

УДК 534.282

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СОЗДАНИЯ ЗВУКОПОГЛОЩАЮЩИХ МАТЕРИАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СРЕДЫ С КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОТНОСТЬЮ

© 1998 г. Р. Н. Викторова, В. В. Тютюкин

Акустический институт им. Н.Н. Андреева РАН

117036 Москва, ул. Шверника, 4

Поступила в редакцию 25.04.97 г.

Излагаются результаты теоретического и экспериментального исследования искусственных композитных сред, представляющих собой резиноподобный материал с твердыми массивными сферическими или цилиндрическими включениями. Показано, что в отличие от резиноподобных материалов с полостями, описываемых комплексной сжимаемостью, материалы с твердыми массивными включениями описываются комплексной плотностью. Приводится пример синтеза на основе материала с включениями сферической формы широкополосного поглотителя, свойства которого практически не зависят от статического давления.

Проблема создания искусственных композитных материалов, представляет интерес как с точки зрения теории [1–8], так и с точки зрения их практического применения. Так, композитные материалы, обеспечивающие эффективное звукопоглощение в широком диапазоне частот и статистических давлений, находят широкое применение в измерительной технике для облицовки стенок разного рода бассейнов и камер высокого давления [9, 10].

Используемые для этих целей звукопоглощающие материалы представляют собой, как правило, резиноподобный материал с полостями различных форм и размеров [2, 11]. Применение резиноподобных материалов обусловлено тем, что, обладая объемной упругостью, равной примерно объемной упругости воды, они имеют модуль сдвига, меньший на два порядка, при этом коэффициент сдвиговых потерь может иметь значения от 0.1 до 1. Такое соотношение между этими двумя модулями позволяет путем преобразования объемных деформаций в сдвиговые значительно изменить эффективные параметры исходного материала. Обычно этот эффект достигается созданием полостей, что позволяет получить комплексную сжимаемость с достаточно большой величиной коэффициента потерь.

К другому типу искусственных композитных материалов можно отнести так называемые бесполостные материалы, создаваемые на основе сред с комплексной плотностью [1, 5–7, 12, 13], в которых роль поглощающих элементов играют твердые массивные включения различных форм и размеров. Малость модуля сдвига резиноподобного материала и достаточная массивность включений обуславливают возможность резонансных эффектов в этих средах, так же как и в средах с

полостями. При этом, если в средах с полостями вблизи резонансной частоты наблюдается переход от упругой реакции к инерционной, то в средах с комплексной плотностью имеет место обратное явление – изменение инерционной реакции на упругую, что ведет к фактическому уменьшению эффективной плотности среды.

Однако следует иметь в виду, что степень преобразования звуковых волн в сдвиговые в искусственной среде при наличии полостей, обеспечивающих сжимаемость, пропорциональна величине λ/μ , где λ и μ – коэффициенты Ляме, а в среде с твердыми включениями – величине ρ_2/ρ_1 , где ρ_2 и ρ_1 – соответственно плотности резины и включений. Если считать, что концентрации полостей и включений одни и те же, то в первом случае отношение λ/μ составляет величину порядка нескольких сотен, а во втором – отношение ρ_2/ρ_1 на порядок меньше. Отмеченное обстоятельство приводит к определенным трудностям при создании эффективных звукопоглощающих материалов из элементов среды с массивными включениями. Тем не менее, проблема использования этого способа, принципиально отличающегося от применявшихся ранее, представляет большой теоретический и практический интерес.

Особенное значение эта проблема приобретает в случае необходимости сохранения высокой эффективности в широком диапазоне статических давлений, что практически невыполнимо для материалов, разрабатываемых на основе сред с комплексной сжимаемостью, так как свойства этих сред существенным образом зависят от размеров полостей, уменьшение которых под давлением приводит к расстройке звукопоглощающего материала и, соответственно, изменению его акустической эффективности.

