АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1998, том 44, № 3, с. 293–298

УДК 534

ОСОБЕННОСТИ ПОВЕДЕНИЯ ГАЗОВЫХ ПУЗЫРЬКОВ В БИОЛОГИЧЕСКОЙ ТКАНИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЗВУКА

© 1998 г. **В. Н. Алексеев, С. А. Рыбак**

Акустический институт им. Н.Н. Андреева РАН

117036 Москва, ул. Шверника, 4

Поступила в редакцию 25.03.97 г.

В работе рассмотрено поведение газовых пузырьков под действием звука в упругих средах. Получено простое выражение для резонансной частоты радиальных колебаний в таких средах. Найдено соответствующее дисперсионное уравнение. Произведен учет вязкоупругих свойств среды. Рассмотрены характерные особенности кавитационных явлений, развивающихся в биологических тканях, как при умеренных, так и при больших интенсивностях звука.

Распространение звука в биологических тканях можно описывать в первом приближении с помощью обычного волнового уравнения, аналогичного тому, которое используется в акустике жидкостей. В этом случае считают, что сдвиговые напряжения в среде практически отсутствуют или настолько несущественны, что колебания частиц среды происходят исключительно вдоль направления распространения волны. При этом многие сопутствующие физические явления, такие например, как акустическая кавитация или акустические течения, описывают зачастую также в рамках уравнений гидродинамики [1–4]. Однако учет более тонких особенностей распространения звука в биологических тканях и переход к более высоким звуковым частотам требуют привлечения системы более строгих уравнений. Во-первых, в этих уравнениях должно учитываться то обстоятельство, что в реальных биологических тканях местные напряжения зависят не только от деформаций, но и от их скоростей деформации, как и в жидкостях. Но в отличие от жидкостей математическое описание явлений должно учитывать и наличие сдвиговых деформаций. Соответственно этому описание сопутствующих физических явлений, таких например, как упомянутая выше акустическая кавитация в тканях или обычное рассеяние звука на пузырьках газа, должно вестись также в рамках уравнений вязкоупругой среды, которые применяются при исследовании твердых тел. Кроме того, биологические ткани являются неоднородными с резко выраженной иерархической структурой. Несомненно, что это обстоятельство также должно учитываться при описании распространения звука в тканях и сопутствующих ему физических явлений. Ниже мы рассмотрим некоторые характерные особенности, возникающие при распространении звука как в биологических тканях, так и в водоподобных средах, у которых коэффициент Пуассона близок к 1/2 и которые содержат пузырьки, заполненные газом.

Как известно, описание поведения пузырьков в средах, подвергнутых воздействию звука, ведется обычно в рамках уравнений гидродинамики. Ниже мы будем обращаться иногда и к исходным положениям и уравнениям, применяемым и вне гидродинамики. В связи с этим для более полного понимания рассматриваемого явления и подчеркивания его особенностей будем вкратце напоминать известные исходные уравнения, применяемые вне рамок традиционной теории кавитации. Так, учитывая существование в среде сдвиговых напряжений, будем вначале считать, что смещение частиц u_i в рассматриваемой среде описывается уравнением идеально упругого тела [5]

$$\rho\frac{d^2u_i}{dt^2} = \frac{\partial\sigma_{ik}}{\partial x_k}. \qquad (1)$$

Тензор напряжений σ_{ik} связан здесь с деформациями среды обычным линейным законом Гука

$$\sigma_{ik} = \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ik}\mathrm{div}\mathbf{u}\right) + K\delta_{ik}\mathrm{div}\mathbf{u}, \qquad (2)$$

где K и μ – соответственно модули всестороннего сжатия и сдвига. Как хорошо известно, подстановка тензора напряжений в форме (2) приводит уравнение (1) к такому виду

$$\frac{\partial^2\mathbf{u}}{\partial t^2} = c_1^2\Delta\mathbf{u} + (c_1^2 - c_t^2)\mathrm{rotrot}\mathbf{u}. \qquad (3)$$

Величина $c_1^2 = (K + 4\mu/3)/\rho$ имеет здесь физический смысл квадрата скорости звука продольной волны, а квадрат скорости звука сдвиговой волны равен $c_t^2 = \mu/\rho$.

