

ИНТЕГРАЛЬНЫЙ ПОПЕРЕЧНИК РАССЕЯНИЯ ПЛОСКОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ НА ДВУХ БЛИЗКО РАСПОЛОЖЕННЫХ ИМПЕДАНСНЫХ СФЕРАХ

© 1997 г. А. В. Лебедев, А. И. Хилько

Институт прикладной физики РАН
603600 Н. Новгород, ул. Ульянова, 46

Поступила в редакцию 06.06.96 г.

В работе проведен анализ задачи о рассеянии плоской гармонической волны на двух близко расположенных импедансных сферах. Использован строгий метод решения задачи, основанный на представлении решения в виде рядов по сферическим функциям. Проведен анализ асимптотических случаев (низких и высоких частот). Представлены результаты расчета интегрального поперечника рассеяния для различных параметров задачи и сравнение с аналитическими выражениями, полученными в частных случаях.

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование рассеяния акустических волн двумя сферами с учетом их взаимодействия представляет большой интерес как с точки зрения теории дифракции, так и с практической точки зрения, так как подобного рода исследования могут быть полезны при решении практических задач, например, связанных с акустической дистанционной диагностикой суспензий в осадках морской среды [1].

Следует отметить, что рассеяние акустических волн сферой является классической задачей акустики, и различным ее аспектам посвящено большое количество работ. В частности, ряд работ посвящен анализу структуры рассеянных полей импедансной сферой (см., например, [2, 3]), а также рассеянию на упругой сфере [3–6]. Интересные особенности рассеяния упругой сферой с шероховатой поверхностью анализировались в работе [7].

Когда рассеяние осуществляется двумя сферами при произвольном расстоянии между ними, задача существенно усложняется из-за необходимости учета влияния эффектов многократного рассеяния, взаимодействия упругих колебаний сфер и эффектов, связанных с этими явлениями. Методы решения подобных задач в некотором смысле являются общими для решения задачи о рассеянии двумя телами. В частности, в работах [8, 9] рассмотрены особенности рассеяния акустической волны двумя и набором параллельных цилиндров. Близкая к указанным задача решалась в электродинамике, где были рассмотрены проблемы дифракции волн на телах координатной формы [10]. Однако в монографии [10] практически отсутствуют иллюстрации, и она по большей части посвящена анализу методов решения, сходимости рядов и т.п.

Более сложная задача о рассеянии акустических волн на упругих цилиндрах и оболочках с учетом эффектов многократного рассеяния рассмотрена, например, в работе [11], где для упрощения задачи вводилось ограничение на отношение расстояния между сферическими оболочками к их размерам, что позволило ограничиться учетом эффектов многократного рассеяния второго и ниже порядка. Такой подход позволил осуществить расчеты, которые хорошо совпали с экспериментальными данными для соответствующего диапазона параметров задачи.

Тем не менее, ряд интересных с физической точки зрения эффектов рассеяния, в частности проявляющихся при близком расположении рассеивающих сфер, можно исследовать, развивая строгие методы анализа [10]. В настоящей работе используется строгий метод решения задачи о рассеянии акустической волны на двух импедансных сферах при произвольных углах падения поля подсветки и при любых отношениях размеров сфер и расстояния между сферами. Для решения задачи использована теорема сложения для сферических функций [10, 12]. Анализируются асимптотические случаи, в частности случай, когда размеры сфер много меньше длины волны (приближение Рэлея). Приводятся результаты расчетов в широком диапазоне параметров задачи.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И РЕШЕНИЕ

Предположим, что центры двух импедансных сфер радиуса R_a и R_b расположены в точках A и B (рис. 1). Под произвольным углом на сферы падает плоская монохроматическая волна с волновым вектором k_0 . Требуется определить функцию рассеяния [13].