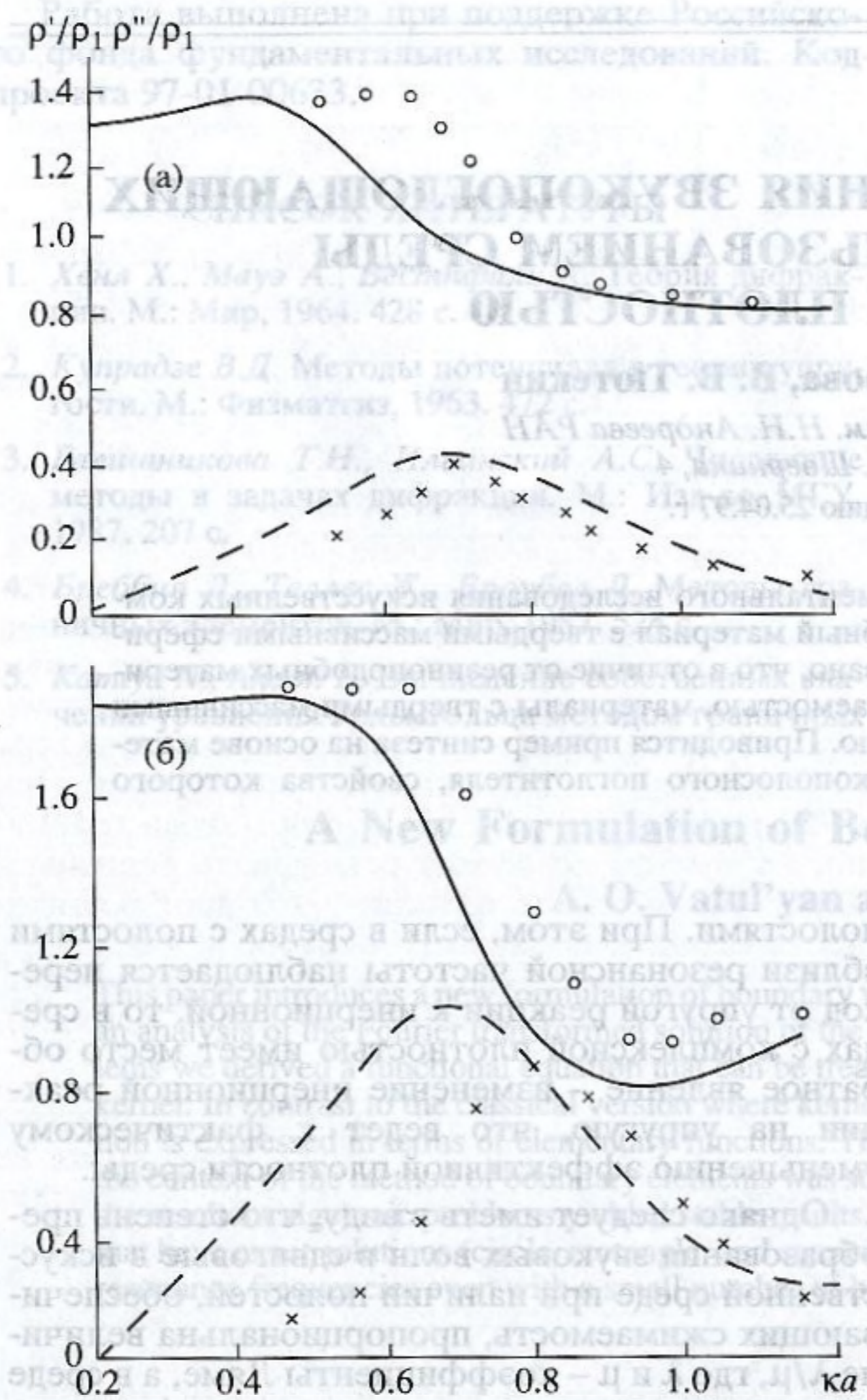


Рис. 1. Частотные характеристики действительной (ρ') и мнимой (ρ'') частей комплексной плотности искусственной среды со сферическими включениями при объемных концентрациях $\varepsilon = 0.036$ (а) и $\varepsilon = 0.082$ (б).

В процессе исследования бесполостных материалов с целью нахождения эффективных параметров такой среды было проведено детальное рассмотрение этого вопроса, как в рамках строгой теории [1, 5, 13], так и наглядной физической модели [14]. В этих работах были рассмотрены искусственные среды на основе резиноподобного материала с включениями двух наиболее характерных форм – сферической и цилиндрической, при следующих допущениях: радиусы включений a и расстояния между включениями s малы по сравнению с длиной продольной волны ($k_1 a \ll 1$, $k_1 s \ll 1$) и соизмеримы с длиной поперечной волны ($ka \leq 1$, $ks \leq 1$); здесь k_1 , k – волновые числа продольных и поперечных волн, соответственно. В этом случае среду можно считать макрооднородной и говорить об эффективных параметрах среды по отношению к продольной волне с учетом резонансных эффектов при колебаниях включений как целого.

Согласно работам [1, 5, 14], эффективная комплексная плотность среды с включениями сферической формы выражается формулой

$$\frac{\bar{\rho}}{\rho_1} = \rho' + i\rho'' = 1 + \frac{\varepsilon(\rho_2/\rho_1 - 1)}{1 - (ka)^2 / (ka)_p^2 + i[(ka / (ka)_p)^2 \eta' + ka]}, \quad (1)$$

где ρ_1 , ρ_2 – соответственно плотности резины и включений, $\varepsilon = Nv/V$ – коэффициент объемной концентрации, (N – число включений, v – объем включения, V – общий объем); $(ka)_p = \Psi(ka)_0$, $\eta' = \Psi\eta$, где η – коэффициент сдвиговых потерь, $\Psi = 1 + \frac{\eta}{2}(ka)_0$, $(ka)_0 = \sqrt{\frac{9\rho_1}{2\rho_2 + \rho_1}}$ – безразмерная резонансная частота без учета сдвиговых потерь.

Как видно из приведенных выражений, $(ka)_p$ определяется в основном отношением плотностей резины и включений ρ_2/ρ_1 ; при этом чем больше это отношение, тем меньше величина $(ka)_p$.

Слагаемое ka в знаменателе (1) возникает благодаря переходу энергии продольной волны в энергию поперечных волн, причем, чем меньше эта величина, тем резонанс острее. Такое же влияние оказывает на резонанс величина η' , практически эквивалентная коэффициенту сдвиговых потерь содержащей среды. К сказанному необходимо добавить, что наличие твердых массивных включений, движущихся как целое при распространении продольной волны, влияет лишь на эффективную плотность среды, оставляя практически неизменными ее упругие параметры.

