АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1999, том 45, № 2, с. 278–280

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 534.231

ПОЛЕ НАПРАВЛЕННОГО ГИДРОАКУСТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ В ВОЛНОВОДЕ ПЕКЕРИСА

© 1999 г. А. Н. Степанов

Самарский государственный университет
443011 Самара, ул. акад. Павлова, 1
e-mail: stepanov@ssu.samara.ru

Поступила в редакцию26.02.98 г.

Как известно, потенциал поля монопольного (ненаправленного) гидроакустического излучателя в неограниченном пространстве имеет вид $\psi_0 = \exp(ikr)/r$, где r – расстояние от излучателя до точки наблюдения. Приведенное в [1] интегральное представление потенциала поля такого излучателя, находящегося в однородном плоскопараллельном волноводе, использовать для непосредственного расчета поля довольно сложно. Поэтому на практике применяются различные способы вычисления контурных интегралов, входящих в это представление. В частности, в [1] показано, что использование теории вычетов приводит к модовому представлению поля, а использование метода перевала дает простые вычислительные соотношения и неплохую точность расчетов.

Аналогичные способы расчета используются и при изучении полей, создаваемых в волноводах направленными излучателями. Так, например, в [2] показано, что аксиально несимметричное поле, возбуждаемое цилиндрическим буровым инструментом, смещенным относительно оси скважины, может быть представлено в виде совокупности полей, созданных мультиполями разного порядка, и кроме того обсуждаются способы расчета такого поля. А в [3] приведено модовое представление поля произвольного направленного излучателя в неоднородном полупространстве, полученное с помощью функции Грина.

В [4] показано, что в качестве модели для произвольного направленного излучателя конечных размеров при некоторых предположениях можно использовать направленный точечный мультипольный источник, потенциал ψ_0 которого в неограниченном однородном пространстве имеет вид

$$\psi_0(r, \theta, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n} C_{nm} h_n^{(1)}(kr) \times \\ \times P_n^{|m|}(\cos\theta)\exp(im\varphi),$$

где r, θ, φ – сферические координаты точки наблюдения, центр системы координат совмещен с излучателем, C_{nm} – комплексные мультипольные моменты, определяющие направленные свойства источника, $h_n^{(1)}(kr)$ – сферические функции Бесселя третьего рода порядка n, $k = \omega/c$, ω – круговая частота, c – скорость звука в среде, $P_n^{|m|}$ – присоединенные полиномы Лежандра. В [4] приведено также интегральное представление для потенциала поля точечного направленного источника в однородном неограниченном пространстве и в однородном плоскопараллельно волноводе, а в [5] – полученное с его помощью модовое представление поля в волноводе. Представляет интерес получение выражений для поля такого излучателя на основе метода перевала.

Интегральное представление из [4] для потенциала поля ψ_1 направленного источника в волноводе может быть записано в более удобной для указанной цели форме

$$\psi_1(r, \theta, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n} D_{nm}\exp(im\varphi) \times \\ \times \int_{-\pi/2+i\infty}^{\pi/2-i\infty} H_m^{(1)}(k\rho\sin\beta)P_n^{|m|}(\cos\beta)F(\beta)\sin\beta d\beta, \quad (1)$$

где $D_{nm} = C_{nm}\exp(i\pi(m-n)/2)/2$, $H_m^{(1)}$ – функция Ханкеля первого рода порядка m, $\rho = r\sin\theta$ – горизонтальное расстояние до точки наблюдения,

$$F(\beta) = \sum_{l=0}^{\infty}\sum_{j=1}^{4} \chi_{nmj}\exp(b|z_{lj}|)V_1^{L_i}(\beta)V_2^{K_j}(\beta),$$

