

УДК 534.38

## АКТИВНЫЙ АКУСТИЧЕСКИЙ ОБЪЕМНЫЙ ПОГЛОТИТЕЛЬ

© 2000 г. А. А. Мазаников

Мурманский государственный технический университет

183010 Мурманск, ул. Спортивная, 13

E-mail: Alexander.Mazanikov@mstu.edu.ru

Поступила в редакцию 18.12.98 г.

Рассмотрена модель активного поглотителя звука, имеющего эффективность выше, чем у пассивного поглотителя того же размера. Приведены примеры, для которых поглощение энергии происходит в основном на тыльной (относительно падающей звуковой волны) стороне поглотителя.

Пассивные объемные поглотители по сути являются имитаторами “абсолютно черных тел”, полностью поглощающих энергию падающих на них звуковых волн. Как известно [1], полное поглощение возможно лишь для тел неограниченно большого размера по сравнению с длиной волны. Существует ряд моделей “черных тел” конечного волнового размера [1], характеризующихся различными граничными условиями на поверхности тела. Одним из возможных вариантов является тело с импедансной поверхностью (при нормальном падении плоской волны на плоскую поверхность с такими свойствами происходит полное поглощение). Такой пассивный поглотитель может быть реализован с той или иной степенью точности. Требование пассивности накладывает ограничения на характеристики поглотителя. Активная система (активные методы в настоящее время интенсивно развиваются [2–6]) лишена многих из этих ограничений, что приводит как к повышению ее эффективности, так и к некоторым особенностям в работе. Сравнительный анализ пассивного и активного поглотителей рассмотрим на примере сферических поглотителей при падении на них монохроматической звуковой волны.

Пусть в трехмерном пространстве (используются сферические координаты, множитель  $\exp(-i\omega t)$  опущен) расположен поглотитель сферической формы радиуса  $R$  (рис. 1). Для простоты поле в пространстве будем считать цилиндрически симметричным, не зависящим от угла  $\varphi$ . В окрестности поглотителя в области, свободной от других тел и источников звука, поле можно представить в виде

$$p = p_0 + p_1 = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n j_n(kr) + B_n h_n^{(1)}(kr)) P_n(\cos \vartheta), \quad (1)$$

где  $j_n(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} J_{n+1/2}(z)$ ,  $h_n(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} H_{n+1/2}(z)$  – сферические функции Бесселя и Ханкеля,  $P_n(z)$  – по-

линомы Лежандра. Поле  $p_0$  создано внешними источниками,  $p_1$  – поле, созданное поглотителем.

Из представления (1) можно вычислить суммарный поток энергии через поверхность поглотителя. При наличии поглощения поток энергии будет отрицательным. В качестве критерия эффективности поглотителя можно принять отношение этого потока к потоку энергии через геометрическое сечение поглотителя  $S = \pi R^2$ .

Поток мощности через единицу площади поверхности сферы  $r = R$  равен [7]

$$W = (p^* v_r + p v_r^*)/4, \quad (2)$$

где радиальная скорость  $v_r$  выражается формулой

$$v_r = \frac{1}{i\rho\omega} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{i\rho c} \sum_{n=0}^{\infty} (A_n j_n'(kr) + B_n h_n^{(1)'}(kr)) P_n(\cos \vartheta), \quad (3)$$

где  $\rho$  – плотность среды; производные от бесселевых функций здесь и далее берутся по аргумен-