На рис. 1 в качестве примера приведены расчетные значения действительной (ρ') и мнимой (ρ'') частей эффективной плотности для двух образцов искусственной среды со сферическими включениями одного радиуса, но с разными объемными концентрациями. В области малых значений ka эффективная плотность среды равна ее статическому значению

$$\rho_s = 1 + \varepsilon(\rho_2/\rho_1 - 1).$$

Затем происходит резкое уменьшение (ρ') вплоть до значений, меньших единицы, что связано с переходом от инерционной реакции к упругой, при этом мнимая часть (ρ''), пропорциональная эффективным потерям, имеет типично резонансный вид. Точке резонанса соответствует $\rho' = 1$ и максимальная величина эффективных потерь $\theta = \rho'/\rho''$.

Экспериментальное исследование свойств образцов искусственных сред с различными сочетаниями радиусов включений и их объемных концентраций в виде шайб стандартного диаметра производилось на установке “импульсная труба” [15], позволяющей измерять акустические импе-

дансы исследуемых образцов, откуда определились действительная и мнимая части комплексной плотности. В качестве исходного материала использовалась резина с соответствующими значениями упругих параметров при достаточно низких значениях коэффициента сдвиговых потерь, а в качестве включений – свинцовая дробь разных диаметров. (Отношение плотностей ρ_2/ρ_1 составляло величину порядка 10). При изготовлении образцов искусственной среды сырая резиновая масса, наполненная равномерно распределенными шариками одного диаметра, подвергалась вулканизации в стандартной прессформе.

Результаты эксперимента, соответствующие приведенным выше расчетным вариантам (точки и крестики рис. 1), свидетельствуют о хорошем качественном совпадении эксперимента с теорией. С целью получения количественных оценок были проведены измерения большого массива образцов с различными сочетаниями радиусов включений и объемных концентраций. На рис. 2 представлены расчетные (сплошные линии) и экспериментальные значения характерных параметров таких сред – коэффициента эффективных потерь в максимуме θ (а) и безразмерной резонансной частоты (б) в зависимости от коэффициента объемной концентрации ϵ для сферических включений разных диаметров (разные значки рисунков). При сравнении теоретических и экспериментальных данных (рис. 2а) наблюдается удовлетворительное совпадение до концентраций, не превышающих 0.1, и отставание роста экспериментальных значений эффективных потерь по мере увеличения объемной концентрации. Для безразмерной резонансной частоты $(ka)_p$, как видно из рис. 2б, области малых концентраций соответствует незначительное постоянное отклонение экспериментальных данных от расчетных, что может быть обусловлено либо неточным определением упругих параметров резины, либо особенностями процесса вулканизации при наличии включений, однако при объемных концентрациях больше 0.08–0.1 имеет место линейный рост значений $(ka)_p$.

Полученные результаты свидетельствуют о достаточно хорошем совпадении расчетных и экспериментальных данных в области малых концентраций, не превышающих 0.08–0.1. Увеличивающееся с ростом концентрации расхождение обусловлено, по-видимому, уменьшением расстояния между включениями s , а, следовательно, переходом от рассматриваемой области значений $ks \leq 1$ к области $ks \ll 1$, требующей специального теоретического рассмотрения.

Таким образом, проведенное экспериментальное исследование среды с массивными сферическими включениями в основном подтвердило выводы теории, однако выявленные в процессе исследований расхождения требуют ее уточнения в области повышенных концентраций.