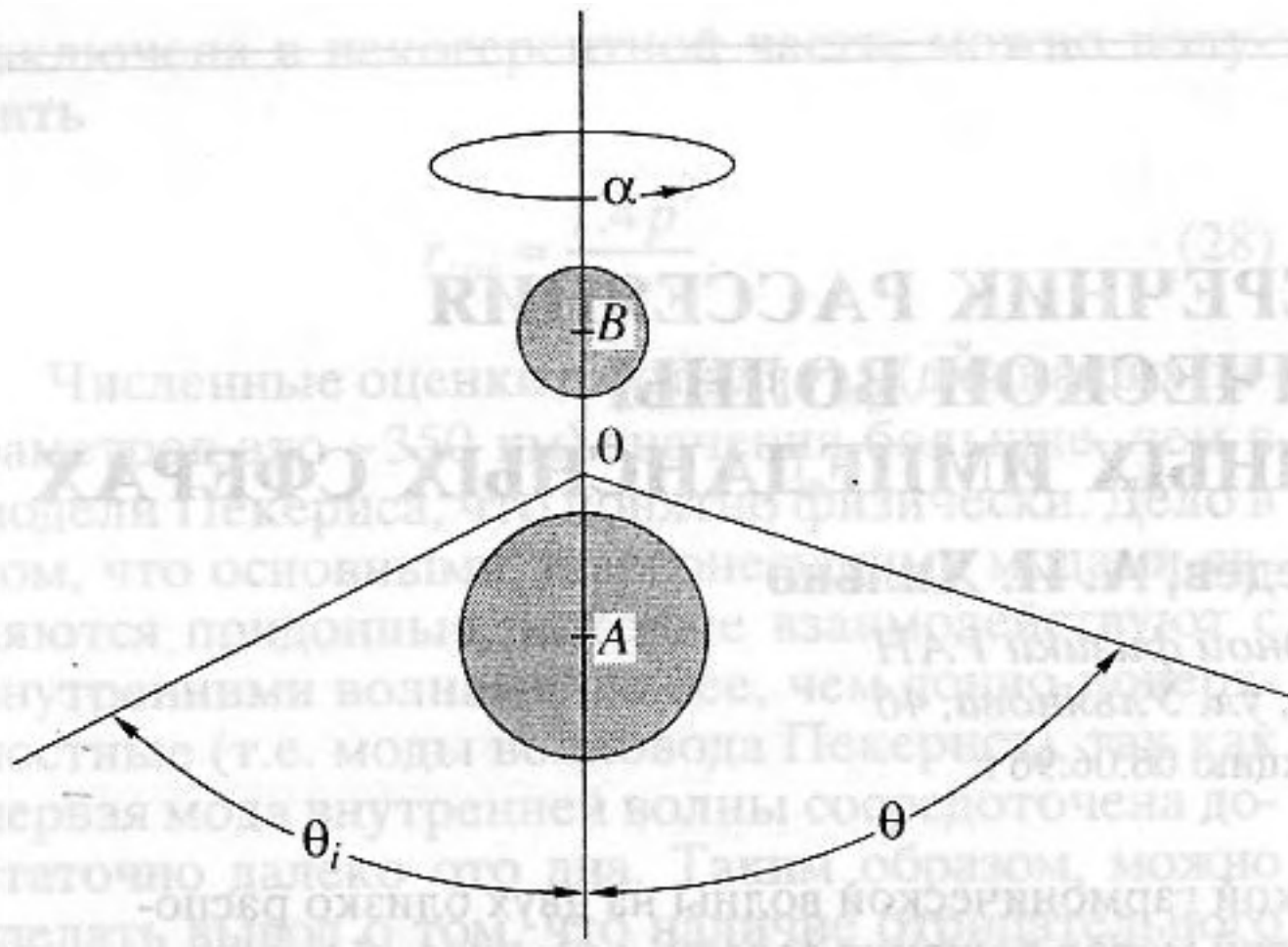


Рис. 1. Геометрия задачи. θ_i – угол падения плоской монохроматической волны, θ – угол рассеяния, α – полярный угол.

Решение задачи будем искать в виде суперпозиции потенциалов:

$$\varphi = \varphi_i + \varphi_a + \varphi_b. \quad (1)$$

Здесь $v = \nabla\varphi$ – поле скоростей, φ_i – потенциал волны подсветки, φ_a и φ_b – потенциалы полей рассеяния. При этом потенциалы возмущений выбираются таким образом, чтобы удовлетворялись условия излучения Зоммерфельда [13]¹.

На поверхности каждой из сфер удовлетворяется условие [13] (Z_s – импедансы сфер):

$$Z_s \frac{\partial \varphi_s}{\partial n} = i\omega\rho\varphi_s, \quad s = a, b. \quad (2)$$

Потенциал волны подсветки в сферической системе координат может быть представлен в виде ряда по сферическим функциям [13]:

$$\varphi_i = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{(2 - \delta_{0m})(2n+1)(n-m)!}{(n+m)!} i^{-n} j_n(k_0 r) \times \right. \quad (3)$$

$$\left. \times P_n^{(m)}(\cos\theta_i) P_n^{(m)}(\cos\theta) \cos(m(\alpha - \alpha_i)) \Phi_s \right).$$

Здесь δ_{ki} – символ Кронекера, $j_n(x)$ – сферические функции Бесселя порядка n , $P_n^m(x)$ – присоединенные функции Лежандра первого рода, θ_i, α_i – углы падения плоской волны и θ, α – углы рассеяния (рис. 1), $\Phi_s = \exp(\mp ik_0 d \cos(\theta_i)/2)$, знак минус берется в случае сферы “А” и знак плюс – в случае сферы “В”, d – расстояние между центрами сфер: $d = |AB|$.

¹ Предполагается, что временная зависимость всех величин $\sim \exp(-i\omega t)$.

Потенциалы φ_a и φ_b , удовлетворяющие условиям излучения, могут быть представлены в виде рядов:

$$\varphi_s = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (A_{nm}^{\bar{s}} h_n^{(1)}(k_0 r_s) \times \quad (4)$$

$$\times P_n^m(\cos\theta) \cos(m(\alpha - \alpha_i))), \quad \bar{s} = a, b.$$

Здесь $h_n^{(1)}(x)$ – сферические функции Ханкеля первого рода порядка n , в дальнейшем для краткости индекс “(1)” мы опускаем: $h_n^{(1)}(x) \equiv h_n(x)$.

Выражения, приведенные выше, хорошо известны (см., например, [13]). Основой для дальнейших выкладок является теорема переноса для сферических функций [10]:

$$h_q(kr_s) P_q^{(m)}(\cos\theta_s) = \quad (5)$$

$$= \sum_{n=p}^{\infty} (B_{mnmq}(r_{s\bar{s}}, \theta_{s\bar{s}}) j_n(kr_{\bar{s}}) P_n^{(m)}(\cos\theta_{\bar{s}})),$$

где

$$B_{mnmq}(d, \theta_{s\bar{s}}) = (2n+1) \frac{(n-m)!}{(n+m)!} i^{n-q} \times \quad (6)$$

$$\times \sum_{\mu=|n-q|}^{n+q} (i^\mu b_\mu^{(qnmn)}) h_\mu(kd) P_\mu(\cos\theta_{s\bar{s}}).$$

Здесь $s = a, b, \bar{s} = b, a, b_\mu^{(qnmn)}$ выражаются через коэффициенты Клебша–Гордана, связывающие волновую функцию системы из двух частиц с волновыми функциями каждой из частиц [12]. Соответствующие выражения приведены в монографиях [10, 12].

Опуская громоздкие промежуточные выкладки, запишем окончательные выражения для коэффициентов A_{nm}^s . Прежде всего заметим, что в силу симметрии относительно оси AB волновые гармоники с различными азимутальными номерами m не взаимодействуют, это хорошо видно из выражений (5), (6). Система уравнений относительно коэффициентов A_{nm}^s выглядит следующим образом:

$$A_{nm}^s + \left(\frac{j_n(x_s) + iZ_s j_n'(x_s)}{h_n(x_s) + iZ_s h_n'(x_s)} \right) \times$$

$$\times \sum_{q=0}^{\infty} A_{qm}^{\bar{s}} B_{mnmq}(d, \theta_{s\bar{s}}) = -(2 - \delta_{0m})(2n+1) \times$$

$$\times \frac{(n-m)!}{(n+m)!} i^{-n} \left(\frac{j_n(x_s) + iZ_s j_n'(x_s)}{h_n(x_s) + iZ_s h_n'(x_s)} \right) P_n^{(m)}(\cos \theta_i) \Phi_s, \quad (7)$$

$$A_{nm}^s + \left(\frac{j_n(x_s) + iZ_s j_n'(x_s)}{h_n(x_s) + iZ_s h_n'(x_s)} \right) \times$$

$$\times \sum_{q=0}^{\infty} A_{qm}^s B_{nmq}(d, \theta_{s\bar{s}}) = -(2 - \delta_{0m})(2n+1) \times$$

$$\times \frac{(n-m)!}{(n+m)!} i^{-n} \left(\frac{j_n(x_s) + iZ_s j_n'(x_s)}{h_n(x_s) + iZ_s h_n'(x_s)} \right) P_n^{(m)}(\cos \theta_i) \Phi_s,$$

Здесь $x_s = k_0 R_s$ – волновые размеры сфер.

