $z = L$, $\gamma_{23} = (\rho_2 \partial \phi_3 / \partial z) / (\rho_1 \partial \phi_2 / \partial z)$ при $z = -L$. При $\Delta \phi_1 = \Delta \phi_3$ и $\gamma_{21} = \gamma_{23}$ выражение (3) совпадает с формулой, дающей обобщенное резонансное условие для симметричного резонатора с одина-

ковыми пьезопластинами, из которого, в свою очередь, при использовании равенства $\phi_i(z) = k_i z$ могут быть получены резонансные условия, данные в работах [1, 2].

Нетрудно показать, что выражение (3) можно записать в виде

$$\Delta\phi_2 = \delta_1 + \delta_3 + \pi n, \quad (4)$$

где $\delta_j = \text{arctg}(\gamma_{2j} \text{ctg} \Delta\phi_j)$, $j = 1, 3$; n – округленное до целого число полувольт в жидкости (номер резонансного пика).

Согласно работе [8], с учетом дифракции фазы бегущих волн, образующих основные резонансные пики в резонаторе,

$$\phi_i(z) = k_i z - 2\pi p_i z / b_i, \quad (5)$$

где k_i и b_i – волновое число и толщина i -го слоя вещества, $p_i = (v_{01}^2 / \pi) M_i (M_i + 2\beta) / [M_i + \beta]^2 + \beta^2$, $M_i = 2a(k_i/b_i)^{0.5}$, a – радиус пьезопластин, $\beta = 0.824$, $v_{01} = 2.405$. Используя выражение $\phi_i(z)$ из формулы (5), найдем γ_{21} и γ_{23} : $\gamma_{2j} = \gamma(1 - 2\pi p_1/k_1 b_j) / (1 - \pi p_2/k_2 L)$ для $j = 1$ или 3 , где $\gamma = \rho_2 k_1 / \rho_1 k_2$. Выражая величину $\Delta\psi_2$ с помощью равенства (5) и подставляя ее в формулу (4), получим с учетом выражения $2k_2 L = \pi f / f_L$:

$$f = f_L (n + 2p_2 + \delta_1/\pi + \delta_3/\pi), \quad (6)$$

где f_L – низшая частота толщинного резонанса для слоя жидкости толщиной $2L$. Если положить $p_j = 0$ и $\delta_1 = \delta_3$, то формула (6) совпадает с аналогичной формулой, полученной из резонансных условий для одномерного интерферометра [1, 2]. Параметры δ_1 и δ_3 с помощью формулы (5) представим в виде $\delta_j = \text{arctg}[\gamma_{2j} \text{ctg}(k_1 b_j - \pi p_j)]$, где $j = 1, 3$, $k_1 b_j = \pi f / f_{Qj}$, f_{Qj} – низшая частота толщинного резонанса для продольных волн в пьезопластине бесконечно большого радиуса и толщиной b_j . В формуле (6) правая часть слабо зависит от частоты, поэтому расчет величины f проводился итерационным способом: вначале в правой части полагали $f = f_L n$, а затем подставляли вновь вычисляемые значения f .

Обычно в резонаторах измеряются основные резонансные частоты f_n , где n – индекс, указывающий номер пика. Величина n определяется экспериментально по формуле

$$n \approx f_n / (f_n - f_{n-1}), \quad (7)$$

где n округляется до целого. Причем формула (7) точна лишь в довольно узкой области значений вблизи $f_n \approx (d - 0.5)f_{Qj}$ ($d = 1, 2, 3 \dots$), а остальные значения индекса n находят экспериментально, определяя последовательно через приблизительно одинаковые интервалы частот значения f_n и присваивая им соответствующие индексы n (используется интерполяционная формула $f_n - f_{n-1} \approx f_{n+1} - f_n$).