Рассмотрим теперь задачу о рассеянии звука одиночным газовым пузырьком, расположенным в неограниченной упругой среде. Будем считать, что на рассматриваемый изолированный пузырек, расположенный в центре сферической системы координат, падает из бесконечности продольная волна, которая для простоты считается плоской и монохроматической, т.е. $p_i(\mathbf{r}, t) = p_0\exp(i\mathbf{k}_1\mathbf{r} - i\omega t)$. Здесь $k_1 = \omega/c_1$ – волновое число продольных волн. Далее будем считать, что радиус пузырька R много меньше длины падающей волны, так что рассматриваемый пузырек находится практически в однородном по пространству поле давления, но переменном во времени – $p_i(\mathbf{r}, t) \approx p_0\exp(i\mathbf{k}_1\mathbf{r}_0 - i\omega t)$, где $\mathbf{r}_0$ – координата центра пузырька. Как известно, рассеянное поле p_r содержит в этом случае мультиполи, амплитуда которых пропорциональна $(k_1R)^n$, так что в приближении $k_1R \ll 1$, рассеянную волну можно аппроксимировать с большой степенью точности сферически симметричной волной. В этом случае колебания вектора смещения u направлены по радиусу сферы, имеют единственную компоненту u_r и зависят только от радиуса вектора r. Поэтому $\mathrm{rot}\mathbf{u} = 0$ и можно ввести потенциал смещения согласно формуле $\mathbf{u} = \nabla\varphi = \mathbf{n}\partial\varphi/\partial r$. Подставив это выражение в уравнение (3) получим обычное волновое уравнение $c_l^2\Delta\varphi = \ddot{\varphi}$, которое для монохроматических волн сводится к уравнению Гельмгольца $\Delta\varphi + k_1^2\varphi = 0$. Использование же потенциала смещения φ в исходном уравнении (1) приводит после его интегрирования по пространственной координате к соотношению

$$\rho\ddot{\varphi} - \sigma_{ik} = C(t), \tag{4}$$

которое является аналогом уравнения Бернулли в гидродинамике. Здесь $C(t)$ "постоянная" интегрирования, зависящая от времени.

Во внешней области пузырька ($r \geq R$) сферически симметричное решение уравнения Гельмгольца с учетом условия на бесконечности записывается в следующем виде

$$\varphi = \varphi_0\left(j_0(k_1r) + \frac{f}{r}e^{ik_1r}\right) \tag{5}$$

Сферическая функция Бесселя нулевого порядка $j_0(k_1r) = \sin(k_1r)/(k_1r)$ возникает здесь в результате разложения падающей плоской волны по полиномам Лежандра. Амплитуда рассеяния f может быть выражена через изменение радиуса газовой полости δR с помощью граничного условия $\delta R = \delta u = (\partial\varphi/\partial r)_{r=R}$, выражающего равенство смещений на поверхности раздела фаз (при $r = R$) в отсутствие массопереноса. В длинноволновом приближении, когда имеет место неравенство $k_1R \ll 1$, искомая амплитуда оказывается равной $f \approx -R^2\delta R/\varphi_0$, причем ее мнимая часть оказывается пропорциональной $(k_1R)^3$.

Используя теперь равенство нормальных напряжений на поверхности пузырька, можно найти уравнение движения полости – аналог линейного уравнения Релея, применяемого в теории кавитации. В простейшем виде (без учета поверхностного натяжения и пр.) условие на границе записывается так: $\sigma_{rr} = -\delta p_г$, где $p_г$ – давление газа внутри пузырька. Из определения тензора напряжений (2) и условия $\delta R = (\partial\varphi/\partial r)_{r=R}$ следует, что нормальные напряжения в упругой среде при $r = R$ оказываются равными

$$\sigma_{rr} = -\rho\left(\omega^2\varphi + \frac{4c_t^2}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)_{r=R} = \rho\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}\right)_{r=R} - \frac{4\mu}{R}\delta R. \tag{6}$$