2.1. Функция рассеяния двух сфер

Определим функцию рассеяния согласно [13]: $p_{sc} = p f_{sc}(\theta_i, \alpha_i, \theta, \alpha) \exp(ik_0 r)/k_0 r$. Функция рассеяния $f_{sc}(\theta_i, \alpha_i, \theta, \alpha)$ связана с коэффициентами $\{A_{nm}^s\}$ следующим выражением:

$$f_{sc}(\theta_i, \alpha_i, \theta, \alpha) =$$

$$= -i \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n P_n^{(m)}(\cos \theta) \cos(m(\alpha - \alpha_i)), \quad (8)$$

$$\left(A_{nm}^s \exp\left(-i \frac{k_0 d}{2} \cos(\theta)\right) + A_{nm}^{\bar{s}} \exp\left(+i \frac{k_0 d}{2} \cos(\theta)\right) \right).$$

Зависимость от θ_i в уравнении (8) содержится в коэффициентах $\{A_{nm}^s\}$.

Интегральный поперечник рассеяния определяется через оптическую теорему [13]:

$$\sigma_{tot} = \frac{4\pi}{k_0^2} \Im(f_{sc}(\theta_i, \alpha_i, \theta_1, \alpha_1)), \quad (9)$$

здесь $\theta_1 = \pi - \theta_i, \alpha_1 = \alpha_i + \pi$.

3. АНАЛИЗ АСИМПТОТИЧЕСКИХ СЛУЧАЕВ

Используя асимптотические выражения для сферических функций в области низких частот, нетрудно убедиться, что в области частот $x_s \leq N$ число слагаемых в рядах (3), (4) можно ограничить $n \approx N$. Следовательно, размерность системы (7) также возможно ограничить. Кроме того, возможны дополнительные упрощения: используя второе из уравнений системы (7), можно выра-

зить $A_{nm}^{\bar{s}}$ через A_{nm}^s и тем самым сократить размерность системы уравнений (7) вдвое.

Рассмотрим область низких частот $x_s \ll 1$, где возможны существенные упрощения. Воспользуемся низкочастотной асимптотикой для сферических функций Бесселя. При этом будем выделять два случая: $k_0 d \ll 1$ и $k_0 d \gg 1$. В случае $x_s \ll 1$ поле рассеяния определяется вкладом монопольной ($n = 0$) и дипольной ($n = 1$) форм колебаний сферы. Кроме того, для простоты анализа положим $Z^a = Z^b = Z$.

Рассмотрим акустически мягкие сферы: $Z = 0$. В этом случае в области низких частот доминирует монопольная компонента. Коэффициенты $\{A_0^s\}$ определяются следующими выражениями:

$$A_0^a = -ix_a(1 - ix_a) \times$$

$$\times \frac{\exp\left(-i \frac{y}{2} \cos(\theta_i)\right) - \gamma_b \exp(iy) \exp\left(i \frac{y}{2} \cos(\theta_i)\right)}{1 - \gamma_a \gamma_b \exp(i2y)}, \quad (10)$$

$$A_0^b = -ix_b(1 - ix_b) \times$$

$$\times \frac{\exp\left(i \frac{y}{2} \cos(\theta_i)\right) - \gamma_a \exp(iy) \exp\left(-i \frac{y}{2} \cos(\theta_i)\right)}{1 - \gamma_a \gamma_b \exp(i2y)},$$

где $y = k_0 d, \gamma_s = R_s/d$.

Определим интегральный поперечник рассеяния в области низких частот ($x_s, y \ll 1$). Самый простой способ сделать это – воспользоваться определением интегрального поперечника рассеяния как отношения мощности рассеянной волны к интенсивности волны подсветки. В области низких частот в случае акустически мягких сфер интегрирование по углам θ и α сводится к простому умножению на 4π . Тогда конечное выражение для интегрального поперечника рассеяния запишется следующим образом:

$$\sigma_{tot} = 4\pi R_a^2 \left(\frac{1 + \zeta - 2\zeta\gamma}{1 - \zeta\gamma^2} \right)^2. \quad (11)$$

Здесь $\zeta = R_b/R_a$ и $\gamma = \gamma_a$.

Нетрудно видеть, что при $\gamma \ll 1$, что отвечает случаю сильно разнесенных сфер, рассеяние звука на двух сферах эквивалентно рассеянию звука на сфере суммарного радиуса. Этот результат обусловлен когерентным сложением полей от каждой из сфер. Величина $\sigma_{tot}/\sigma_{tot}^{(0)}$, где $\sigma_{tot}^{(0)} = 4\pi(R_a^2 + R_b^2)$, достигает максимума для сфер равного радиуса и равна 2.