$\chi_{nmj} = 1$ для $j = 1$ и 4; $\chi_{nmj} = (-1)^{n+|m|}$ для $j = 2$ и 3; $b = ik\cos\beta$; $z_{l1} = -2lh + z - z_0$, $z_{l2} = -2(l+1)h + z + z_0$, $z_{l3} = 2lh + z + z_0$, $z_{l4} = 2(l+1)h + z - z_0$, $l = 0, 1, \ldots$; $z = r\cos\theta$, $0 \le z \le h$, z – горизонт точки приема; $z_0 = r\cos\theta_0$, $0 \le z_0 \le h$, z_0 – горизонт излучателя в системе декартовых координат, связанной с верхней границей волновода и осью OZ, направленной к его нижней границе; h – толщина волновода; $L_j = l$ для $j = 1$ и 3; $L_j = l + 1$ для $j = 2$ и 4; $K_j = l$ для $j = 1$ и 2; $K_j = l + 1$ для $j = 3$ и 4; $V_1(\beta)$ и $V_2(\beta)$ – коэффициенты отражения плоских волн соответственно от нижней и верхней границ волновода для угла падения β.

Сохраняя в известном асимптотическом разложении функции Ханкеля два члена, приведем выражение для потенциала поля ψ_1 к форме, удобной для применения метода перевала

$$\psi_1 = \sqrt{\frac{2}{\pi k\rho}}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n} D_{nm}\exp(i(m\varphi - \pi m/2 - \pi/4))\times \times\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{j=1}^{4}\chi_{nmj}I_{nmlj}, \tag{2}$$

где $I_{nmlj} = \int_{-\pi/2+i\infty}^{\pi/2-i\infty}\exp(k\, r_{lj}f(\beta))F(\beta)d\beta$; $r_{lj}^2 = \rho^2 + z_{lj}^2$; $f(\beta) = i\cos(\theta_{lj} - \beta)$ для $0 \le \theta_{lj} \le \pi/2$, и $f(\beta) = -i\cos(\theta_{lj} + \beta)$ для $\pi/2 \le \theta_{lj} \le \pi$; $F(\beta) = \left(1 + i\dfrac{m-1}{8kr_{lj}\sin\theta_{lj}\sin\beta}\right)P_n^{|m|}(\cos\beta)V_{lj}(\beta)\sqrt{\sin\beta}$; $V_{lj} = V_1^{L_j}(\beta)V_2^{K_j}(\beta)$, $l = 0, 1, 2, \ldots$; $j = 1$–4. В (2) роль большого параметра λ для метода перевала играют величины kr_{lj}. Седловые точки β_0 определяются из уравнения $\partial f(\beta)/\partial\beta = 0$. Отсюда $\beta_0 = \theta_{lj}$ для $0 \le \theta_{lj} \le \pi/2$, и $\beta_0 = \pi - \theta_{lj}$ для $\pi/2 \le \theta_{lj} \le \pi$, и, так же как и в случае монополя, перевальные пути $G_1 = (-\pi/2 + \beta_0 + i\infty, \pi/2 + \beta_0 - i\infty)$ пересекают вещественную ось в точках β_0 под углом $\pi/4$.

В соответствие с методом перевала значения I_{nmlj} складываются из основного значения $\hat{I}_{nmlj}$, вычисленного по перевальному пути, и дополнительного значения $\tilde{I}_{nmlj}$, которое вычисляется по берегам разрезов, идущих от точек ветвления подынтегральной функции на бесконечность. Поэтому рассмотрим наличие особых точек – полюсов и точек ветвления у $F(\beta)$ на пути деформирования – в области между исходным $G = (-\pi/2 + i\infty, \pi/2 - i\infty)$ и перевальным G_1 контурами. Присоединенные полиномы Лежандра не имеют полюсов во всей комплексной плоскости. Точками ветвления функций $P_n^{|m|}(x)$ являются точки $x = \pm 1$. Следовательно, для $P_n^{|m|}(\cos\beta)\sqrt{\sin\beta}$ точками ветвления будут точки $\beta = 0$ и $\beta = \pi$. Эти точки одновременно являются полюсами сомножителя $1 + i(m - 1)/(8kr_{lj}\sin\theta_{lj}\sin\beta)$, однако они не попадают в область между G и G_1 ни для каких перевальных путей. Других полюсов и точек ветвления рассмотренные сомножители не имеют. Таким образом, осталось обсудить только особые точки функций $V_{lj}(\beta)$, что возможно только в частных случаях.