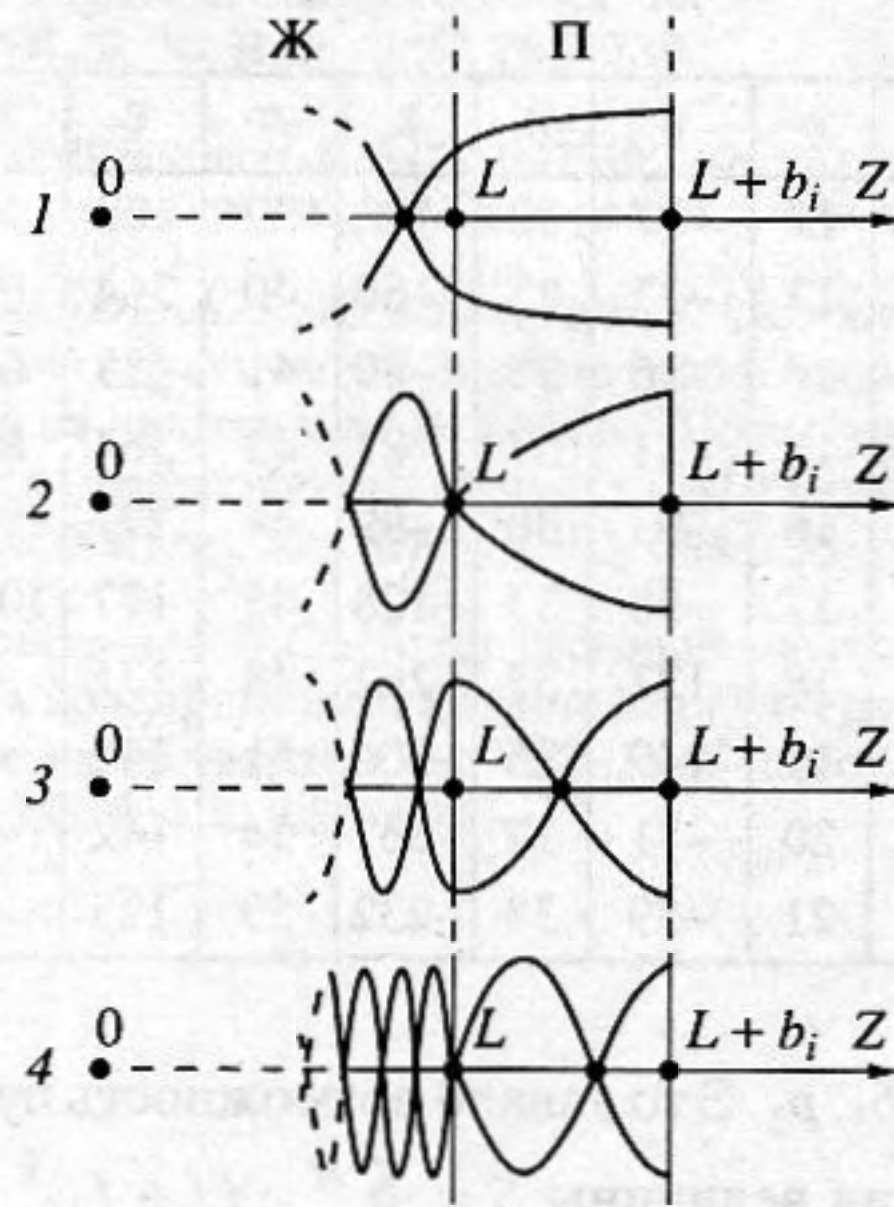


Рис. 1. Изображение двух максимальных (противофазных) значений колебательной скорости (ось ординат) для стоячих волн в системе жидкость–пьезопластина (масштабы условные) в зависимости от координаты z : 1) $f_n < 0.25f_{Q1}$; 2) $f_n = 0.5f_{Q1}$; 3) $f_n = f_{Q1}$; 4) $f_n = 1.5f_{Q1}$; Ж – область жидкости; П – область пьезопластин.

