АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1999, том 45, № 2, с. 274–277

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 534

ВОЗБУЖДЕНИЕ КОНИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ ОСЦИЛЛИРУЮЩИМИ СИЛОВЫМИ ИСТОЧНИКАМИ, ДВИЖУЩИМИСЯ ПАРАЛЛЕЛЬНО И НОРМАЛЬНО К ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД

 Ю. М. Заславский

Институт прикладной физики РАН
603600 Н. Новгород, ул. Ульянова, 46
e-mail: zaslaw@hydro.appl.sci-n.nov.ru

Поступила в редакцию 20.10.97 г.

В настоящее время, как известно, широкое применение в сейсмике и сейсморазведке недр нашли конические, или боковые волны, или волны Минтроппа, именуемые сейсмиками преломленными. На основе их использования существует известная, так называемая методика "сейсморазведки преломленными волнами" для проведения сейсмопрофилирования, например, верхней части разреза грунта [1]. Для возбуждения сейсмических колебаний, среди которых нас будут интересовать лишь преломленные волны, в натурных условиях, как правило, применяют источники осциллирующей силы, устанавливаемые на поверхности грунта и обеспечивающие циклическое силовое воздействие, с нормальной ориентацией к свободной границе. Однако существующие силовые вибраторы при их практическом применении используют только как стационарные, неподвижные источники колебаний [2]. Вероятно, для целого ряда задач практики представляет значительный интерес установка вибратора на подвижную основу, причем не для транспортирования с одного места работы на другое, а с целью виброизлучения в процессе движения с одновременной текущей обработкой и анализом сейсмосигналов в реальном времени. При этом регистрация сигналов должна осуществляться традиционно на сейсмическую антенну, вблизи которой может происходить движение силового виброисточника. Не представляет принципиальных затруднений также осуществить движение вибратора внутри вертикальной скважины с последующим приемом сигналов либо на горизонтальную, либо на вертикальную цепочку геофонов, как это делается при вертикальном сейсмопрофилировании.

Несмотря на существующие классические исследования, касающиеся характеристик конической волны [3–5], вопрос о возбуждении такой волны движущимся источником осциллирующей силы пока не нашел широкого освещения в литературе. Однако очевидно, что движение источника должно обеспечить различное допплеровское смещение частоты для волн, преломленных различными границами, разделяющими слои с резким контрастом упругих параметров. Современные средства обработки вполне приспособлены для различения фазовых и частотных вариаций в сигнале, вызванных совместным, т.е. перекрывающимся во времени приходом преломленных волн, бегущих вдоль разных границ в земной среде. Поэтому цель работы состоит в проведении количественных расчетов некоторых особенностей боковой волны, возбуждаемой в простейшей структуре, состоящей из двух сред, контактирующих вдоль плоской границы, в применении к случаю движущегося источника переменной силы. Представляется целесообразным рассмотреть случаи движения точки приложения вертикально ориентированной силы с направлением вектора скорости как параллельно границе раздела сред, так и перпендикулярно ей. В обоих случаях будет рассмотрено дозвуковое движение источника в верхней менее упругой среде, причем предполагается провести анализ только в рамках скалярного описания акустических волн сжатия (продольных волн).

Следует отметить, что решение аналогичной задачи с неподвижным источником гармонической осциллирующей силы изложено в ряде работ [3–5], причем очень удобным оказывается описание поля волновых перемещений в том числе для нелучевой – конической волны в виде интегрального представления с последующим применением асимптотических методов вычисления интегралов. В частности, вычисление характеристик указанной волны сводится к оценке интеграла, соответствующего некоторому ограниченному участку контура интегрирования вблизи особой точки – точки ветвления, содержащейся в выражении для коэффициента отражения плоской волны сжатия от границы раздела. Участок контура, как известно, лежит на самом нижнем римановом листе в комплексной плоскости волнового вектора k на действительной оси между точками $k = 0$ и $k = \omega/c_2$, где ω – циклическая частота гармонического процесса, c_2 – скорость распространения волны сжатия в нижней более жесткой среде. Наличие точки ветвления обусловлено корневой зависимостью, через которую выражаются косинусы углов падения и прохождения волны. При этом, обращение последнего в нуль и происходит в указанной особой точке на действительной оси плоскости k [4].