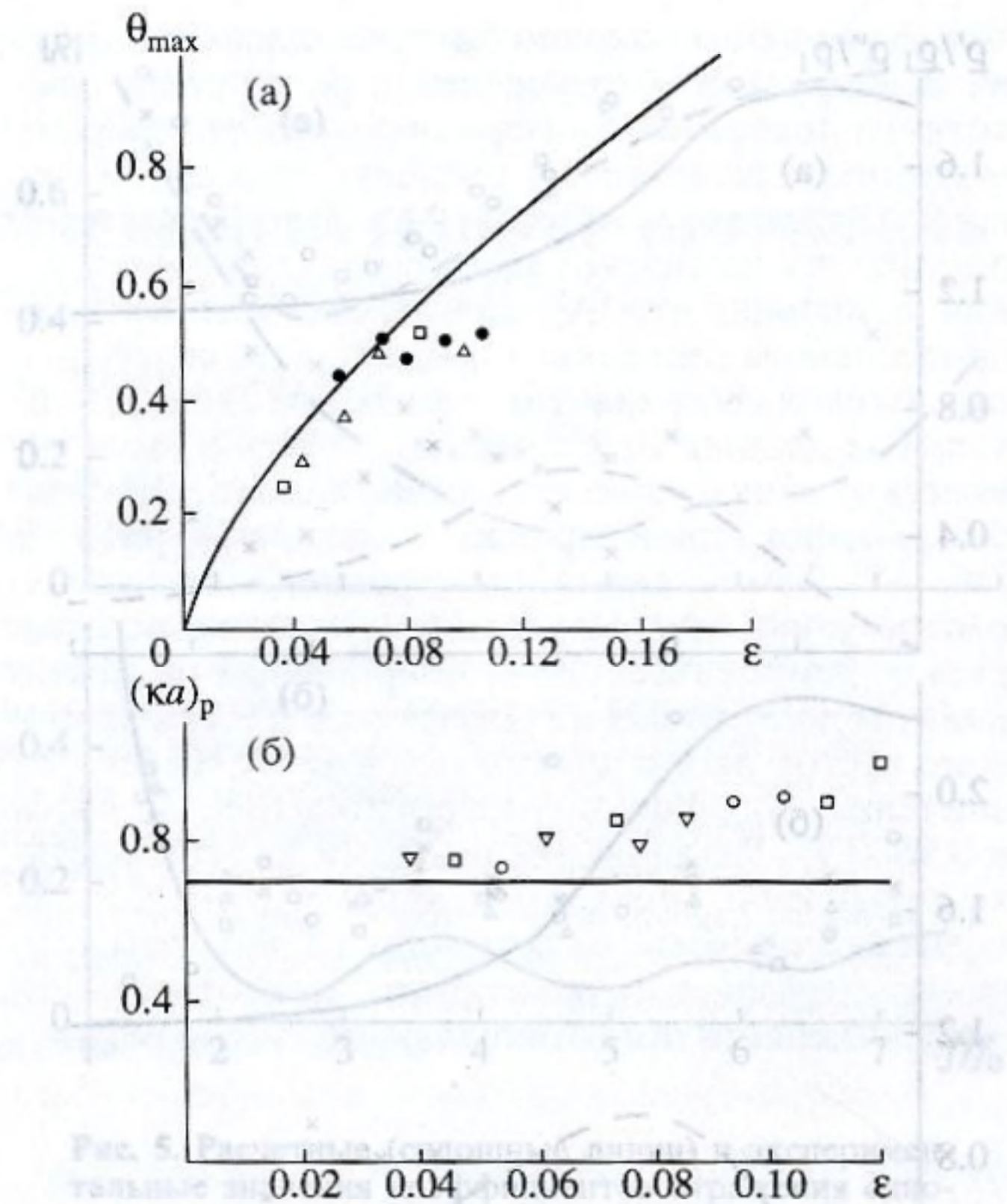


Рис. 2. Максимальные значения эффективных потерь в точке резонанса (а) и безразмерные резонансные частоты (б) в зависимости от объемной концентрации сферических включений.

Теоретическое исследование среды с твердыми массивными цилиндрами проводилось аналогично рассмотрению среды со сферическими включениями. С использованием тех же допущений было получено следующее выражение для эффективной плотности искусственной среды с цилиндрами бесконечной длины, размещенными рядами в резиноподобной среде параллельно фронту падающей плоской волны [13]):

$$\begin{aligned} \bar{\rho} &= \rho' + i\rho'' = \\ &= 1 + \epsilon(\rho_2/\rho_1 - 1) \frac{2 - \Phi(\bar{k}a)}{1 + \rho_2/\rho_1 - \Phi(\bar{k}a)} \end{aligned} \quad (2)$$

где ϵ – коэффициент объемной концентрации цилиндрических включений, a – их радиус, $\Phi(\bar{k}a) = \frac{4H_1(\bar{k}a)}{\bar{k}aH_0(\bar{k}a)}$, где $H_0(\bar{k}a)$ и $H_1(\bar{k}a)$ – функция Ханкеля первого рода.

На рис. 3 сплошной и пунктирной линиями представлены расчетные значения ρ' и ρ'' для свинцовых включений цилиндрической формы также для двух концентраций. Как и в случае сферических включений, их частотные характеристики имеют типично резонансный вид – значения