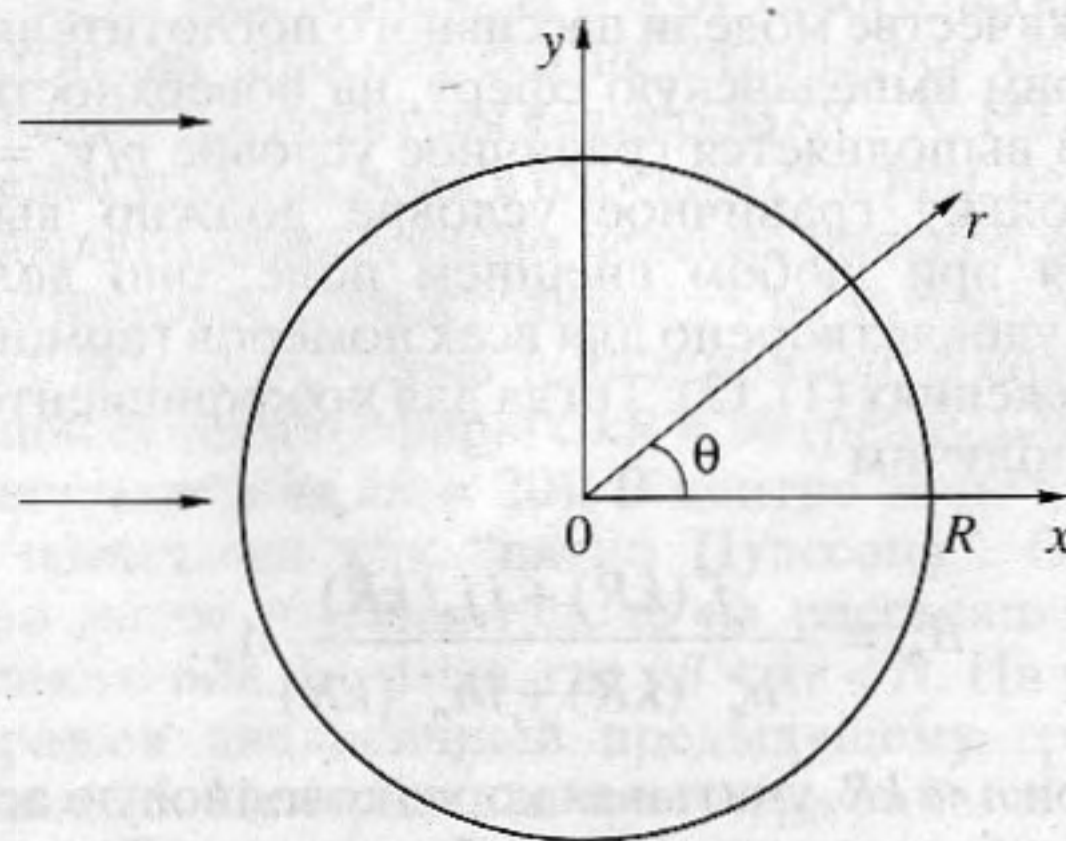


Рис. 1. Геометрия задачи.

ту  $kr$ . Тогда поток энергии через поверхность сферы  $r = R$  будет

$$E = \frac{\pi R^2}{2} \int_0^\pi (p^* v_r + p v_r^*) \sin \vartheta d\vartheta. \quad (4)$$

Учитывая соотношение ортогональности для полиномов Лежандра

$$\int_0^\pi P_n(\cos \vartheta) P_m(\cos \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta = \frac{2\delta_{nm}}{2n+1}$$

( $\delta_{ij}$  – символ Кронеккера), значение вронскиана для бесселевых функций  $j_n(z)h_n^{(1)'}(z) - j_n'(z)h_n^{(1)}(z) = i/z^2$  и опуская промежуточные выкладки, получим

$$E = \frac{2\pi}{\rho c k^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \left( \left| \frac{A_n}{2} + B_n \right|^2 - \left| \frac{A_n}{2} \right|^2 \right). \quad (5)$$

Из последнего выражения следует, что максимальная эффективность поглотителя (соответствующая минимальному отрицательному потоку энергии через поверхность поглотителя) достигается при  $B_n = -A_n/2$  (ряд результатов по оптимизации сферических активных систем получен в [8, 9]). Поскольку  $j_n(z) = [h_n^{(1)}(z) + h_n^{(2)}(z)]/2$ , такой поглотитель должен излучать поле, полностью компенсирующее расходящиеся волны внешнего поля, так что оставшееся поле в пространстве будет состоять только из сходящихся волн.