В случае $\gamma \sim 1$ наряду с когерентным сложением полей рассеяния от двух сфер будет наблюдаться взаимное демпфирование колебаний, по-

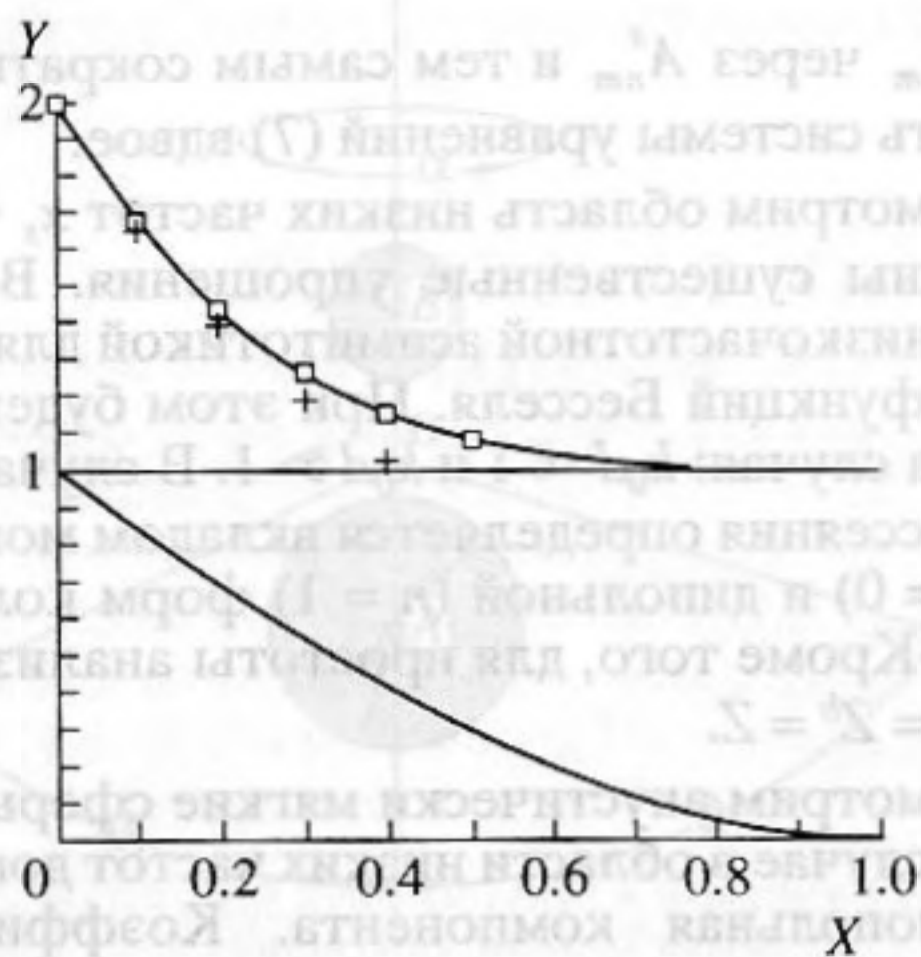


Рис. 2. Зависимость $\sigma_{\text{tot}}/\sigma_{\text{tot}}^{(0)}$ (верхняя кривая) и ζ_0 (нижняя кривая) от величины γ (отложена по оси X).

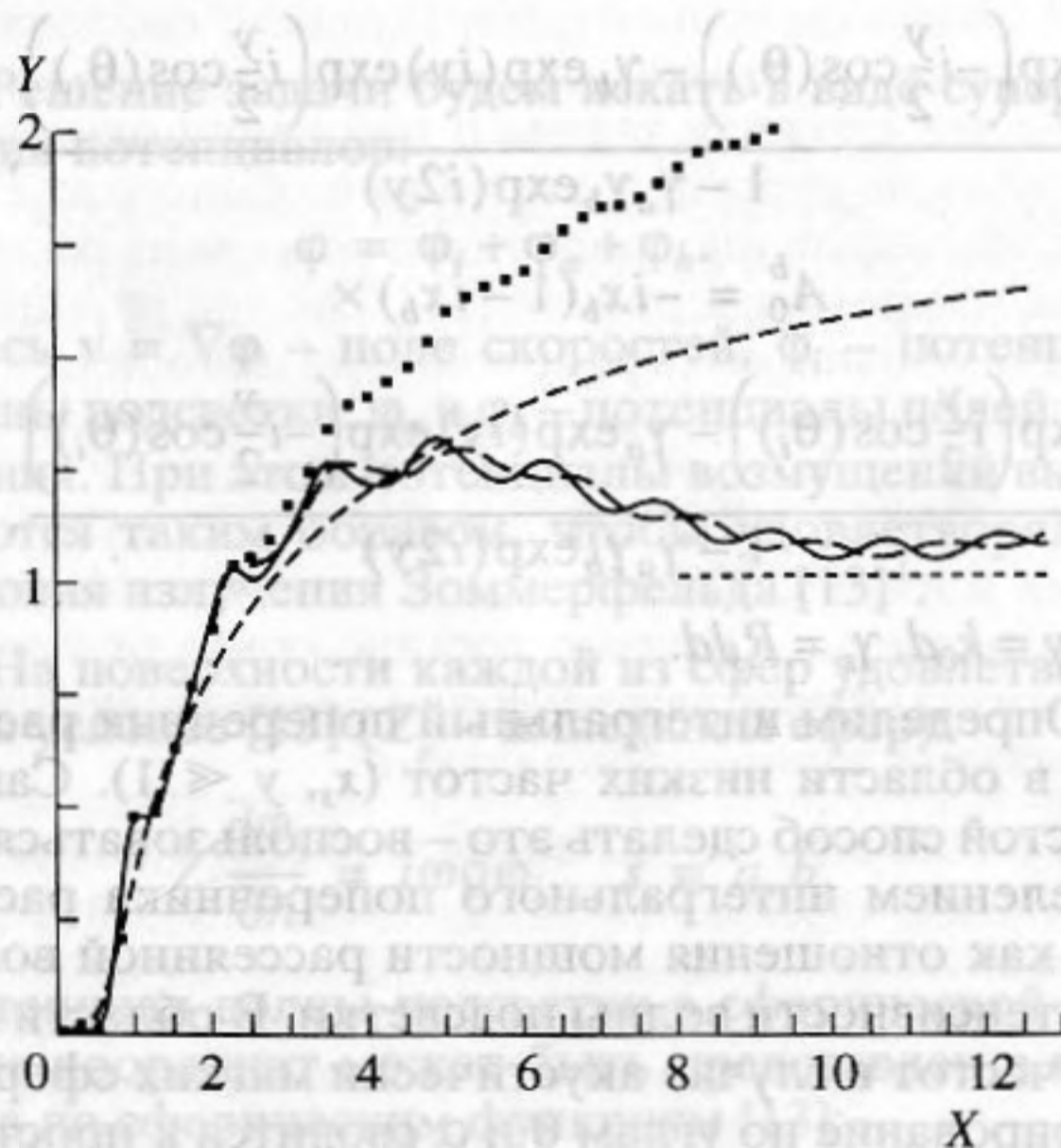


Рис. 3. Частотная зависимость интегрального поперечника рассеяния. $X = k_0 R$, $Y = \sigma_{\text{tot}}/2\pi R^2$. Угол падения $\theta_i = 0$, $d/R = 4$.