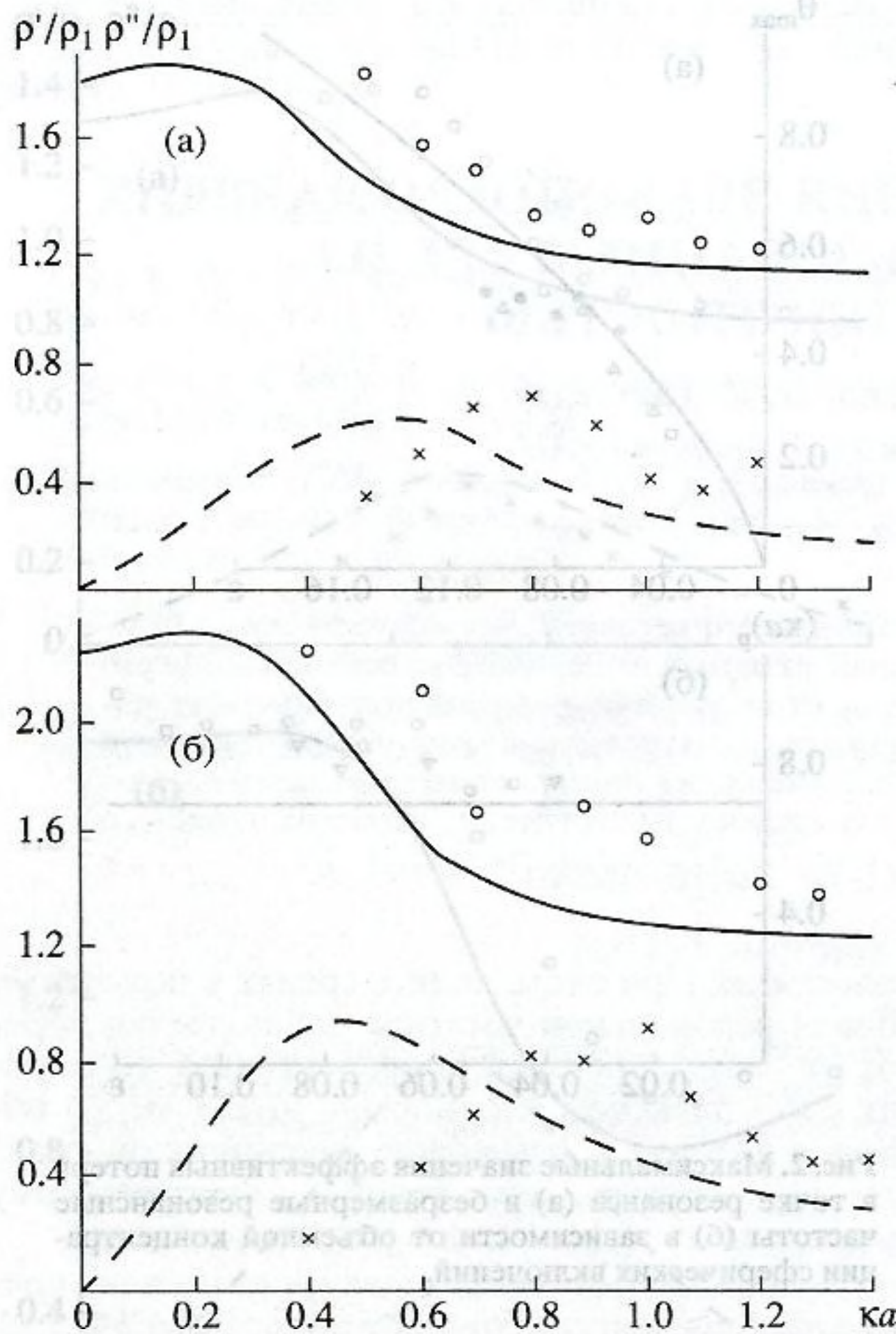


Рис. 3. Частотные характеристики комплексной плотности для включений цилиндрической формы при объемных концентрациях $\varepsilon = 0.09$ (а) и $\varepsilon = 0.14$ (б).