Что касается изменения давления газа внутри полости $\delta p_г$, то здесь мы найдем его в наиболее простом – адиабатическом – приближении. Как известно, если энтропия газа при колебаниях пузырька сохраняется, то изменение объема полости связано с давлением газа простым соотношением $pR^{3\gamma} = \mathrm{const}$, из которого следует, что

$$\delta p_г = \frac{3\gamma p}{R}\delta R = \frac{3\gamma p}{R}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)_{r=R}. \tag{7}$$

Величина γ равна здесь отношению удельных теплоемкостей газа $\gamma = c_p/c_v$. Теперь приравняем выражения (6) и (7) друг другу и найдем искомое уравнение для изменения радиуса полости в упругой среде δR:

$$\left[-\rho\omega^2(1 + ik_1R)R + \frac{4\mu}{R} + \frac{3\gamma p}{R}\right]\delta R = -\rho\omega^2\varphi_0. \tag{8}$$

Далее подставим выражение для δR, следующее из формулы (8), в найденное выше соотношение для амплитуды рассеяния звука $f = -R^2\delta R/\varphi_0$. В результате несложных преобразований найдем, что искомая амплитуда может быть записана в стандартной форме [6]

$$f = \frac{R}{\omega_0^2/\omega^2 - 1 - i\delta}. \tag{9}$$

Величина $\delta = k_1R$ соответствует здесь затуханию радиальных колебаний осциллятора и, как видно из вывода формул (8), (9), определяется исключительно потерями энергии в виде излучения акустических волн. Величина ω_0 имеет физический смысл резонансной частоты пузырька, но в отличие от газового пузырька, расположенного в жидкости, она равна теперь

$$\omega_0 = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{3\gamma p + 4\mu}{\rho}} \qquad (10)$$

Здесь p – статическое давление в газе. Напомним, что квадрат скорости сдвиговой волны в упругой среде, окружающей пузырек, равен $c_t^2 = \mu/\rho$, а квадрат скорости звука в газе $c_г$ может быть представлен в виде $c_г^2 = \gamma p/\rho_г$, где $\rho_г$ – плотность газа. Поэтому формулу (10) можно переписать также и в виде

$$\omega_0 = \frac{1}{R}\sqrt{3c_г^2\rho_г/\rho + 4c_t^2} \qquad (11)$$

Анализ выражений (10), (11) показывает, что при отсутствии в среде сдвиговых напряжений $c_t^2 = \mu/\rho = 0$ и тогда полученные выражения для резонансной частоты совпадают с известной минаертовской частотой колебаний пузырька в идеальной жидкости [5–10]. В другом предельном случае, когда внутри полости газ отсутствует ($\rho_г = 0$), найденные выражения совпадают с выражением для резонансной частоты полости внутри упругого тела [5, 8]. Формулы (10), (11) допускают обычные стандартные усовершенствования и усложнения, состоящие в учете поверхностного натяжения и явлений теплопереноса на границе раздела фаз. В этом случае в выражении для затухания δ появляется дополнительное слагаемое, связанное с теплопроводностью газа и твердого вещества, а в выражениях (10), (11) для резонансной частоты появляется обычный член, связанный с поверхностным натяжением на границе раздела газа с твердым телом. Без учета сдвиговых деформаций такие общие формулы приведены во многих работах [5–7].

Однако при рассмотрении особенностей распространения звука в биологической ткани нам необходимо, по-видимому, коснуться более подробно вопроса о связи напряжений, возникающих в среде, с деформациями. Напомним, что уравнение движения среды в обычной классической гидродинамике можно записать в виде, аналогичном уравнению (1). С учетом определения субстационарной производной это уравнение, называемое уравнением Навье–Стокса, записывается так:

$$\rho\frac{dv_i}{dt} = \frac{\partial\sigma_{ik}}{\partial x_k}, \quad \text{где} \quad \frac{dv_i}{dt} = \frac{\partial v_i}{\partial t} + v_k\frac{\partial v_i}{\partial x_k}. \qquad (12)$$

Однако в отличие от закона Гука (2) тензор напряжений σ_{ik} в жидкой среде выглядит теперь поиному:

$$\sigma_{ik} = -\rho\delta_{ik} + \sigma'_{ik},$$
$$\text{где} \quad \sigma'_{ik} = \eta\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ik}\frac{\partial v_n}{\partial x_n}\right) + \zeta\delta_{ik}\frac{\partial v_n}{\partial x_n}, \qquad (13)$$

η и ζ – коэффициенты сдвиговой и объемной вязкости, а $\mathbf{v} = d\mathbf{u}/dt$ – скорость частичек жидкости. В частности из уравнений (13) следует, что компоненты сдвиговых напряжений оказываются пропорциональными скоростям сдвиговых деформаций. Что же касается компонент объемных напряжений, то благодаря отсутствующему в теории упругого тела дополнительного уравнения непрерывности эти компоненты имеют еще и дополнительное слагаемое, пропорциональное самим объемным деформациям.