Обратимся к анализу первого варианта задачи, когда происходит нормальное к границе движение источника осциллирующей силы, т.е. в случае параллельности векторов силы и скорости. Считаем, что источник и приемник располагаются в верхней среде. Приемник будет описываться координатами (x, y, z), источник характеризуется мгновенными координатами – $(0, 0, h + Vt)$, а граница задана плоскостью $z = 0$. Разлагая вектор силы в интеграл Фурье по пространственным координатам и времени, можем написать:

$$F(k_x, k_y, \varpi) = (F_0/8\pi^3)\delta(\varpi - \omega - V\sqrt{\omega^2/c_1^2 - k^2}), \tag{1}$$

где F_0 – амплитуда силы, δ – дельта-функция аргумента, помещенного внутри круглых скобок, c_1 – скорость акустической волны в верхней – менее жесткой среде, ϖ, k_x, k_y – переменные интегрирования по частоте и компонентам волнового вектора, причем $k_x^2 + k_y^2 = k^2$. При дальнейших вычислениях потребуется также выражение для коэффициента отражения плоских упругих P-волн:

$$K = -4\rho_1 c_1 \cos i_2/\rho_2 c_2\sqrt{1 - c_1^2/c_2^2}, \tag{2}$$

где ρ_1, ρ_2 – плотности верхней и нижней сред, а также обозначено, что i_1 и i_2 – углы падения и прохождения волны и сразу использовано, что $\cos i_1 = \sqrt{1 - c_1^2/c_2^2}$. При расчетах далее будет учтено то обстоятельство, что лучи во второй – нижней среде идут практически параллельно границе, так что $\cos i_2$ близок к нулю, в связи с чем его явное выражение будет задано в виде функции k-переменной интегрирования $\cos i_2 \approx \sqrt{2(1 - c_2 k/\omega)}$ [4]. Заметим еще, что система отсчета или наблюдения в рассматриваемом случае связана с неподвижной средой в предположении о следующем расположении и направлении координатных осей: Z – по вертикали в сторону от границы и прямо параллельно положительному значению вектора скорости V, а X, Y – в плоскости раздела. В этом случае выражение для вертикальной компоненты колебательного смещения может быть представлено общим выражением:

$$U_z = (F_0/4\pi^2\rho_1)\iiint_{-\infty}^{\infty}\{K\delta(\varpi - \omega - V\sqrt{\omega^2/c_1^2 - k^2})/\varpi^2\}\exp\left\{i\left[(k_x x + k_y y) + |z+h| \times \sqrt{(\omega + V\sqrt{\omega^2/c_1^2 - k^2})^2/c_1^2 - k^2} - \varpi t\right]\right\}dk_x dk_y d\varpi. \tag{3}$$

Интегрирование по частоте ϖ выполняется без осложнений ввиду наличия δ-функции. Последующая замена k_x, k_y через $k, \varphi : k_x = k\cos\varphi$, $k_y = k\sin\varphi$ и интегрирование по φ (например, методом стационарной фазы) позволяет привести выражение к однократному интегралу по k. Асимптотическая оценка оставшегося интеграла вблизи ранее упоминавшейся особой точки $k = \omega/c_2$ далее оказывается возможной в предположении малых значений числа Маха $V/c_1 \ll 1$. В итоге можно прийти к окончательному выражению для z-компоненты колебательного смещения в боковой волне, генерируемой движущимся перпендикулярно границе источником:

$$U_z = \{F_0/\pi\omega'\rho_2 c_2(1 + (V/c_1)\sqrt{1 - c_1^2/c_2^2})\sqrt{rL^3}\} \times \exp[-i\omega'\{t - (L/c_2) - (|z+h|/c_1\sqrt{1 - c_1^2/c_2^2})\}], \tag{4}$$