Предполагая, что особые точки у функций $V_{lj}(\beta)$ отсутствуют, вычислим значения интегралов $\hat{I}_{nmlj}$ во втором приближении. Применяя общую теорию метода перевала к рассматриваемому случаю, получим, что с точностью до членов второго порядка в разложении по обратным степеням λ эти интегралы равны

$$\hat{I}_{nmlj} = \exp(i(kr_{lj} - \pi/4))\sqrt{\frac{2\pi}{kr_{lj}}}\times \times\left\{F(\beta_0) - \frac{i}{8kr_{lj}}(F(\beta_0) + 4F''(\beta_0))\right\}.$$

Вычисляя в последнем выражении значения функции $F(\beta_0)$ и ее второй производной $F''(\beta_0)$ в перевальной точке β_0 с сохранением членов порядка λ^{-2} и возвращаясь к соотношению (2), получим выражение для потенциала $\hat{\psi}_1$ основного поля рассматриваемого излучателя в волноводе во втором приближении

$$\hat{\psi}_1 = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n} C_{nm}(-i)^{n+1}e^{im\phi}\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{j=1}^{4}\chi_{nmj}\frac{\exp(ikr_{lj})}{kr_{lj}}\times \times\left\{P_n^{|m|}(\cos\theta_{lj})V_{lj}(\theta_{lj}) - \frac{i}{2kr_{lj}}N(\theta_{lj})\right\},$$

где поправочный к первому приближению член $N(\theta_{lj})$ имеет вид

$$N(\theta_{lj}) = [P_n^{|m|}(\cos\theta_{lj})V_{lj}(\theta_{lj})]'' + [P_n^{|m|}(\cos\theta_{lj})\times \times V_{lj}(\theta_{lj})]'\operatorname{ctg}(\theta_{lj}) - \frac{mP_n^{|m|}(\cos\theta_{lj})V_{lj}(\theta_{lj})}{4\sin^2\theta_{lj}}.$$

Сравнивая эти соотношения с аналогичными выражениями для потенциала поля монопольного излучателя из [1], видим, что потенциал монопольного излучателя в точности совпадает с потенциалом $\hat{\psi}_1$, если в последнем сохранить только слагаемое, соответствующее $n = 0$.

Выражение для потенциала $\hat{\psi}_1$ получено в предположении об отсутствии особых точек у функции $V_{lj}(\beta)$. В [1] проведен подробный анализ наличия и положения особых точек у $V_{lj}(\beta)$ для случая волновода Пекериса, когда $V_2(\beta) = -1$, $V_1(\beta) = (\tilde{m}\cos\beta - \sqrt{\tilde{n}^2 - \sin^2\beta})/(\tilde{m}\cos\beta + \sqrt{\tilde{n}^2 - \sin^2\beta})$, $\tilde{m} = \rho_1/\rho_0$, $\tilde{n} = c_0/c_1$, где ρ_0, c_0 и ρ_1, c_1 – плотности сред и скорости звука соответственно в волноводе и в подстилающем полупространстве. Этот анализ показывает, что полюса функций $V_{lj}(\beta)$ в волноводе Пекериса не попадают в область между контурами G и G_1. Однако в некоторых случаях при деформации контура он пересекается точкой ветвления функции $V_1(\beta)$, и тогда к интегралу по перевальному пути необходимо добавить интеграл по берегам разреза, который идет от точки ветвления на бесконечность. Значение этого интеграла представляет собой вклад в общее поле источника от боковой волны, возникающей в случае превышения углом падения плоской волны угла полного внутреннего отражения. Как и в случае монопольного излучателя, положение точки ветвления A функции $V_1(\beta)$ определяется корнем δ уравнения $\tilde{n}^2 - \sin^2\beta = 0$, откуда $\delta = \arcsin\tilde{n}$, и выражение для интегралов по берегам разрезов принимает вид

$$\tilde{I}_{nmlj} = \int\limits_A^{i\infty} \exp(kr_{lj}f(\beta))\left(1 + i\frac{m-1}{8k\rho\sin\beta}\right)P_n^{|m|}(\cos\beta)\times$$