Как говорилось уже выше, реальные среды, такие как полимеры и биологическая ткань в частности, характеризуются комбинацией упругих и вязких свойств. Напряжение в таких средах зависит как от самой деформации, так и от ее производной по времени (а возможно и от производных деформации более высоких порядков). Такие тела называются вязкоупругими. Математическое описание вязкоупругих сред и моделирование их свойств осуществляется несколькими способами. В литературе наиболее часто используются две модели, известные под названием модели Максвелла и модели Фойгта, а также их формальное обобщение – модель Олдройда [1, 5, 13–15]. В модели Максвелла приложенное к среде сдвиговое напряжение действует одинаково как на упругий, так и на вязкий элемент, а их деформации или скорости изменения деформаций просто складываются. В модели же Фойгта считается наоборот – каждый элемент среды испытывает одинаковую деформацию, а суммируются приложенные к среде напряжения упругой и вязкой компонент. При этом необходимо отметить, что формально модели могут применяться как для сдвиговых компонент, так и для компонент сжатий, и в общем случае независимо друг от друга. Более того, в сумме компонент они могут применяться в разных сочетаниях.

Выделим теперь в общих выражениях (2) и (13) для тензора напряжений сдвиговую компоненту σ_{ik}^s. Тогда уравнения вязкоупругой среды в модели Максвелла, аналогичные закону Гука (2), записываются для сдвиговых деформаций следующим образом [1]:

$$\frac{\mu_\infty}{\eta}\sigma_{ik}^s + \frac{d\sigma_{ik}^s}{dt} = \\ = \frac{d}{dt}\mu_\infty\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ik}\frac{\partial u_l}{\partial x_l}\right). \qquad (14)$$

Величина μ_∞ соответствует здесь модулю сдвига идеального упругого твердого тела для бесконечно больших частот. Считается, что уравнение (14) хорошо описывает поведение как упругого тела, так и сильновязкой жидкости. В модели же Фойгта уравнение, аналогичное (14), записывается иначе:

$$\sigma_{ik}^{s} = \left(\eta\frac{d}{dt} + \mu_\infty\right)\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ik}\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right). \quad (15)$$

Что касается деформаций сжатия и растяжения σ_{ik}^{v}, то формально их можно рассмотреть также на основе этих моделей. Однако можно рассмотреть и такую обобщенную модель, в которой связь между упругими и вязкими элементами осуществляться более сложным образом

$$\left(1 + \frac{\zeta}{K_\infty}\frac{d}{dt}\right)\sigma_{ik}^{v} = \left(K_0 + \zeta\frac{d}{dt}\right)\delta_{ik}\mathrm{div}\mathbf{u}. \quad (16)$$

В этой модели, подобной модели Олдройда для сдвиговых напряжений, упругий элемент работает с модулем сжатия K_0, взятым при нулевой частоте, а вязкий элемент заменяется по существу максвелловским элементом, для которого справедливо модифицированное уравнение (14), записанное с учетом деформации сжатия.

Наиболее просто результаты, относящиеся к вязкоупругой среде, получаются в случае распространения монохроматических волн. В этом случае дифференциальный оператор d/dt, встречающийся в уравнениях (14)–(16), заменяется, как известно, на множитель $-i\omega$ и тогда все упомянутые уравнения сводятся фактически к исходному уравнению (2). Однако теперь в модифицированном законе Гука фигурируют эффективные модули. При этом в отличие от прежнего случая эффективные модули оказываются комплексными и зависящими от частоты падающего звука. Так, например, взяв комбинацию из уравнений (15) и (16), нетрудно получить, что

$$K_{\text{эфф}} = K_0\frac{1 - i\omega\zeta/K_0}{1 - i\omega\zeta/K_\infty}, \quad (17)$$

$$\mu_{\text{эфф}} = \mu_\infty(1 - i\omega\eta/\mu_\infty).$$

Заметим, что как установлено, модель Максвелла наиболее пригодна для описания распространения звука в сильновязких жидкостях. В то же время утверждается [1], что дополнительный учет статического модуля сдвига в модели Фойгта делает эту модель более подходящей для описания распространения звука в биологической ткани.