сколько рассеянная волна противофазна волне подсветки. Можно ожидать, что в этом случае интегральный поперечник рассеяния достигает максимума при определенном соотношении радиусов сфер, когда оба фактора уравновешивают друг друга.

Проведем анализ выражения (11) в случае $\gamma \neq 0$.

Анализ показывает, что величина $\sigma_{\text{tot}}/\sigma_{\text{tot}}^{(0)}$ достигает максимума при значении ζ , равном минимальному корню уравнения:

$$\gamma^2(2\gamma^2 - 4\gamma + 1)\zeta^3 + 2\gamma^2\zeta^2 - \zeta + (1 - \gamma)^2 = 0. \quad (12)$$

Видно, что в случае $\gamma = 0$ $\zeta_0 = 1$. Зависимости ζ_0 от γ и $\sigma_{\text{tot}}/\sigma_{\text{tot}}^{(0)}$ представлены на рис. 2. Квадраты отвечают результатам точного расчета, выполненного по формулам (7) для случая x_a, x_b и $y \ll 1$. При определении интегрального поперечника рассеяния использовалась оптическая теорема (9). Нетрудно видеть, что данные расчета хорошо ложатся на асимптотические зависимости. Здесь же для сравнения крестами отмечены результаты расчета для случая сфер равного радиуса.

Рассмотрим область частот $y \geq 1$. При этом в выражениях (10) необходимо удерживать члены порядка x_a^2, x_b^2 , для простоты ограничимся анализом случая сфер равного радиуса. Поскольку величина $\gamma \leq 1/2$ (сферы не могут пересекаться), членами порядка γ^2 и выше можно пренебречь. Окончательное выражение для интегрального поперечника рассеяния запишется следующим образом:

$$\sigma_{\text{tot}} = 8\pi R^2 \{ 1 + \text{sinc}(y) - 2\gamma(\cos y \cos(y \cos \theta_i) + \text{sinc}(2y)) \}. \quad (13)$$

Здесь $\text{sinc}(t) = \sin(t)/t$. Легко показать, что выражение (13) совпадает с выражением (11) при $y \ll 1$, $\gamma \ll 1$. Как и следовало ожидать, при $y \gg 1$ интегральный поперечник равен сумме поперечников рассеяния каждой из сфер.

В случае акустически жестких сфер выражения для коэффициентов A_{nm} в области низких частот $x_a = x_b \ll 1$, $y \ll 1$ выглядят следующим образом:

$$A_{00} \approx -i \frac{x^3}{3}, \quad A_{10} \approx -i \frac{x^3}{2(1 + \gamma^6)} \cos(\theta_i), \quad (14)$$

$$A_{11} \approx -i \frac{x^3}{2} \sin(\theta_i).$$

Из выражения (14) нетрудно видеть, что в этом случае взаимным влиянием жестких сфер можно пренебречь (в отличие от акустически мягких тел, рассмотренных выше, жесткие сферы возмущают поле давлений, а не скоростей). В случае $\theta_i = \pi/2$, когда волна падает перпендикулярно линии, соединяющей центры сфер, монополярная и дипольная моды не взаимодействуют. Интегральный поперечник рассеяния в области низких частот из-за когерентного сложения полей рассеяния от каждой сферы будет в два раза (при равных радиусах) больше суммы поперечников рассеяния. При увеличении волнового расстояния между сферами $\sigma_{\text{tot}}/\sigma_{\text{tot}}^{(0)} \rightarrow 1$, как и в случае акустически мягких тел.

4. СТРУКТУРА РЕШЕНИЙ
В ОБЛАСТИ ВЫСОКИХ ЧАСТОТ

Анализ уравнений (7) в области высоких частот, когда $x_a, x_b \geq 1$, практически невозможен без применения ЭВМ из-за высокой размерности системы уравнений (7). Однако и в этом случае можно сделать ряд важных предварительных замечаний.

Во-первых, в области высоких частот должны существенным образом различаться случаи, когда одна из сфер находится в акустической тени другой. При этом в наибольшей степени должны проявляться эффекты многократного переотражения лучей, отвечающих за засветку сферы, находящейся в области тени.

Во-вторых, криволинейность поверхности тел должна уменьшать влияние многократного рассеяния и поле рассеяния должно достаточно точно описываться при учете конечного числа переотражений.

Ниже представлены результаты расчетов интегрального сечения рассеяния при некоторых характерных углах падения θ_i . Мы ограничились расчетами для случая сфер одного радиуса $R_a = R_b = R$.

На рис. 3 представлены результаты расчета интегрального поперечника рассеяния на двух акустически жестких сферах: $d/R = 4$, $\theta_i = 0$. По оси Y отложена величина $\sigma_{tot}/2\pi R^2$, по оси X волновой размер $\xi = k_0 R$. Пунктир отвечает случаю невзаимодействующих сфер (коэффициенты B_{mnmq} в выражении (7) равны нулю). Сплошная линия отвечает расчету при учете эффектов многократного рассеяния. Прерывистая линия отвечает расчету в рамках приближения двукратного рассеяния (итерационный метод решения системы (7) – одна итерация), при этом, в отличие от работы [11], фронт вторичной волны не предполагался плоским. Здесь же точками отображена зависимость интегрального поперечника рассеяния, вычисленная в рамках приближения двукратного рассеяния и в предположении $k_0 d \gg 1$ [11]. Нетрудно видеть, что даже для очень близко расположенных сфер приближение двукратного рассеяния удовлетворительно описывает частотную зависимость интегрального поперечника рассеяния при корректном учете рассеяния вторичных сферических волн. Напомним, что в рамках геометро-оптического приближения величина $\sigma_{tot}/2\pi R^2$ равна 2 для случая засветки обеих сфер полем падающей волны и 1 для случая, когда одна из сфер находится в тени другой. Как видно из графиков, представленных на рис. 3, величина $\sigma_{tot}/2\pi R^2$ действительно стремится к своему асимптотическому значению (горизонтальная пунктирная линия на рис. 3).