где

$$\omega' = \omega(1 + (V/c_1)\sqrt{1 - c_1^2/c_2^2}),$$

$$L = r - |z+h|\operatorname{tg} i_1.$$

Из формулы (4) следует, что допплеровское смещение частоты положительно при удалении источника от границы и отрицательно в обратном случае и определяется зависимостью $\delta\omega = \omega(V/c_1)\sqrt{1 - c_1^2/c_2^2}$. В отношении амплитудного фактора та же формула предсказывает уменьшение интенсивности возбуждения волны в случае движения в противоположную сторону от границы, т.е. при положительных значениях скорости, по сравнению с движением в направлении границы.

Второй вариант задачи, имеющий отношение к движению вдоль границы источника вертикально ориентированной осциллирующей силы, отличается тем, что при анализе этой задачи более удобным является переход в движущуюся систему отсчета: $x - Vt = r\cos\psi$, $y = r\sin\psi$, с тем же как и прежде направлением оси Z. Логично предположить, что в этой системе приемник будет воспринимать исходную частоту ω, генерируемую источником. Однако о величине доплеровского частотного смещения в системе, связанной со средой, можно будет судить на основе анализа волнового числа k во вновь выбранной отсчетной системе. Нетрудно показать, что Фурье-трансформанта движущегося силового вектора будет иметь в данном случае следующий вид:

$$F(k_x, k_y, \varpi) = (F_0/4\pi^2)\delta(\varpi - \omega - k_x V). \quad (5)$$

Промежуточные вычисления настоящего раздела полностью аналогичны предыдущим, так что, например, при интегрировании по φ, как и прежде следует учитывать только единственную стационарную точку $\varphi = \psi$, соответствующую волнам, уходящим от источника на бесконечность. В результате нетрудно прийти к тому, что особой точкой при последующем интегрировании по k становится точка ветвления $k = \omega/c_2\ (1 - V\cos\psi/c_2)$. Проводя идентичные предыдущему случаю вычисления – асимптотическую оценку интеграла по k, приходим к соответствующему выражению для вертикальной составляющей колебательного перемещения в искомой волне:

$$U_z = \{F_0(1 - V\cos\psi/c_2)/\pi\rho_2 c_2\omega\sqrt{rL^3}\}\times$$
$$\times\exp[-i\{\omega t - \omega(L/c_2 + \quad (6)$$
$$+|z+h|/c_1\sqrt{1 - c_1^2/c_2^2})/(1 - V\cos\psi/c_2)\}].$$

Представленное в (6) выражение корректно также при малых значениях числа Маха $V/c_1 \ll 1$.

Из формулы (6) вытекает наличие азимутальной зависимости в величине доплеровского смещения частоты, что следует из рассмотрения фактора пространственной периодичности, о чем утверждалось выше. Азимутальная зависимость присутствует также в амплитуде возбуждения, причем распространяющаяся в том же что и источник направлении волна имеет низшую амплитуду по сравнению с волной, бегущей в противоположном направлении.

Коснувшись случаев движущихся источников осциллирующей силы, которые в каждый момент времени характеризуются некоторой фиксированной в пространстве точкой приложения, можно распространить рассмотрение на гипотетический "разбегающийся" источник гармонически осциллирующей силы, геометрическим местом приложения которой является кольцо с равномерно расширяющимся во времени радиусом. Плоскость, в которой лежит тонкое кольцо, параллельная границе раздела сред и располагается в менее упругой верхней среде на некотором удалении от граничной плоскости. Будучи просуммированной по всей длине кольца, амплитуда силы остается неизменной. В этом случае, вновь используя неподвижную систему отсчета, связанную с точкой зарождения источника, также удается получить решение задачи при не слишком близких к нулю скоростях расширения кольца на временах, превышающих время вступления фронта конической волны в точку наблюдения. Решение может быть записано в следующем виде:

$$U_z = F_0(1 - V/c_2)/\omega\rho_2 c_2(2\pi)^{5/2}\times$$
$$\times\sqrt{rL^3\omega(t - t_h)V/c_2}\times \quad (7)$$
$$\times\exp[-i\pi/4 + \omega(t - t_h)/(1 - V/c_2)],$$

где $t_h = L/c_2 + |z+h|/c_1\sqrt{1 - c_1^2/c_2^2}$.