Если последовательно найти экспериментально весь спектр основных резонансных частот f_n , начиная от f_1 до самых высоких, и присвоить им по порядку целые индексы N , то только в пределах от 0 до f_{Qj} будем иметь $N = n$, где $J = 1, 3$. В области частот $f_{Qj} < f_n < 2f_{Qj}$ имеем $N = n + 2$, а при $df_{Qj} < f_n < (d + 1)f_{Qj}$ $N = n + 2d$ ($d = 1, 2, 3 \dots$). Это связано с тем, что для одномерного интерферометра при увеличении частоты резонансов в пределах от f_1 до $0.5f_{Qj}$ ближайший к границе раздела жидкость–пьезопластина узел колебательной скорости в жидкости будет перемещаться к границе раздела (см. рис. 1); при $f_n = 0.5f_{Qj}$ он находится на ее границе; при дальнейшем увеличении f_n узел смещается в пьезопластину и при $f_n = f_{Qj}$ находится на ее середине; при $f_n = 1.5f_{Qj}$ новый узел возникает на границе раздела. Видим, что при переходе от резонансных пиков $f_n \approx 0.5f_{Qj}$ к пикам $f_n \approx 1.5f_{Qj}$ две полуволны из жидкости переходят в пьезопластину, поэтому отсчитывая по порядку экспериментальные пики, мы насчитаем насчитаем на два пика больше, чем это следовало бы по формуле (7). Полное же число длин полувольт в системе жидкость–пьезопластины при возрастании f_n таких скачков не имеет. Этот эффект необходимо учитывать при обработке экспериментальных данных на ЭВМ программными средствами.

Теоретически полученная формула (6) позволяла рассчитать спектр частот резонатора для нерелаксирующих жидкостей при известных значениях

Таблица

n	ϵ	n	ϵ	n	ϵ	n	ϵ	n	ϵ
2	-271	12	-77	22	-122	39	183	60	120
3	80	13	-77	23	-80	40	364	65	126
4	119	14	-76	25	-80	41	488	68	76
5	54	15	-81	27	-81	42	364	87	160
6	12	16	-93	30	-99	44	277	98	98
7	-39	17	-98	33	-128	45	177	104	153
8	-58	18	-127	35	-262	48	171	-	-
9	-65	19	-149	36	-306	51	156	-	-
10	-72	20	-71	37	-537	54	142	-	-
11	-73	21	-59	38	-232	59	123	-	-

$f_L, n, \delta_1, \delta_3, p_2$. Это давало возможность путем минимизации величины $S = \sum_{n=m}^M (f - f_n)^2$ с помощью ЭВМ уточнить расчетным путем все параметры резонатора, входящие в формулу (6), где m и M – минимальный и максимальный из измеренных номера резонансных пиков. Первоначальные значения параметров рассчитывались с помощью вышеприведенных формул. Автоматически устанавливались границы их изменения, в пределах которых методом “золотого сечения” находился минимум величины S поочередно для всех параметров. Процедура циклически повторялась до тех пор, пока в пределе не получались малоизменяющиеся через цикл значения искоемых параметров.

Для проверки соответствия формулы (6) экспериментальным данным было проведено исследование частотного спектра резонатора, описанного в работе [9] и имеющего $2a = 58$ мм и $2L = 10$ мм. При измерении в эталонной жидкости (этиловый спирт, $t = 50^\circ\text{C}$) для 46 значений f_n среднеквадратичное отклонение измеренных частот от вычисленных по формуле (6) было порядка 1×10^{-4} . Величина относительного отклонения $\delta f = (f - f_n)/f_n$ для каждого номера пика резонатора показана в таблице 1, в которой n – номер пика, $\epsilon = \delta f \times 10^6$. Наибольшие значения величины ϵ наблюдаются для самых низких частот и частот, близких к f_{Q1} и f_{Q2} ($n \approx 38$), где величины δ_1 и δ_3 достаточно велики и их неточность сильно сказывается на расчетном значении величины f . Получены следующие значения искоемых параметров: $f_L = 53.2424$ кГц, $f_{Q1} = 2004.026$ кГц, $f_{Q3} = 2007.033$ кГц, $\gamma = 0.0640215$, где $f_{Qj} = c_1/b_j$, c_1 – скорость продольных волн в пьезопластинах. Аналогичные результаты были получены для воды и жидкого кристалла ЭББА (46°C). Значения полученных параметров f_{Q1}, f_{Q3} и $L = c_2/4f_L$ (c_2 – скорость продольных волн в жидкости) для всех жидкостей совпадают с точностью 0.1% и в пределах точности их определе-

ния совпадают со значениями, измеренными независимо. Полученные результаты показывают, что по формуле (6) можно с хорошей точностью рассчитать весь спектр основных резонансных пиков и определить все параметры резонатора. Зная их по исследованию эталонной жидкости и измерив спектр частот для исследуемой жидкости, легко определить параметры f_L и γ . Это позволяет рассчитать для каждой из частот скорость ультразвука по формуле $c_2 = 2Lf_L$ (т.е. измерить с погрешностью порядка 10^{-4} дисперсию скорости), а так же с хорошей точностью определить плотность жидкости. Абсолютное значение скорости для значений $f_n \approx (d - 0.5)f_Q$ можно получить со значительно большей точностью из-за малых при этих частотах значений δ_1 и δ_3 .