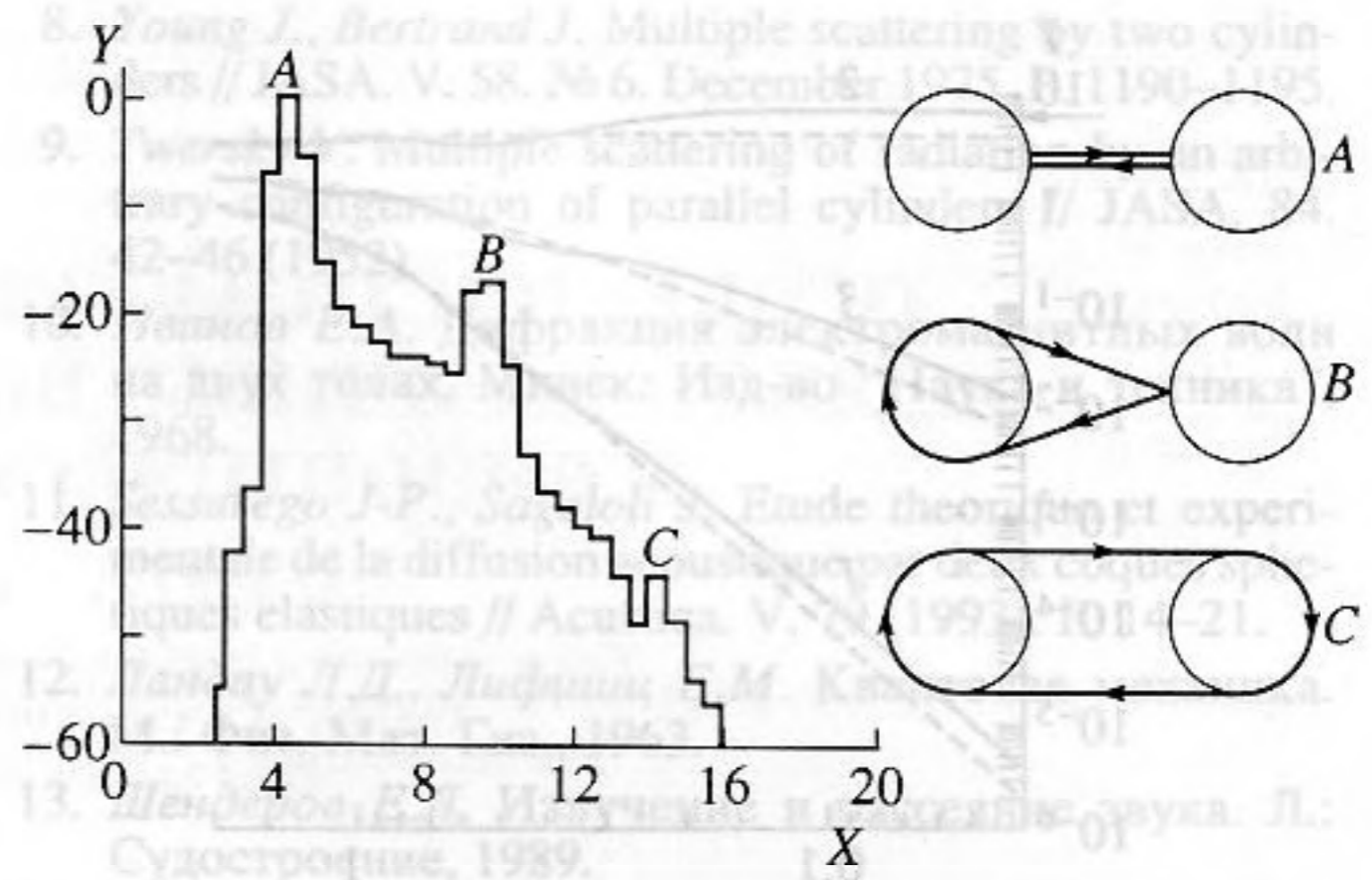


Рис. 4. Пространственные масштабы (L), отвечающие осцилляциям σ_{tot} на графике рис. 3. $X = L/R$, $Y =$ относительный уровень в дБ.