Сравним поведение пассивного и активного поглотителей на примере поглощения плоской волны

$$p_0 = \exp(ikr \cos \vartheta) = \sum_{n=0}^{\infty} i^n (2n+1) j_n(kr) P_n(\cos \vartheta). \quad (6)$$

В качестве модели пассивного поглотителя рассмотрим импедансную сферу, на поверхности которой выполняется граничное условие  $p/v_r = -\rho c$ . Поскольку граничное условие должно выполняться при любом внешнем поле, оно должно быть удовлетворено для всех номеров гармоник в разложениях (1), (3). Тогда для коэффициентов  $B_n$  в (1) получим

$$B_n = -\frac{j_n'(kR) + i j_n(kR)}{h_n^{(1)'}(kR) + i h_n^{(1)}(kR)} A_n. \quad (7)$$

При  $n \ll kR$ , учитывая коротковолновую асимптотику бесселевых функций, получим  $B_n \approx -A_n/2$ , т.е. сходящиеся гармоники низких номеров практически полностью поглощаются. При  $n \gg kR$

функции Ханкеля быстро возрастают по модулю, а функции Бесселя убывают, поэтому  $B_n \rightarrow 0$ , так что на гармоники высоких номеров импедансная сфера практически не влияет. Такое же поведение имеет не только поглотитель с импедансной поверхностью, но и любой другой пассивный рассеиватель, имитирующий “черное тело” [1]. Поглощаемую энергию можно найти, подставив в (5) коэффициенты (7) с учетом того, что в плоской волне  $A_n = i^n(2n+1)$ .

В качестве модели активного поглотителя рассмотрим аналогичную описанной в [10] активную систему, содержащую звукопрозрачные сферические поверхности из монополюльных и дипольных приемников и излучателей. На внешних поверхностях  $r = R_3$  и  $r = R_4$  расположим излучатели, а на внутренних  $r = R_1$  и  $r = R_2$  – приемники (будем считать, что  $R_1 < R_2 < R_3 < R_4 = R$ ). Активная система должна по результатам измерения найти амплитуды гармоник внешнего поля  $A_n$  и излучить во внешнее пространство расходящиеся волны с амплитудами гармоник  $B_n = -A_n/2$ , причем так, что во внутренность сферы  $r = R_3$  поле не излучается (при этом активная система не влияет на работу собственных приемников). Задача излучения решена в [10]: если обозначить через  $U(R_j, \vartheta)$ ,  $j = 3, 4$  входные воздействия, прилагаемые к излучателям (например, электрические напряжения), и считать коэффициенты электроакустического преобразования равными единице, получим

$$U_n^4 = \frac{i A_n h_n^{(1)}(kR_3)}{2(kR_4)^2 (j_n(kR_3)h_n^{(1)}(kR_4) - j_n(kR_4)h_n^{(1)}(kR_3))}, \quad (8)$$

$$U_n^3 = -\left(\frac{R_4}{R_3}\right)^2 \frac{h_n^{(1)}(kR_4)}{h_n^{(1)}(kR_3)} U_n^4,$$

где введено обозначение

$$U_n^j = \frac{2n+1}{2} \int_0^\pi U(R_j, \vartheta) P_n(\cos \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta. \quad (9)$$

Задача приема решается аналогично [10]: коэффициенты  $A_n$  вычисляются по получаемым с приемников данным  $U(R_j, \vartheta)$ ,  $j = 1, 2$  (при единичных коэффициентах преобразования) по формуле

$$A_n = \frac{U_n^1 h_n^{(1)}(kR_2) - U_n^2 h_n^{(1)}(kR_1)}{j_n(kR_1)h_n^{(1)}(kR_2) - j_n(kR_2)h_n^{(1)}(kR_1)}. \quad (10)$$

Одной из проблем при создании активных систем является пересчет на излучающие поверхности данных, полученных на приемных поверхностях. Не приводя соответствующих формул, отметим, что получаемые передаточные функции имеют монотонно возрастающие с частотой фазовые характеристики, что позволяет в принципе

реализовать такой активный поглотитель в сколь угодно широком конечном диапазоне частот.

Реализация активного поглотителя возможна лишь для конечного числа гармоник. Причиной этого является не только невозможность создания устройства, обрабатывающего бесконечно большой объем информации, но и специфика поведения бесселевых функций при возрастании номера и фиксированном аргументе: функции Ханкеля быстро возрастают по модулю, а функции Бесселя быстро убывают. Это приводит к тому, что при реализации активной системы по формулам (8)–(10) приходится иметь дело с очень малыми (при приеме) и очень большими (при излучении) величинами. Даже при численном моделировании активного поглотителя (результаты которого рассмотрены ниже) возникают серьезные проблемы с разрядностью при  $n - kR > 25$ .