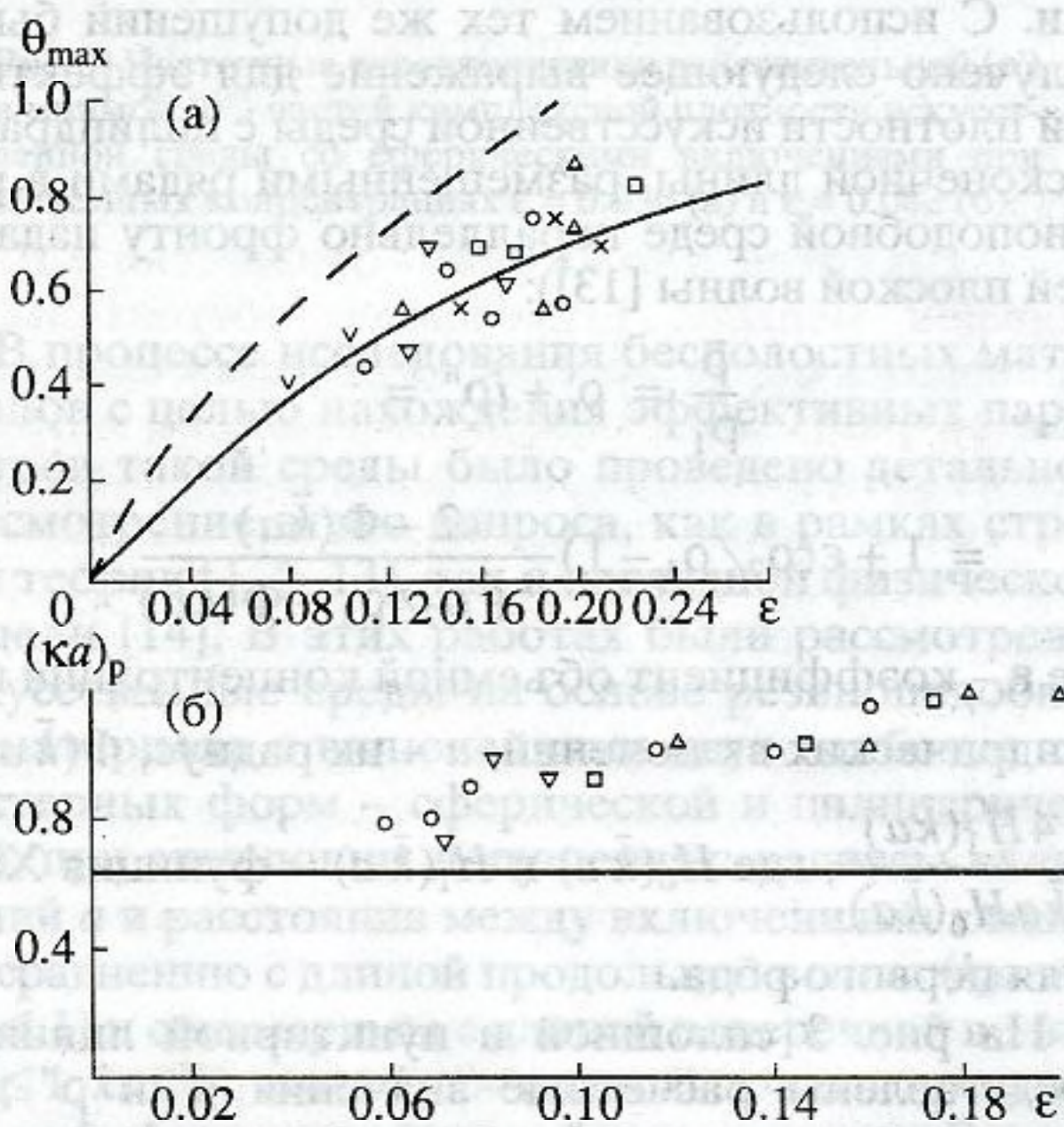


Рис. 4. Максимальные значения эффективных потерь (а) и безразмерные резонансные частоты (б) в зависимости от объемной концентрации цилиндрических включений.

ρ'' проходят через максимум, а ρ' , изменяясь от статического значения, задаваемого формулой (2) асимптотически приближается к $\rho' = 1$. Точке резонанса ρ''_{ii} соответствуют максимальные значения эффективных потерь.

На рис. 4а приведены теоретические значения эффективных потерь в максимуме для цилиндров в зависимости от объемной концентрации (сплошная линия). Здесь же пунктиром для сравнения нанесена аналогичная кривая рисунка 2а для сфер.

На рис. 4б сплошная линия соответствует расчетным значениям безразмерной резонансной частоты для цилиндров разных радиусов и объемных концентраций. Здесь следует отметить, что расчетные значения безразмерных резонансных частот для цилиндров и сфер практически совпадают.

Представленные кривые показывают большую эффективность сферических включений (рис. 4а). Однако следует отметить, что концентрации больше 0.1–0.12 практически для них недостижимы, в то время как для включений цилиндрической формы реально и легко реализуемы объемные концентрации порядка 0.25.

Экспериментальное исследование среды с цилиндрическими включениями проводилось на образцах из резины с такими же упругими параметрами, как и в случае сфер; металлические стержни цилиндрической формы размещались в слоях резины рядами параллельно друг другу.

В качестве примера на рис. 3 приведены результаты экспериментального исследования комплексной плотности образцов с объемными концентрациями включений 0.09 и 0.14, которые говорят о достаточно хорошем качественном соответствии теории и эксперимента.

Количественные сопоставления, так же как и в предыдущем случае, производились по значениям эффективных потерь в максимуме, полученным в результате измерений большой серии однородных образцов, отличающихся радиусом цилиндров, и их объемной концентрацией. На рис. 4а разными значками представлены усредненные значения максимума эффективных потерь, свидетельствующие о хорошем совпадении теоретических и экспериментальных данных во всем диапазоне изменения объемной концентрации. Однако для резонансных значений $(ka)_p$ (рис. 4б) наблюдается значительное систематическое отклонение экспериментальных данных от расчетных (также как и в случае сферических включений) до значений в два раза превышающих расчетные значения. Возможные причины наблюдаемого расхождения обсуждались выше.

Из приведенных результатов следует вывод, что однородные искусственные среды эффективны в сравнительно узком диапазоне частот. Создание широкополосных бесполостных звукопоглощающих материалов предполагает набор однородных акустических элементов с определенным

распределением резонансных частот. В основу синтеза таких материалов был заложен принцип минимизации коэффициента отражения согласно работам [16, 17]. В соответствии с этим методом синтез широкополосного звукопоглощающего материала заключается в подборе такого закона распределения включений (радиусов и концентраций) по толщине поглотителя, который обеспечивал бы по возможности более полное поглощение звуковой волны. При этом возможные законы должны быть подчинены некоторым дополнительным условиям, которые определяются физикой явления и возможностью практической реализации.

При выборе оптимального распределения включений по толщине поглощающего слоя мы ограничивались классом кусочно-постоянных функций, т.е. находили оптимальное распределение среди функций кусочно-постоянных на отрезке $0-L$, где L – общая длина поглотителя. Такое ограничение класса допустимых функций оправдано двумя причинами: во-первых, существенно упрощается задача выбора оптимального распределения; во-вторых, практическое выполнение кусочно-постоянных распределений значительно проще непрерывных, поскольку слой с кусочно-постоянным распределением по толщине можно собрать из слоев, каждый из которых содержит включения одного размера. Физически это соответствует тому, что синтезируемый материал должен состоять из n слоев одинаковой толщины с равномерным распределением по толщине каждого слоя включений определенного радиуса и концентрации.

Для количественной оценки эффективности поглотителя использовался следующий математический критерий оптимальности:

$$|R| = \int_{\omega_1}^{\omega_2} a(\omega) |R_n(\omega)| d\omega = \min,$$

где $|R_n|$ – модуль коэффициента отражения n -ого слоя, нагруженного на $(n - 1)$ слоев (нагрузка на 1-й слой отсутствует). ω_1, ω_2 – верхняя и нижняя частоты диапазона, $a(\omega)$ – весовой множитель, который принимался в виде $a(\omega) = \omega^{-1}$.