Перейдем теперь к распространению звука в рассматриваемой среде, когда в ней имеется множество газовых пузырьков, расположенных хаотически на длине волны. Будем считать, что расстояние между пузырьками много больше их размера. В этом случае учет многократного рассеяния может производиться обычным для пузырьковой среды способом и тогда распространение звука (среднего поля) будет описываться уравнением типа Фолди [6, 7]. Это уравнение приводит к дисперсионному уравнению, которое по форме выглядит так же, как и в случае жидкости

$$k_{\text{эф}}^2 = k_1^2 + 4\pi\int dRg(R)f(R); \quad n = \int dRg(R). \quad (18)$$

Здесь $g(R)$ – функция распределения пузырьков по размерам, n – их число в единице объема, $f(R)$ – найденная выше амплитуда рассеяния (9), а $k_{\text{эф}}$ – эффективное волновое число звуковых волн, распространяющихся в вязкоупругой среде с газовыми полостями. Мнимая часть этого числа определяет затухание волн и определяется как параметрами среды, так и характеристиками самих рассеивателей. Стандартный учет явлений теплопроводности упругой среды приводит к тому, что мнимая часть волнового числа k_1 отлична от нуля. Однако независимо от явлений переноса учет вязкоупругих свойств также приводит к появлению мнимой составляющей у k_1, поскольку волновое число определяется теперь комплексными модулями упругости (17). Существование мнимой части у амплитуды рассеяния (9) тоже приводит к дополнительному поглощению звука. Соответствующая добавка определяется затуханием радиальных колебаний осциллятора и в рассмотренном случае, когда потери колебательной энергии происходят в основном за счет излучения волн, $\delta = k_1R$. При условии сравнимости размера газовой полости с длиной тепловых волн в газе и упругой среде становится существенным теплообмен между пузырьком и окружающей его средой. В этом случае необходимо, как и в жидкости с пузырьками, более аккуратное вычисление величины δ. Без учета упругих свойств среды такие расчеты проведены, в частности, в работах [7, 10], а с учетом реологических свойств вязкоупругих сред наиболее точные вычисления представлены, например, в монографии [13]. Однако необходимо заметить, что довольно существенное "сдвиговое" слагаемое в формуле для резонансной частоты отсутствует даже в упомянутой работе [13]. Заметим также, что учет вязкоупругих свойств среды в формуле (9), связанный с перенормировкой (17) модуля сдвига, приводит к тому, что у резонансной частоты появляется мнимая составляющая. В конечном итоге это приводит к тому, что в выражении для затухания колебаний пузырька появляется дополнительное слагаемое и общие потери колебательной энергии оказываются равными $\delta = k_1R + 4\eta/(\rho\omega R^2)$. Отсюда следует, в частности, что затухание растет при уменьшении радиуса полости и при достижении им толщины вязкого слоя δ становится, как и в жидкости, порядка единицы.