Будем в дальнейшем считать, что активная система поглощает гармоники внешнего поля с номерами вплоть до  $n = N - 1$  (при этом число поглощаемых гармоник равно  $N$ ). В этом случае поглощенная энергия при падении плоской волны может быть точно вычислена по формуле (5):

$$E = \frac{2\pi}{\rho c k^2} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{2n+1} \left( -\left| \frac{A_n}{2} \right|^2 \right) = -\frac{\pi}{2\rho c k^2} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{(2n+1)^2}{2n+1} = -\frac{\pi N^2}{2\rho c k^2} \quad (11)$$

В дальнейшем все результаты расчетов приводятся для нормированной (на поток энергии в плоской волне через сечение поглотителя) величины  $\tilde{E} = E/(\pi R^2/2\rho c)$ . При  $N = kR$  эта нормированная величина в точности равна  $-1$ .

Помимо суммарной величины производились расчеты плотности поглощенной энергии в зависимости от угла  $\vartheta$ , а также величины  $\tilde{E}^+$  и  $\tilde{E}^-$  энергий, поглощенных левой и правой полусферами (рис. 1). У идеального "черного тела" бесконечно больших волновых размеров ( $kR \rightarrow \infty$ ) при падении слева плоской волны вся энергия полностью поглощается левой полусферой, а правая целиком расположена в зоне тени, где поле, а следовательно, и потоки энергии равны нулю.

На рис. 2 приведены результаты расчета плотности поглощенной энергии  $\epsilon$  в зависимости от угла  $\vartheta$  для активной системы, имеющей (волновой) размер  $kR = 20$  и осуществляющей гашение гармоник с номерами до  $N = 30$ . По оси абсцисс отложен угол (для удобства восприятия график "перевернут", так что крайняя левая точка графика соответствует крайней левой точке сферы на рис. 1). Из графика видно, что в отличие от идеального "черного тела" бесконечно больших волновых размеров энергия поглощается в основ-