Синтез звукопоглощающего материала проводился на основе среды со сферическими включениями. Для расчета входных импедансов слоев использовались аналитические выражения комплексной плотности (1) с эмпирическими поправками, полученными в результате сопоставления теоретических и экспериментальных данных. Задача отыскания оптимального распределения сводилась к определению такого набора числа a, ϵ , удовлетворяющих условиям $a_{\min} < a_n < a_{\max}, \epsilon_n < 0.1$, которому соответствует минимальное значение критерия оптимальности. Задача решалась численно на ЭВМ.

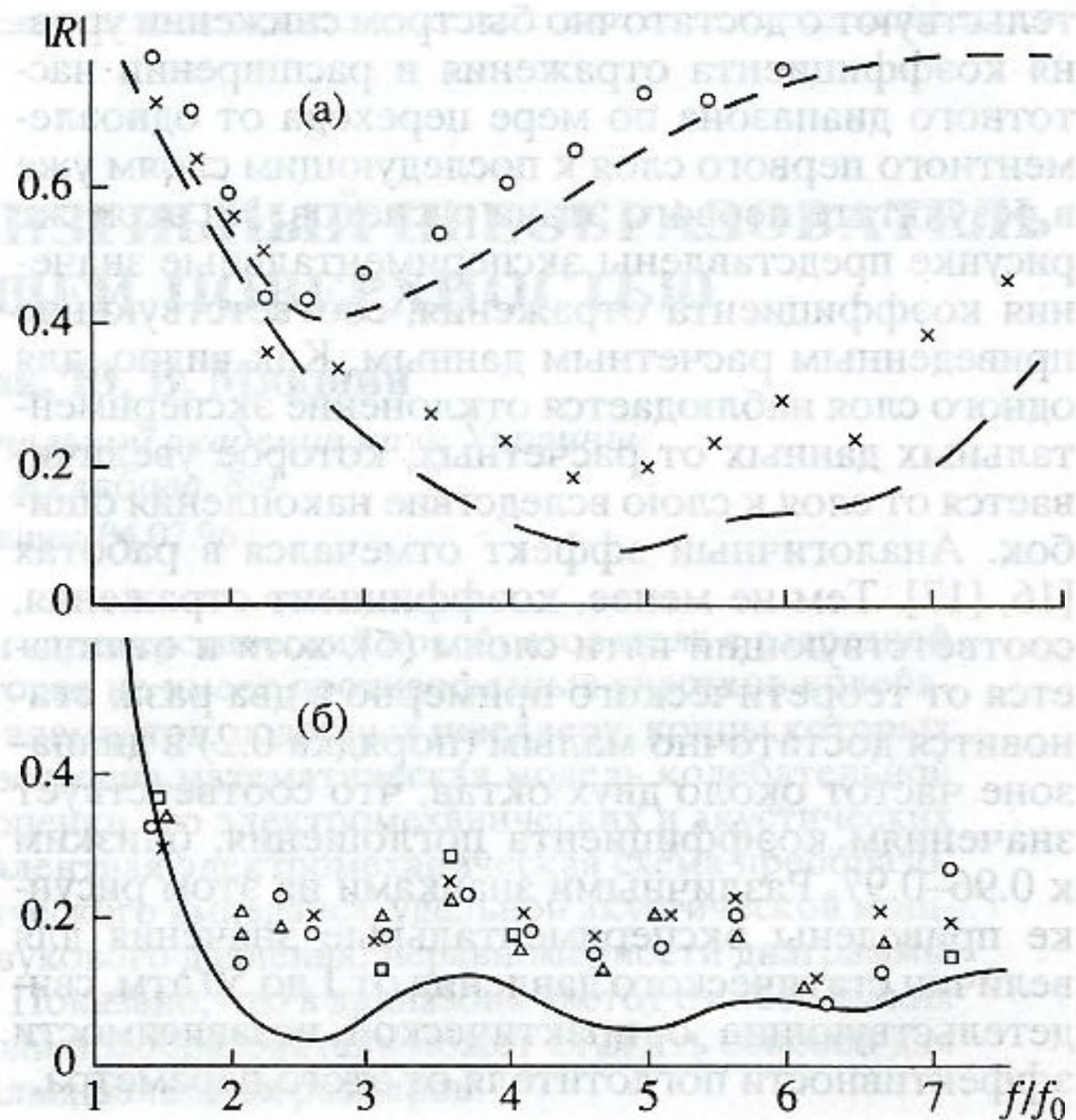


Рис. 5. Расчетные (сплошные линии) и экспериментальные значения коэффициентов отражения однослойного, трехслойного (а) и пятислойного (б) синтезированного звукопоглощателя в зависимости от безразмерной частоты (f_0 – нижняя частота диапазона).

Алгоритм решения заключался в поэтапном циклическом переборе параметров a_n, ϵ_n . Первый этап состоял в выборе параметров последовательно 1-го, 2-го и так далее до n -го слоя при отсутствии в каждом случае слоев высших номеров. В процессе такого перебора радиусы включений варьируются с шагом Δa , а концентрация ϵ , принимает все возможные значения с некоторым небольшим шагом $\Delta \epsilon$. После варьирования параметров n -го слоя первый этап расчета считается законченным.