Анализ формул (10), (11) показывает, что для существования резонансной частоты необходимо, во-первых, выполнение условия: $c_1 \gg c_t$. Однако и в этом случае отличие найденных здесь формул от классического выражения для минаертовской частоты может быть очень существенным ввиду малости отношения плотности газа к плотности упругой среды. Кроме того, в приложении использования рассчитанного значения резонансной частоты к реальным биологическим средам надо подходить весьма осторожно. Дело в том, что в общем случае биологические среды сильно неоднородны и к тому же обладают иерархической структурой. Это приводит к тому, что выбор реального значения модуля сдвига, необходимого для расчета, может оказаться не совсем простой задачей. Измеряемые в экспериментах значения модулей упругости отдельных образцов биологических тканей относятся в основном к образцам, имеющим макроскопические размеры. Пространственные масштабы таких образцов изменяются в основном от миллиметров до нескольких сантиметров. В том же случае, когда пространственная микроструктура неоднородной среды изменяется не очень существенно в большом пространственном диапазоне, экстраполяция экспериментальных данных вне измеренного диапазона может и не привести к большим ошибкам. Это относится, например, к плазме крови. Однако для зародышевых пузырьков и полостей с микронными и субмикронными размерами, находящимися, например, в митохондриях мышечных клеток, использование макроскопических модулей может привести к большим ошибкам. В этом случае среда, окружающая пузырек, может заведомо иметь характеристики отличные от макроскопических и даже описываться иными уравнениями. Поскольку при акустической кавитации размеры пузырьков могут изменяться в процессе их роста на несколько порядков, то неизбежен переход в субструктуры с новыми значениями упругих модулей. В этом случае корректное описание явления требует соответствующей корректировки и параметров среды.

Приведем теперь более общее, чем соотношение (8), уравнение движения газовой полости, когда на пузырек, расположенный в упругой среде, падает немонохроматическая звуковая волна

$$\rho R \delta \ddot{R} + \frac{4\mu + 3\gamma P}{R}\delta R = \rho \ddot{\varphi}_i(\mathbf{r}_0). \qquad (19)$$

При отсутствии в среде сдвиговых напряжений ($\mu = 0$) уравнение (19) совпадает с известным линеаризованным уравнением Релея для газовой полости, колеблющейся под действием звука в идеальной жидкости. В рамках приведенных выше уравнений для вязкоупругой среды, по-видимому, нетрудно получить и аналог нелинейного уравнения Релея, описывающего кавитационные явления в реальных жидкостях. Однако в отличие от жидкостей существенный рост линейных размеров полостей в реальных тканях связан с разрушением их структуры и описание этого явления выходит далеко за рамки теории вязкоупругих сред. Скорее всего, значительный рост размеров газовых полостей в рассматриваемых конденсированных средах при облучении их звуком вообще никак не связан с уравнениями гидродинамики и теорией вязкоупругих сред. При больших мощностях звука, возникающие в среде напряжения становятся больше критических, в результате чего вначале происходят деформации типа пластических, а затем образование каверн больших размеров. Общий скейлинговый подход, развитый в теории образования трещин в твердых телах [15], показывает, что для разрыва межмолекулярных связей в окрестности пузырька радиуса R требуется энергия, пропорциональная R^3. При этом в случае разрушения вещества высвобождается упругая энергия, которая пропорциональна R^2. Как видно, потенциальная энергия в этом случае имеет экстремум и существует критическое значение радиуса полости, начиная с которого происходит разрушение. Ниже этого значения пузырьки оказываются устойчивыми. Однако эти простые соотношения относятся строго говоря к пространственно однородному аморфному веществу. Поскольку же реальная ткань существенно неоднородна, то вряд ли разрушение ее структуры будет происходить одновременно по всей области, прилегающей к поверхности раздела фаз. Скорее всего, разрушение будет осуществляться в более мелких областях с неоднородной микроструктурой, примыкающих к поверхности полости. Для этого требуются значительно меньшие уровни звуковой мощности. При больших, но умеренных мощностях вблизи поверхности образуется гомогенизированный слой конденсированного вещества, но с разрушенной первоначальной структурой и этот переходный слой уже может быть описан в рамках теории сильновязких жидкостей.