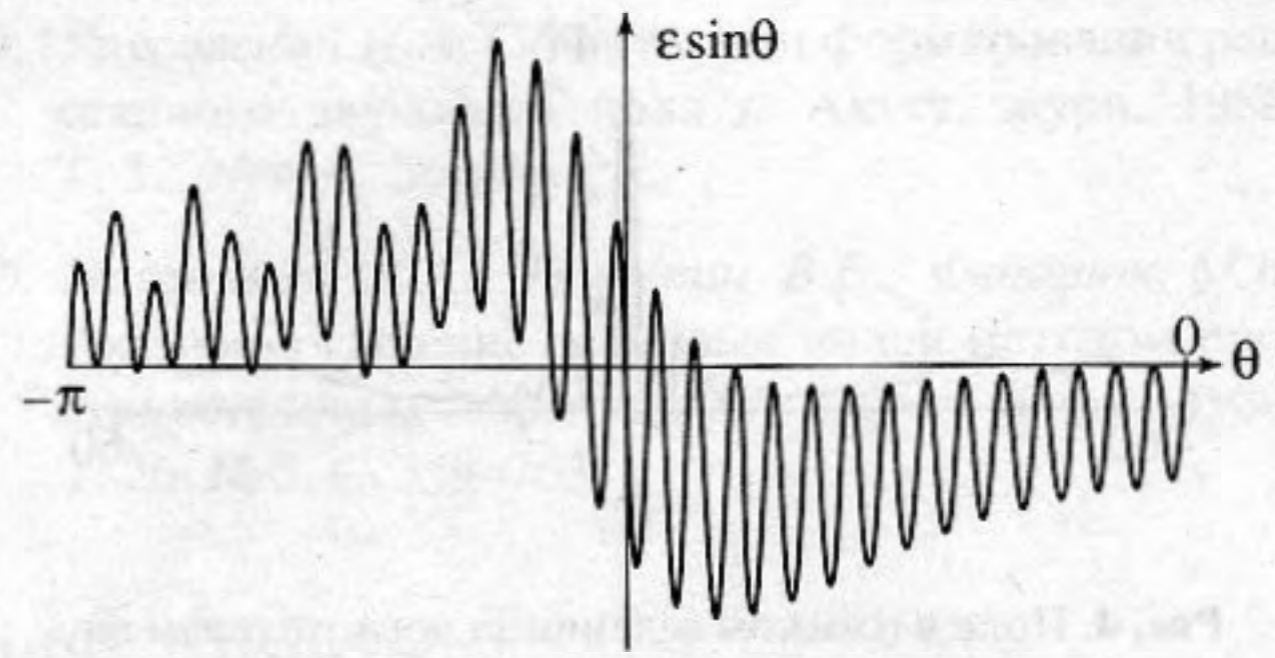


Рис. 2. Распределение поглощенной энергии по поверхности активного поглотителя.

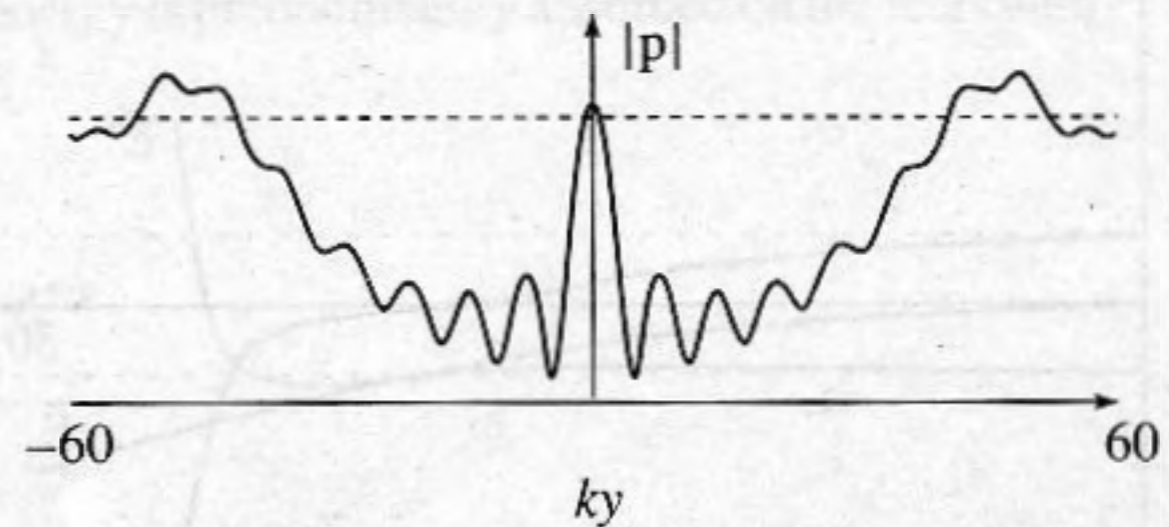


Рис. 3. Поле в плоском сечении за поглотителем вне его эффективного объема.

ном не левой, а правой полусферой, а левая полусфера излучает энергию. Поглощение и излучение энергии на единицу площади максимально в крайней левой и крайней правой точках сферы (на рис. 2 плотность энергии умножена на  $\sin \vartheta$ , график для плотности энергии содержит только два узких пика в крайних точках). Расчеты, проведенные для других значений  $N$ , показывают, что при небольшом превышении  $N$  над  $kR$  на левой и правой полусферах существуют области поглощения и излучения, при росте  $N$  на левой полусфере области поглощения сужаются и исчезают, на правой полусфере происходит противоположный процесс.

Поле на расстояниях  $kr > N$  от такого активного поглотителя практически не отличается от поля пассивного поглотителя размером  $kR = N$ . На рис. 3 приведен уровень поля в плоском сечении, перпендикулярном направлению падения плоской волны и находящемся на расстоянии  $kx = 60$  за сферой при  $N = 30$ . В центре — зона тени шириной, соответствующей сечению сферы с  $kR = 30$  (реальный размер поглотителя  $kR = 20$ ). В центре зоны тени — пик, известный как "пятно Пуассона". Совершенно иначе выглядит поле на расстояниях от активного поглотителя, где  $kR < kr < N$ . На рис. 4 изображен аналогичный предыдущему график для  $kx = 25$ . Центральная часть графика лежит в области ближних полей активного поглотителя, значительно превышающих по уровню единичное внешнее поле. Фактически влияние активно-