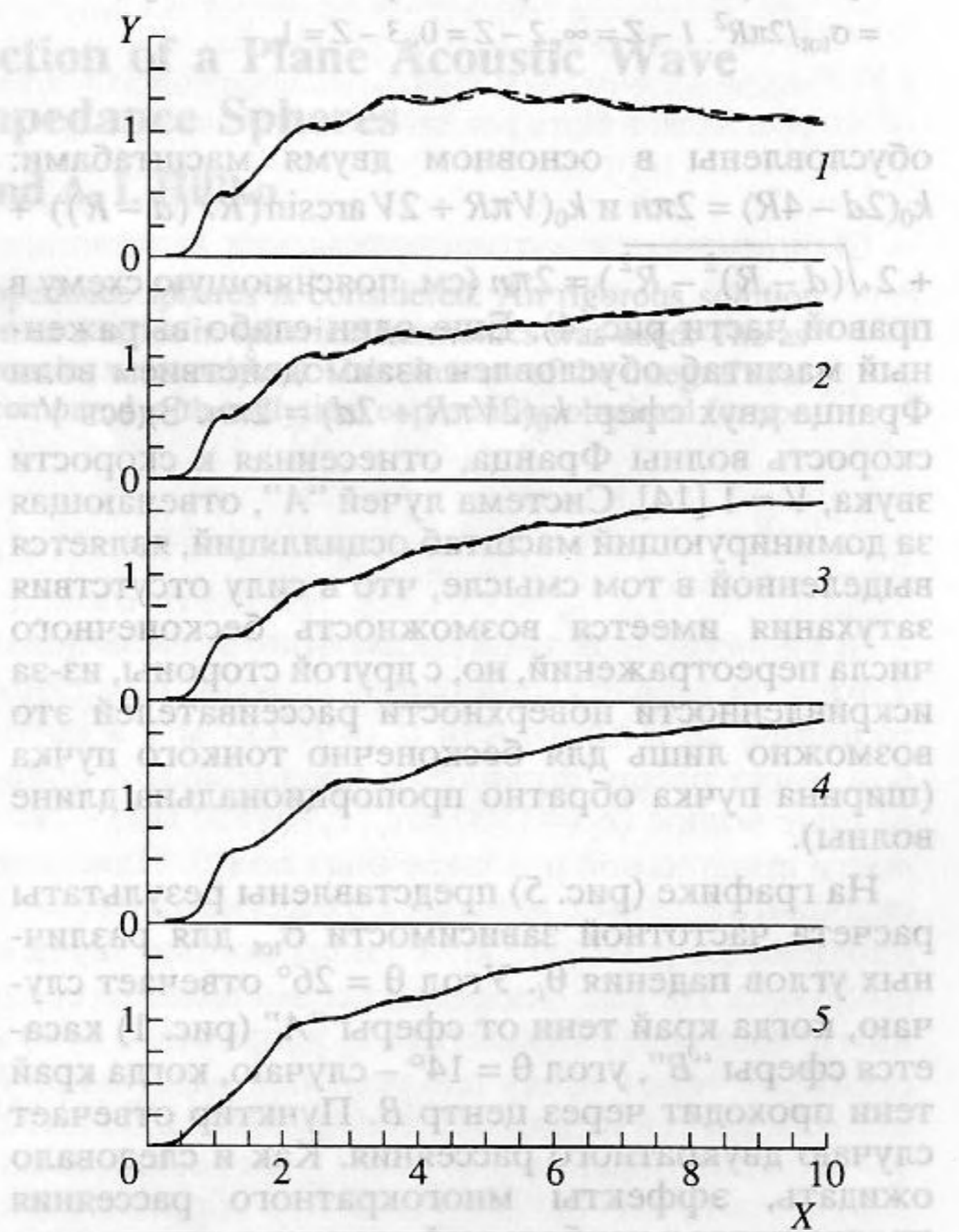


Рис. 5. Частотная зависимость интегрального поперечника рассеяния при различных углах падения плоской волны. $X = k_0 R$, $Y = \sigma_{tot}/2\pi R^2$. 1 – $\theta_i = 0$, 2 – $\theta_i = 14^\circ$, 3 – $\theta_i = 26^\circ$, 4 – $\theta_i = 45^\circ$, 5 – $\theta_i = 90^\circ$.

Учет многократного рассеяния приводит к появлению характерных масштабов осцилляций. Для определения этих масштабов исследуем спектр зависимости $(\sigma_{tot} - \sigma_{tot}^{(0)})/\sigma_{tot}^{(0)}$ (рис. 4). Нетрудно видеть, что осцилляции зависимости σ_{tot}

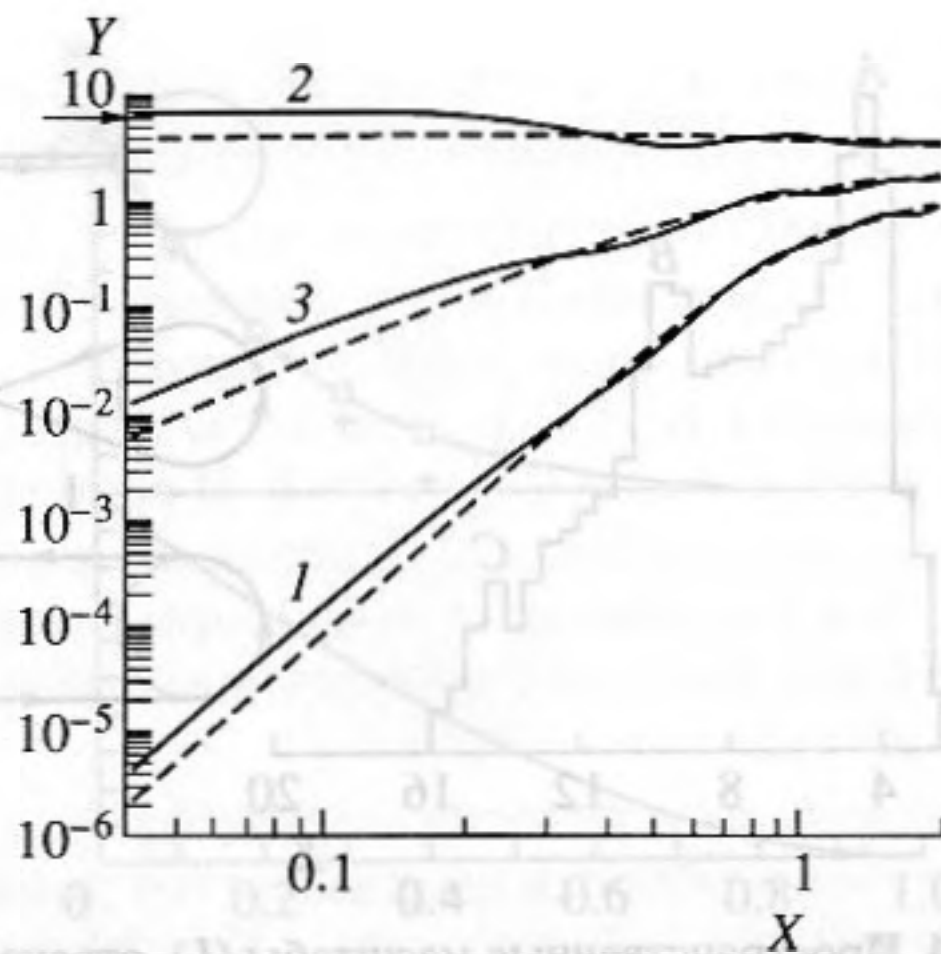


Рис. 6. Влияние акустических свойств сфер на величину интегрального поперечника рассеяния. $X = k_0R$, $Y = \sigma_{\text{tot}}/2\pi R^2$. 1 – $Z = \infty$, 2 – $Z = 0$, 3 – $Z = 1$.

обусловлены в основном двумя масштабами: $k_0(2d - 4R) = 2\pi n$ и $k_0(V\pi R + 2V \arcsin(R/(d - R)) + 2\sqrt{(d - R)^2 - R^2}) = 2\pi n$ (см. поясняющую схему в правой части рис. 4). Еще один слабо выраженный масштаб обусловлен взаимодействием волн Франца двух сфер: $k_0(2V\pi R + 2d) = 2\pi n$. Здесь V – скорость волны Франца, отнесенная к скорости звука, $V \approx 1$ [14]. Система лучей “А”, отвечающая за доминирующий масштаб осцилляций, является выделенной в том смысле, что в силу отсутствия затухания имеется возможность бесконечного числа переотражений, но, с другой стороны, из-за искривленности поверхности рассеивателей это возможно лишь для бесконечно тонкого пучка (ширина пучка обратно пропорциональна длине волны).