Если жидкость имеет дисперсию скорости ультразвука, то величина δf будет иметь отрицательное значение на низких частотах диапазона измерений и положительное на высоких. В этом случае для учета одиночного релаксационного процесса и расчета дисперсии скорости ультразвука величины f_L и γ представляли в виде:

$$f_L = f_{L0}\theta, \quad \gamma = \gamma_0\theta, \quad (8)$$

$$\theta = [1 + \delta c / (1 + f_m^2/f^2)],$$

где $\delta c = \Delta c_m/c_0$; c_0, f_{L0} и γ_0 – значение c_2, f_L и γ при $f \ll f_m$, соответственно, f_m – частота релаксации, Δc_m – максимальная величина дисперсии скорости для исследуемого релаксационного процесса. Затем, как и раньше, поочередно для параметров $f_{L0}, \Delta c_m, f_m, \gamma_0$ находился минимум величины S , остальные параметры уже были найдены по эталонным жидкостям. С помощью вышеописанного метода был исследован релаксационный процесс в бутилформате при температуре 323 К в диапазоне частот 0.15–3 МГц. Полученные релаксационные параметры $\delta c = 3.96 \times 10^{-3}$ и $f_m = 600$ кГц хорошо согласуются с данными, которые были получены автором по результатам измерений поглощения ультразвука прецизионным методом, описанным в работе [10].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Eggers F. Eine Resonatormethode zur Bestimmung von Schall-Geschwindigkeit und Dämpfung an geringen Flüssigkeitsmengen // *Acustica*. 1967–1968. V. 19. P. 323–328.
2. Эггерс Ф., Функ Т. Ультразвуковые измерения на жидких образцах объемом порядка миллилитра в диапазоне частот 0.5–100 МГц // *Приборы для научных исследований*. 1973. Т. 44. № 8. С. 38–47.
3. Bae Jong-Rim, Choi Pak-Kon, Takagi Kensiro. Properties of plano-concave ultrasonic resonator and application to velocity dispersion measurement // *Japanese Journal Applied Physics*. 1986. Vol. 25. Pt. 1. № 9. P. 1323–1326.

4. *Sarvasyan A.P., Chalikian T.V.* Development of a multichannel ultrasonic interferometer for the measurements under high pressures and its application to biomolecular studies // IEEE Ultrason. Symp. Chicago, 3, Oct., 2-5, 1988: Proc. Vol. 1-2. P. 937-940. Pittsburgh (Pa), 1988.
5. *Thuration R.N., Pierse A.P.* Ultrasonic Measurement Methods // Phys. Acoust. Arac. Press., Boston etc.: 1990. Vol. 14.
6. *Кононенко В.С.* Ультразвуковая дифракция в интерферометре // Применение ультразвуки к исследованию вещества. М.: Всесоюз. Заочн. Машиностр. институт. 1981. Вып. 31. С. 18-20.
7. *Кононенко В.С.* Исследование погрешности измерений в ультразвуковом резонаторе, связанной со спектром его собственных частот // Акуст. журн. 1984. Т. 30. Вып. 6. С. 785-789.
8. *Вайнштейн Л.А.* Открытые резонаторы и открытые волноводы. М.: Сов. радио, 1966. 476 с.
9. *Ряциков А.С., Кононенко В.С.* Особенности измерения акустических параметров в жидких кристаллах на частотах ниже 1 МГц // Прим. ультразвуки к исследованию вещества. М.: Всесоюз. Заочн. Машиностр. институт. 1982. Вып. 33. С. 133-135.
10. *Кононенко В.С.* Прецизионный метод для измерения коэффициента поглощения ультразвука в жидкостях на частотах 0.1-20 МГц // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 4. С. 683-694.