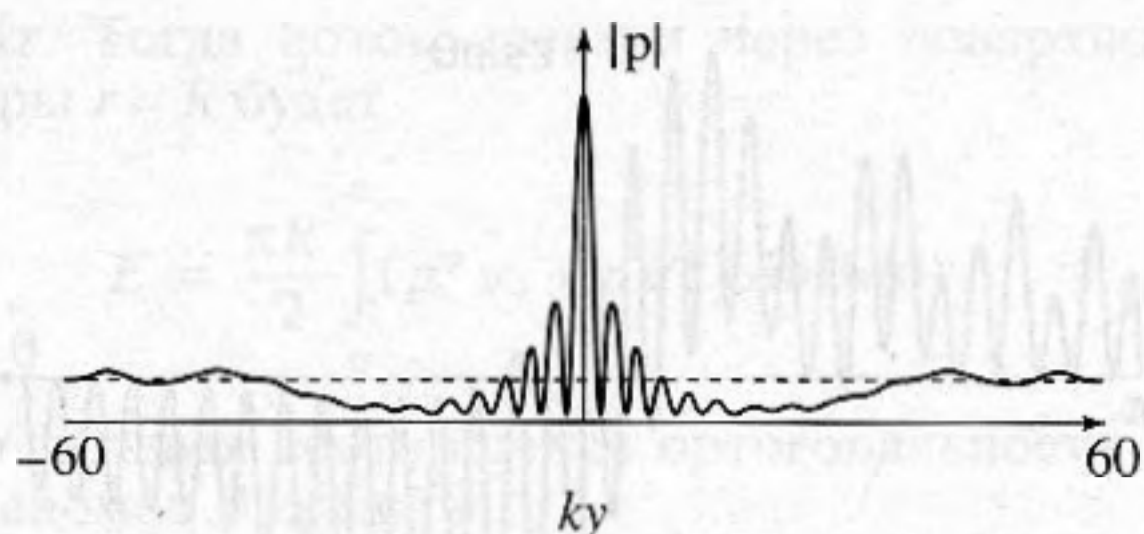


Рис. 4. Поле в плоском сечении за поглотителем внутри его эффективного объема.