В заключение еще раз отметим, что найденные выше изменения резонансных частот и рассмотренные особенности поведения пузырьков в биологических тканях могут оказаться существенными только в зависимости от конкретной экспериментальной ситуации. Весьма вероятно, что среда в окрестности пузырьков, пространственный масштаб которой не менее нескольких радиусов газовых полостей, оказывается жидкой. Тогда все явления, о которых говорилось выше, можно рассматривать в лучшем случае, как соответствующие поправки. Однако, при существовании в тех же пространственных областях структур, имеющих сдвиговые напряжения, рассмотренные явления могут оказаться и весьма существенными. Так, подстановка реальных макроскопических модулей для ряда биологических тканей в формулы (10), (11) приводит к величинам, значительно бо́льшим минаертовского значения резонансного радиуса. Весьма сомнительно, чтобы при рассмотрении даже обычных миллиметровых и субмиллиметровых пузырьков с размером порядка 10^{-1}–10^{-3} см, макроскопические модули сдвига (о которых говорилось выше) совпадали с реальными модулями в окружающей среде, действующими в масштабах данной экспериментальной ситуации. О зародышевых и микропузырьках, находящихся внутри клеток или их субструктур, вообще и не может быть речи. По крайней мере в ряде предельных случаев, когда рассматриваются, например, микропузырьки в митохондриях, сдвиговые напряжения скорее всего уменьшаются. В этих случаях можно считать, что среда вокруг микропузырьков с CO_2 является вязкой жидкостью, в которой плавают белковые молекулы и среда уже не обладает никакой устойчивой структурой. В связи с изложенным возникает следующее предложение. Определив экспериментально резонансную частоту и одновременно измерив радиус пузырька, можно вычислить реальный модуль сдвига в окрестности пузырька. Напомним здесь же, что выражение для резонансной частоты определяет не только осциллирующие параметры рассеянного звукового поля, но и такие усредненные по времени характеристики, как скорость роста среднего радиуса пузырька, его массообмен и пр.

Данная работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 95-02-03827, № 96-02-16561) и фонда CRDF (№ 2854).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Применение ультразвука в медицине. Физические основы. В кн. под ред. Хилла К. М.: Мир, 1989.
2. *Khizhnyak E.P., Pashovkin T.N., Watmough D.J.* Investigation of field distribution and absorption by IR – Thermovision, light scattering and phonophoresis methods. Proc. of the Intern. Symposium on the Mechanisms of Acoustical Bioeffects. Pushchino, May 14–18, 1990.
3. *Watmough D.J., Lakshmi R., Ghezzi F., Quan K.M., Watmough J.A., Khizhnyak E.P., Pashovkin T.N., Sarvazyan A.P.* The effect of gas bubbles on the production of Ultrasound Hyperthermia at 0.75 MHz: a Phantom Study // Ultrasound in Med. & Biol. 1993. V. 19. № 3. P. 231–241.
4. *Пашовкин Т.Н.* Исследование механизмов первичного взаимодействия ультразвуковых волн с биологическими тканями и модельными системами // Автореферат на соискание канд. дис. Пущино, 1997.
5. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория упругости. М.: Наука, 1987.
6. *Морс Ф.М., Фешбах Г.* Методы теоретической физики. М.: Изд-во иностранной литературы. 1960. Т. 2.
7. *Красильников В.А., Крылов В.В.* Введение в физическую акустику. М.: Наука, 1984.
8. *Исакович М.А.* Общая акустика. М.: Наука, 1973.
9. *Plesset M.S., Hsieh D.Y.* Theory of gas bubble dynamics in oscillating pressure fields // Phys. Fluids. 1960. V. 3. № 6. P. 882–892.
10. *Акуличев В.А., Алексеев В.Н., Буланов В.А.* Периодические фазовые превращения в жидкостях. М.: Наука, 1986.
11. *Сивухин Д.В.* Дифракция плоской звуковой волны на сферической полости // Акустический журн. 1955. Т. 1. № 1. С. 78–88.
12. *Тютекин В.В.* Рассеяние плоских волн цилиндрической полостью в изотропной упругой среде // Акустический журн. 1959. Т. 5. № 1. С. 106–110.
13. *Левицкий С.П., Шульман З.П.* Динамика и тепло-обмен пузырьков в полимерных жидкостях. Минск, 1990.
14. *Михайлов И.Г., Соловьев В.А., Сырников Ю.П.* Молекулярная акустика. М.: Наука, 1964.
15. *Marder M., Fineberg J.* How things break // Physics today. 1996. Sept. P. 24–29.

The Behavior of Gas Bubbles in Insonated Biological Tissue

V. N. Alekseev and S. A. Rybak

The behavior of gas bubbles in elastic media subjected to the action of sound has been considered. We obtained a simple expression for the resonance frequency of radial oscillations in such media and derived the dispersion equation. The viscoelastic properties of the medium were taken into account. The specific characteristics of cavitation induced in biological tissues by moderate and high sound intensities were considered.