Второй этап заключался в повторении описанных операций, где в качестве начальных параметров использовался набор таковых, полученный как результат первого приближения этапа расчетов. Если после очередного этапа расчетов получены параметры слоев, не отличающиеся от параметров предыдущего этапа, то это означает, что дальнейшая оптимизация невозможна и изменение параметров любого из слоев приведет к увеличению критерия оптимальности. Полученное в этом случае распределение следует считать оптимальным.

На рис. 5 в качестве примера представлены результаты 1-го этапа теоретических расчетов модуля коэффициента отражения пятислойного звукопоглощающего материала на основе искусственной среды со сферическими включениями. Приведенные на рисунке расчетные кривые свиде-

тельствуют о достаточно быстром снижении уровня коэффициента отражения и расширении частотного диапазона по мере перехода от одноэлементного первого слоя к последующим слоям уже в результате первого этапа расчетов. На этом же рисунке представлены экспериментальные значения коэффициента отражения, соответствующие приведенным расчетным данным. Как видно, для одного слоя наблюдается отклонение экспериментальных данных от расчетных, которое увеличивается от слоя к слою вследствие накопления ошибок. Аналогичный эффект отмечался в работах [16, [17]. Тем не менее, коэффициент отражения, соответствующий пяти слоям (б), хотя и отличается от теоретического примерно в два раза, становится достаточно малым (порядка 0.2) в диапазоне частот около двух октав, что соответствует значениям коэффициента поглощения, близким к 0.96–0.97. Различными значками на этом рисунке приведены экспериментальные значения для величин статического давления от 1 до 50 атм, свидетельствующие о практической независимости эффективности поглотителя от этого параметра.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чабан И.А. Метод самосогласованного поля в применении к расчету эффективных параметров микронеоднородных сред // Акуст. ж. 1964. Т. 10. № 3. С. 351–358.
2. Сивухин Д.В. Дифракция плоской звуковой волны на сферической полости // Акуст. ж. 1955. Т. 1. № 1. С. 78–75.
3. Viens M., Tsukahara Y., Jen C.K., Cheeke I.D.N. Leaky torsional acoustic modes in infinite clad rods // J. Acoust. Soc. Am. 1994. V. 95. P. 701–707.
4. Burridge R., de Hoop M.G., Hsu K., Le L., Norris A. Waves in stratified viscoelastic media with microstructure // J. Acoust. Soc. Amer. 1993. V. 94. P. 2884–2894.
5. Чабан И.А. Расчет эффективных параметров микронеоднородных сред методом самосогласованного поля // Акуст. ж. 1965. Т. 11. № 1. С. 102–108.

6. Викторова Р.Н., Вовк А.Е., Тютекин В.В. Неоднородные акустические среды с действительным значением волнового сопротивления при наличии потерь. Сибирское отделение РАН. Институт гидродинамики. 1992. Вып. 105.
7. Вовк А.Е., Викторова Р.Н., Голикова Т.Б. Исследование акустических характеристик композитных сред с комплексными значениями плотности и сжимаемости // Труды XI Всесоюзной Акуст. конф. М., 1991.
8. Varadan V.V., Yarg S.K., Varadan V.K. Rotation of elastic shear waves in lamination structurally chiral composites // J. Sound Vib. Baltimore H.D. 29–April 3 May. 1991. V. 159(3). P. 403–420.
9. Ричардсон И.Д. Некоторые вопросы прикладной акустики. М.: Воениздат, 1962.
10. Боббер Р. Акустические измерения. М.: Мир, 1974.
11. Тютекин В.В. Распространение упругих волн в упругой среде с цилиндрическими каналами // Акуст. ж. 1956. Т. 1. № 3. С. 295–301.
12. Викторова Р.Н., Тютекин В.В. Экспериментальное исследование искусственной акустической среды с комплексной плотностью // Труды VI Всесоюзной Акуст. конф. М., 1967.
13. Викторова Р.Н. Исследование искусственной акустической среды из резиноподобного материала с твердыми цилиндрическими включениями // Труды VIII Всесоюзной Акуст. конф. М., 1973.
14. Вовк А.Е., Викторова Р.Н. О возможности приближенного расчета эффективной плотности упругой среды с твердыми включениями // Труды Акуст. инст. Т. 10. 1971.
15. Агеева Н.С. Измерение акустических параметров материалов на ультразвуковых частотах при помощи импульсной труды // Акуст. ж. 1955. Т. 1. № 2. С. 110–120.
16. Тютекин В.В., Шкварников А.П. Синтез и исследование поглотителей изгибных волн в стержнях и пластинах // Акуст. ж. 1972. Т. 18. № 3. С. 441–447.
17. Кашина В.И., Тютекин В.В., Шкварников А.П. Синтез и исследование поглотителей продольных волн в стержнях и пластинах // Акуст. ж. 1970. Т. 16. № 2. С. 257–263.

Physical Foundations for Synthesis of Sound Absorbers Using a Complex-Density Composites

R. N. Viktorova and V. V. Tyutekin

The paper sums up a theoretical and an experimental study into man-made composites made up of a rubber-like material and substantial solid spherical or cylindrical inclusions. It is shown that in contrast to rubber-like materials with voids, which can be described using the notion of complex compressibility, composites with solid substantial inclusions can be described using the notion of complex density. An example is given where a broadband absorber whose properties are virtually independent of static pressure is synthesized using a composite with spherical inclusions.