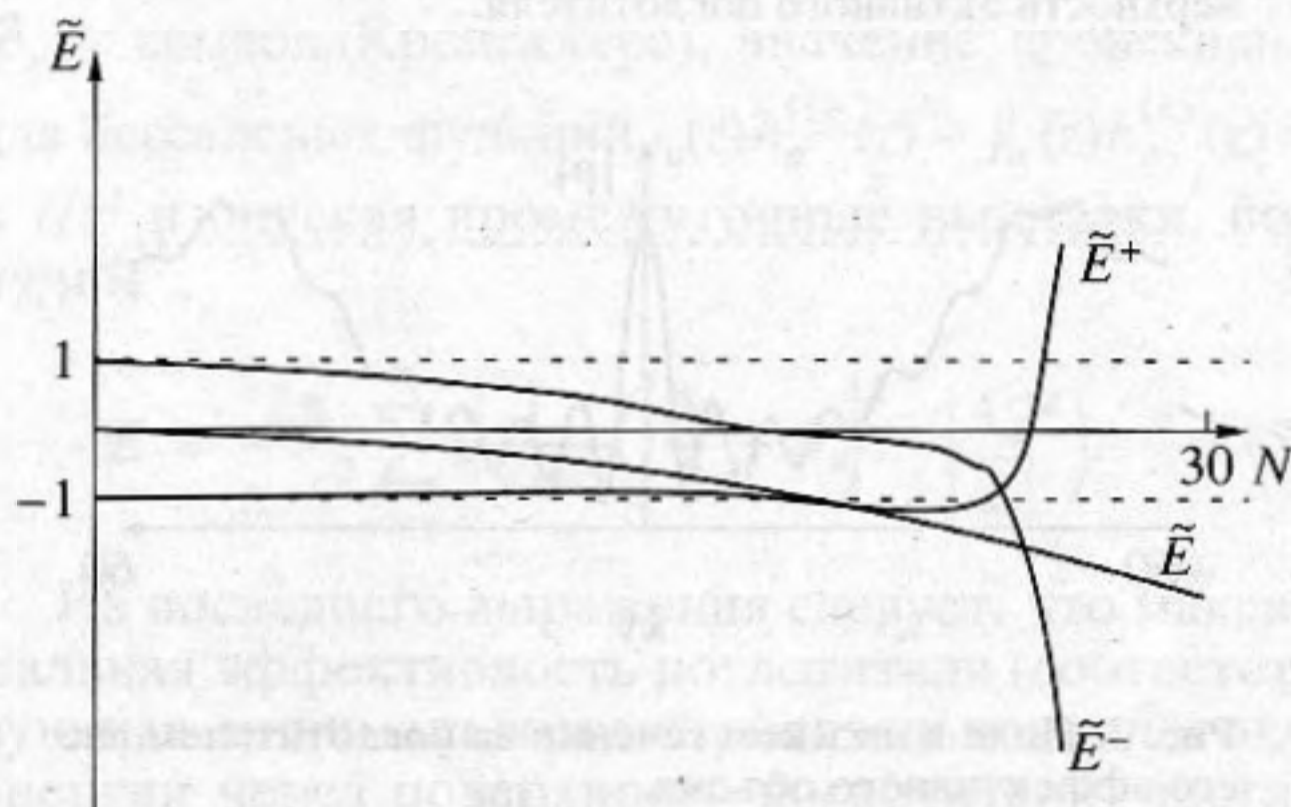


Рис. 5. Поглощенная энергия в зависимости от эффективного размера поглотителя.

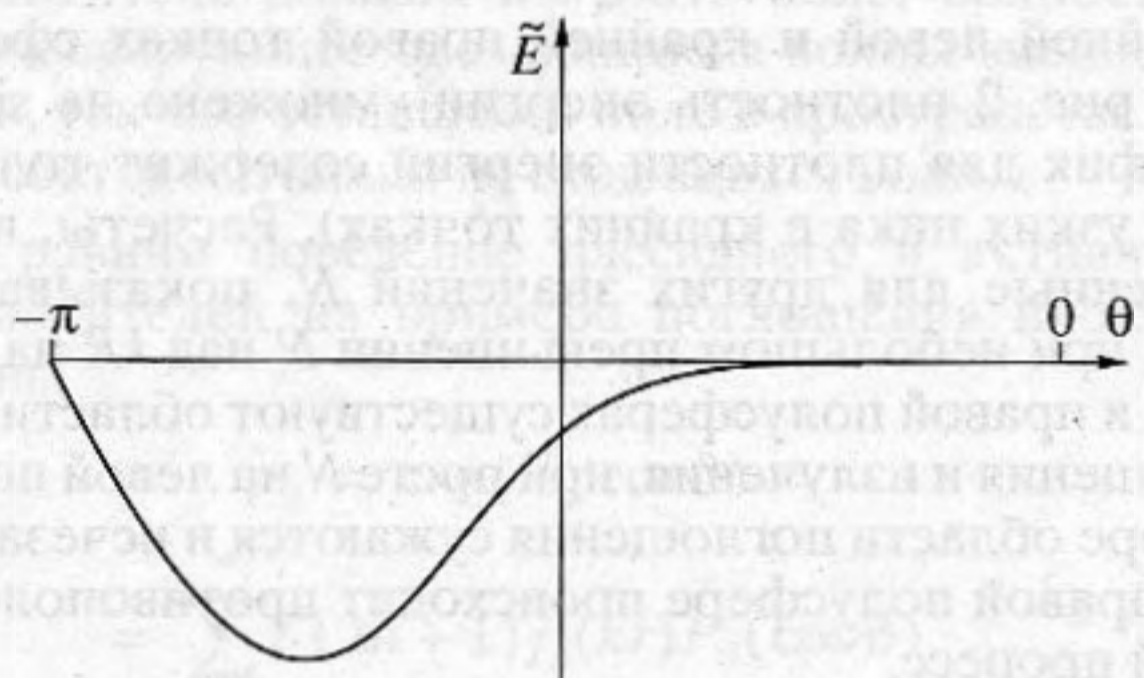


Рис. 6. Распределение поглощенной энергии по поверхности импедансной сферы.