На графике (рис. 5) представлены результаты расчета частотной зависимости σ_{tot} для различных углов падения θ_i . Угол $\theta = 26^\circ$ отвечает случаю, когда край тени от сферы “А” (рис. 1) касается сферы “В”, угол $\theta = 14^\circ$ – случаю, когда край тени проходит через центр В. Пунктир отвечает случаю двукратного рассеяния. Как и следовало ожидать, эффекты многократного рассеяния проявляются в наибольшей степени в случае полного или частичного затенения одной из сфер.

И, наконец, на рис. 6 в качестве иллюстрации влияния свойств сфер на характеристики поля рассеяния приведем результаты расчета σ_{tot} при $\theta_i = 0$ для случая акустически жестких ($Z_s \rightarrow \infty$) – кривая 1, акустически мягких ($Z_s = 0$) – кривая 2 и импедансных (при $Z_s = 1$) – кривая 3 сфер. Пунктирные линии отвечают случаю невзаимодействующих сфер. Графики на рис. 6 построены для $d/R = 10$. Нетрудно видеть, что в области низких частот k_0R , $k_0d \ll 1$ величина σ_{tot} в два раза больше

суммы поперечников рассеяния $\sigma_{\text{tot}}^{(0)}$ в случае $Z_s \neq 0$. Этот результат согласуется с полученным ранее (14) (горизонтальной линией на оси Y отмечено асимптотическое значение (11): 6.61 для случая $Z_s = 0$, $d/R = 10$, когда проявляется взаимное демпфирование колебаний). Также видно, что в области частот $k_0R \ll 1$, $k_0d \gg 1$ величина $\sigma_{\text{tot}} = \sigma_{\text{tot}}^{(0)}$. Этот результат согласуется с выводом, сделанным ранее (см. (13)). Отметим, что при уменьшении Z величина поперечника растет, а взаимодействие сфер проявляется в более широкой области частот.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получено строгое решение задачи о рассеянии плоской звуковой волны на двух близко расположенных импедансных сферах. Основное внимание было уделено анализу частотной зависимости интегрального поперечника рассеяния. Анализ асимптотических случаев позволил выделить наиболее интересные случаи и определить, при каких параметрах задачи необходим учет эффектов многократного рассеяния.

В области низких частот доминирующим фактором является когерентное сложение полей рассеяния от каждого тела. В случае акустически мягких сфер (газовые пузырьки в области частот выше резонансной частоты) сказывается также взаимное демпфирование колебаний (эффекты взаимодействия).

Для целей акустической диагностики могут быть использованы характерные масштабы осцилляций частотной зависимости интегрального поперечника рассеяния в области высоких частот. Эти масштабы однозначно связаны с геометрическими размерами рассеивателей (рис. 4). При засветке обеих сфер полем падающей волны рассеянное поле удовлетворительно описывается в рамках приближения двукратного рассеяния (рис. 5).

В статье рассмотрен случай взаимодействия импедансных сфер. Представляет интерес анализ задачи в случае упругих сфер. Следует ожидать, что в этом случае эффекты взаимного влияния должны проявиться в большей степени, поскольку возможна трансформация мод колебаний и связанная с ней перераспределение энергии колебаний.

Авторы признательны доктору И. Бьёрно за инициирование интереса к рассмотренной задаче и полезные дискуссии.

Работа выполнена в рамках исследований по гранту Международного научного фонда.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Thorue P., Campbell S. Backscattering by a suspension of spheres // JASA. 92(2). Pt. 1. August 1992. P. 978–986.

2. *Faran J.J.* Sound scattering by solid cylinders and spheres // *JASA*. 29. 405–418 (1951).
3. *Hickling R.* Analysis of echoes from a solid elastic sphere in water // *JASA*. 34. 1582–1595 (1962).
4. *Neubauer W., Vogt R., Dragonette L.* Acoustical reflections from elastic spheres 1. Steadystate signals // *JASA*. 55. 1123–1129 (1974).
5. *Flax F., Dragonette L., Uberall H.* Theory of elastic resonance excitation by sound scattering // *JASA*. 63. 723–731 (1978).
6. *Gaunaurd G., Uberall H.* RST analysis of monostatic and bistatic acoustic echoes from an elastic sphere // *JASA*. 73. 1–12 (1983).
7. *Sun S., Bjorno L.* Scattering of plane waves from elastic spheres with surface roughness // *Proc. II European Conf. Underwater Acoustics, 1994, Lyngby*. V. 1. P. 171–176.
8. *Young J., Bertrand J.* Multiple scattering by two cylinders // *JASA*. V. 58. № 6. December 1975. P. 1190–1195.
9. *Twersky V.* Multiple scattering of radiation by an arbitrary configuration of parallel cylinders // *JASA*. 84. 42–46 (1952).
10. *Иванов Е.А.* Дифракция электромагнитных волн на двух телах. Минск: Изд-во “Наука и техника”, 1968.
11. *Sessarego J-P., Sageloli J.* Etude theorique et experimentale de la diffusion acoustique par deux coques spheriques elastiques // *Acustica*. V. 79 (1993). P. 14–21.
12. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика. М.: Физ.-Мат. Гиз., 1963.
13. *Шендеров Е.Л.* Излучение и рассеяние звука. Л.: Судостроение, 1989.
14. *Junger M.C., Feit D.* Sound, Structures, and their Interaction. MIT press, Cambridge, Massachusetts, 1986, second edition.

The Integral Scattering Cross-Section of a Plane Acoustic Wave from Two Dose Impedance Spheres

A. V. Lebedev and A. I. Hil'ko

Scattering of a plane harmonic wave from two dose impedance spheres is considered. An rigorous solution method based on the representation of a problem solution as a series in spherical harmonics was used. The asymptotic behaviors of this solution at low and high frequencies was analyzed. Calculations of the integral scattering cross-section for various problem parameters are compared with analytical expressions obtained for special cases.