$$\times[V_{lj}^+(\beta) - V_{lj}(\beta)]\sqrt{\sin\beta}d\beta.$$

Функции $V_{lj}^+(\beta)$ отличаются от функций $V_{lj}(\beta)$ тем, что в $V_{lj}^+(\beta)$ вместо функции $V_1(\beta)$ входит функция $V_1^+(\beta)$, в которой перед радикалами знаки изменены на противоположные:

$$V_1^+(\beta) = (\tilde{m}\cos\beta + \sqrt{\tilde{n}^2 - \sin^2\beta})/(\tilde{m}\cos\beta -$$

$$- \sqrt{\tilde{n}^2 - \sin^2\beta}).$$

Это соответствует той же самой функции $V_1(\beta)$, но взятой на другом берегу разреза.

Вычисляя значение $\tilde{I}_{nmlj}$ в том же приближении, что и значение по перевальному пути, получим выражение для дополнительного потенциала поля $\tilde{\psi}_1$, создаваемого в волноводе боковой волной

$$\tilde{\psi}_1 = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n} C_{nm}(-i)^{n+1}P_n^{|m|}(\cos\delta)e^{im\varphi}\times$$

$$\times\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{j=1}^{4}\chi_{nmj}\frac{2i\tilde{n}L_j(-1)^{K_j}\exp(ikr_{lj}\cos(\theta_{lj}-\delta))}{\tilde{m}\sqrt{k\rho\cos\delta}(kr_{lj}\sin(\theta_{lj}-\delta))^{3/2}},$$

причем в суммировании здесь участвуют только такие номера l и j, для которых $\delta < \theta_{lj} < \pi - \delta$, то есть такие плоские волны, которые падают на нижнюю границу волновода под углом больше критического. Сравнивая полученное выражение с аналогичным выражением для боковой волны монопольного излучателя из [1], видим, что последнее выражение совпадает с потенциалом $\tilde{\psi}_1$, если в последнем сохранить только слагаемое, соответствующее $n = 0$.

Анализ последнего выражения показывает, что оно теряет смысл в непосредственной близости θ_{lj} к углу полного внутреннего отражения δ, и, следовательно, в этом случае пользоваться выражением для $\tilde{\psi}_1$ невозможно. Знаменатель в выражении для $\tilde{\psi}_1$ фактически содержит kr_{lj} во второй степени, так как $k\rho = kr_{lj}\sin\theta_{lj}$, так что боковая волна дает вклад в общее поле, сопоставимый с поправкой к первому приближению в основном поле. И, наконец, теряется зависимость внутренних сумм от полиномов Лежандра $P_n^{|m|}$, так как аргумент полиномов теперь постоянный и равен $\cos\delta$. Другими словами, после превышения угла полного внутреннего отражения вклад любого отражения от нижней границы волновода для одного и того же мультиполя перестает зависеть от угла падения.

Полученные выражения для $\hat{\psi}_1$ и $\tilde{\psi}_1$ позволяют достаточно просто вычислять поле направленного излучателя в волноводе в достаточно высоком приближении, что существенно для не очень больших расстояний до излучателя и волноводов с относительно небольшой толщиной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
2. *Jang Bixing, Dong Qingde, Wang Kexie.* Nonaxisymmetric acoustic field excite by a cylindrical tool placed off a bore hole axis and extraction of shear wave // J. Acoust. Soc. Amer. 1996. V. 99. № 2. P. 682–690.
3. *Hang Anton, Graves Roland D., Uberall H.* Normal mode theory of underwater sound propagation from directional multipole source // J. Acoust. Soc. Amer. 1974. V. 56. № 2. P. 387–391.
4. *Быковцев Г.И., Кузнецов Г.Н., Степанов А.Н.* Акустическое поле направленного источника в океанических волноводах // Докл. АН СССР. 1985. Т. 280. № 1. С. 57–59.
5. *Степанов А.Н.* Модовое представление поля направленного излучателя в волноводе // Акуст. журн. 1996. Т. 42. № 2. С. 291–292.