го поглотителя на внешнее поле сводится к излучению в теневой лепесток, причем угловая ширина этого лепестка соответствует не фактическому размеру излучателя  $kR$ , а фиктивной антенне с волновым радиусом, равным  $N$ . В теории антенн такое явление называется сверхнаправленностью.

На рис. 5 приведены результаты вычисления суммарной поглощенной энергии  $\tilde{E}$  и энергий, поглощенных левой  $\tilde{E}^+$  и правой  $\tilde{E}^-$  полусферами при  $kR = 20$  в зависимости от числа поглощаемых гармоник  $N$ . При малых  $N$  левая полусфера

почти полностью поглощает энергию падающей волны, но при этом правая переизлучает практически столько же, так что плоская волна “не замечает” присутствия такого поглотителя с малым эффективным размером. При возрастании  $N$  до величины  $kR$  поглощение слева почти не изменяется, а излучение справа существенно уменьшается, так что суммарная поглощенная энергия растет. При дальнейшем увеличении  $N$  происходит достаточно быстрое перераспределение характера поглощения: левая часть начинает излучать, а правая — поглощать, суммарная поглощенная энергия соответствует при этом формуле (11).

На рис. 6 приведен график, аналогичный рис. 2, для импедансной сферы размера  $kR = 20$ , рассчитанный в соответствии с формулой (7). Как и следовало ожидать, основная часть энергии поглощается левой полусферой, но есть и небольшое поглощение справа, объясняемое дифракционным “затеканием” энергии в теневую зону. Отметим, что этот график мало отличается от аналогичного графика для активного поглотителя с  $N = kR = 20$ .

Таким образом, рассмотренный активный поглотитель позволяет увеличить эффективное сечение поглощения. Теоретически это увеличение можно сделать как угодно большим, практически оно ограничено трудностями, связанными с ближними полями. Представляет интерес и распределение областей поглощения и излучения по поверхности поглотителя. С учетом сделанного выше замечания о возможности создания широкополосного поглотителя, работа которого не противоречит принципу причинности, факты расширения эффективного сечения и поглощения на задней поверхности сферы означают, что если мимо поглотителя “пролетает” волновой пакет так, что основная часть его энергии проходит через эффективное сечение поглотителя, но не проходит через его “физическое” сечение, такой пакет будет притянут поглотителем и поглощен правой полусферой. Такое поведение в чем-то аналогично астрофизической “черной дыре”.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 98-02-16231).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Захарьев Л.Н., Леманский А.А. Рассеяние волн “черными телами”. М.: Сов. радио, 1972. 288 с.
2. Uosukainen S. Modified JMS Method in Active Control of Sound // *Acustica – acta acustica*. 1997. V. 83. P. 105–112.
3. Тютекин В.В. Модель плоской активной звукопоглощающей системы // *Акуст. журн.* 1997. Т. 43. № 2. С. 238–243.
4. Laichle G.C., MacGillivray J.R., Swanson C.D. Active control of axial-flow fan noise // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1997. V. 101. № 1. P. 341–349.

5. *Kokowski P., Makarewich R.* Interrupt traffic noise // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1997. V. 101. № 1. P. 360–371.
6. *Guo J., Pan J., Bao C.* Actively created quiet zones by multiple control sources in free space // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1997. V. 101. № 1. P. 1492–1501.
7. *Исакович М.А.* Общая акустика. М.: Наука, 1973.
8. *Урусовский И.А.* О рассеянии волн “черной сферой” // *Акуст. журн.* 1984. Т. 30. № 2. С. 267–272.
9. *Урусовский И.А.* Об активном формировании рассеянного звукового поля // *Акуст. журн.* 1986. Т. 32. № 4. С. 560–561.
10. *Мазаников А.А., Тютекин В.В., Федорюк М.В.* Активное гашение звуковых полей методом пространственных гармоник // *Акуст. журн.* 1980. Т. 26. № 5. С. 759–763.

## Active Volume Sound Absorber

A. A. Mazanikov

A model of an active sound absorber whose efficiency is higher than the efficiency of a passive absorber of the same size is considered. Examples are provided in which the energy is predominantly absorbed on the rear (with respect to the incident acoustic wave) of the absorber.