Доплеровское смещение в этом случае описывается фактически аналогичным фактором: $\omega/(1 - V/c_2)$. Заметим, что сходное по форме выражение допплеровского смещения частоты, связанное с движением источника, характерно и для обычных акустических волн, бегущих по среде "вдоль лучей" с некоторой скоростью, например c_1, а также и для рэлеевской волны, бегущей вдоль поверхности полуограниченной упругой среды [6–8]. Для конической волны именно скорость c_2 определяет частотное смещение. Кроме того, даваемые формулами (6), (7) доплеровские сдвиги частот только при малых значениях скорости движения источника будут совпадать по форме с таким же фактором, соответствующим обычной акустической лучевой волне. Поскольку найденные выражения получены при условии малых чисел Маха, нетрудно предположить, что в общем случае отмеченного сходства уже может не быть как в выражении для доплеровского смещения частоты, так и в амплитудной зависимости. Тем более это относится к случаю движения в направлении, нормальном к границе. Итак, даже в рамках принятых ограничений на числа Маха, наиболее интересным итогом является установленное отличие в доплеровском смещении в случаях движения вдоль и поперек границы раздела сред, а также несколько иное, чем у лучевых акустических волн влияние движения источника на амплитудную зависимость их возбуждения. Для последних характерна большая амплитуда волн, бегущих в направлении движения источника.

В заключение следует сказать, что при наличии отражения, преломления и рефракции в слоистой среде волновая картина, порождаемая движущимся источником, может значительно усложниться по сравнению с картиной поля неподвижного источника. При этом, если в случае распространения по лучевым законам геометрической акустики их анализ и оценка ведется по в принципе известным формулам [9], то для нелучевого поля такой расчет потребует некоторой коррекции в соответствии с представленными формулами. Таким образом, в применении к нелучевому волновому распространению влияние доплер-эффекта, как видно из изложенного выше, имеет некоторые особенности, учет которых интересен как в принципиальном, так и в практическом отношении. Поскольку в сейсморазведке конические – преломленные волны, как отмечено выше, имеют важное практическое значение, то полученные результаты, вероятно, могут представлять наибольший прикладной интерес именно в этой области, например, если использовать в качестве сейсмоисточника те или иные движущиеся транспортные средства.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта № 96-02-17472).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Горяинов Н.Н., Ляховицкий Ф.М.* Сейсмические методы в инженерной геологии. М.: Недра, 1979. 143 с.
2. *Шнеерсон М.Б., Майоров В.В.* Наземная сейсморазведка с невзрывными источниками колебаний. М.: Недра, 1980. 206 с.
3. *Бреховских Л.М., Годин О.А.* Акустика слоистых сред. М.: Наука, 1989. 416 с.
4. *Аки К., Ричардс П.* Количественная сейсмология. Теория и методы (в двух томах). М.: Мир, 1983. 520 с., 360 с.
5. *Авербух А.Г.* Интерпретация материалов сейсморазведки преломленными волнами. М.: Недра, 1975. 223 с.
6. *Заславский Ю.М.* Об особенностях рэлеевских волн, возбуждаемых равномерно движущейся по поверхности осциллирующей силой // Акуст. журн. 1988. 34. № 3. С. 536–538.
7. *Заславский Ю.М.* К теории акустического излучения развивающихся трещин // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. 1989. № 10. С. 95–98.
8. *Morse P.M., Ingard K.U.* Theoretical Acoustics / Mc. Grow-Hill, 1968.
9. *Блохинцев Д.И.* Акустика неоднородной движущейся среды. М.: Наука, 1981. 208 с.