

УДК 534.21

## ВЛИЯНИЕ ОБЪЕМНОЙ ВЯЗКОСТИ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗВУКА В НЕРАВНОВЕСНЫХ ВЗВЕСЯХ МИКРОЧАСТИЦ В ГАЗЕ

© 2000 г. Н. Е. Молевич, В. Е. Ненашев

Самарский государственный аэрокосмический университет им. С.П. Королева  
443086 Самара, Московское шоссе, 34

E-mail: molevich@mb.ssau.ru

Поступила в редакцию 27.09.99 г.

Рассмотрено распространение звука в монодисперсной смеси газа с твердыми микрочастицами, температура которых поддерживается выше температуры газа за счет внешнего источника. Исследованы дисперсионные свойства подобной взвеси, найдены коэффициент второй вязкости и скорость звука. Показано, что в неравновесной взвеси коэффициент второй вязкости может быть отрицательным. Найдены также области параметров взвеси, при которых низкочастотный звук распространяться не может.

Известно, что в средах с релаксацией один из механизмов поглощения звука связан с наличием в такой среде объемной (второй) вязкости. В ряде неравновесных сред коэффициент объемной вязкости может стать отрицательным [1–4]. Примером таких сред, являются молекулярные среды с неравновесно-возбужденными внутренними степенями свободы, неизотермическая плазма, тепловыделяющие среды. Отрицательная объемная вязкость приводит к акустической неустойчивости среды и существенному изменению ее дисперсных свойств. В частности, скорость низкочастотного звука  $u_0$  может превышать скорость высокочастотного звука  $u_\infty$ . В таких средах существуют также области неравновесного состояния, когда низкочастотный звук распространяться не может, что делает подобные среды перспективными, например, для подавления низкочастотных шумов. Кроме того, в таких средах изменяются условия ламинарно-турбулентного перехода [4].

В последнее время активно исследуются особенности распространения звука в неравновесных многофазных средах, например, в запыленной плазме [5, 6]. В настоящей работе рассмотрено распространение звука в неподвижной монодисперсной смеси газа с твердыми микрочастицами (газовзвеси), температура которых поддерживается выше температуры газа за счет внешнего источника. Показано, что дисперсионные свойства таких взвесей можно описать с помощью введенного в явном виде коэффициента второй вязкости. Найдены условия, при которых коэффициент второй вязкости в этих средах может стать отрицательным, а также области непротекания низкочастотного звука. Предполагается далее, что размер частиц много больше молекулярных размеров и много меньше длины волны звука. В этом слу-

чае можно использовать модель сплошной среды и записать газодинамические уравнения при малом объемном содержании твердой фазы  $\epsilon \ll 1$  в виде уравнений непрерывности и сохранения импульса

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho_s v_s)}{\partial x},$$

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho_g v_g)}{\partial x},$$

$$\frac{\partial(\rho_s v_s)}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho_s v_s^2)}{\partial x} - f,$$

$$\frac{\partial(\rho_g v_g)}{\partial t} = -\frac{\partial(p + \rho_g v_g^2)}{\partial x} + f,$$

а также уравнений переноса тепла

$$c_{v\infty} \frac{dT_g}{dt} - \frac{T_g}{\rho_g} \frac{d\rho_g}{dt} = \frac{\rho_s m_0}{\rho_g m_{\text{par}}} Q_s - I + v_g f \frac{m_0}{\rho_g},$$

$$c_{\text{par}} \frac{dT_s}{dt} = Q - Q_s - v_s f \frac{m_{\text{par}}}{\rho_s}$$

и уравнения состояния газа

$$p = \frac{\rho_g T_g}{m_0}.$$

Здесь нижние индексы  $s, g$  соответствуют твердой и газовой фазам смеси,  $\rho, v, T$  – плотность, скорость и температура фаз;  $p$  – давление газа;  $m_0$  – масса молекулы газа;  $m_{\text{par}}$  – масса частицы;  $\rho_{\text{par}}$  – плотность частиц;

$$f = \frac{\rho_s (v_s - v_g)}{\tau_v}$$

– объемная сила, действующая на газ со стороны твердой фазы;

$$Q_s = \frac{(T_s - T_g)c_{par}}{\tau_T}$$

– мощность теплопередачи от твердой фазы в газовую в расчете на одну частицу;  $\tau_v, \tau_T$  – характерные времена динамического и теплового взаимодействий фаз. Для стокового режима обтекания газом твердых частиц радиуса  $R_{par}$  времена релаксации  $\tau_v$  и  $\tau_T$  могут быть определены через коэффициенты динамической вязкости  $\eta$  и теплопроводности газа  $\chi$  [7]:

$$\tau_v = \frac{m_{par}}{6\pi R_{par}\eta}, \quad \tau_T = \frac{m_{par}c_{p\infty}}{m_0 4\pi R_{par}\chi},$$

причем при нормальных условиях для большинства газов

$$\frac{\tau_T}{\tau_v} = \frac{3\eta c_{p\infty}}{2m_0\chi} \approx 1, \quad \tau_{Tp} = \frac{\rho_g \partial \tau_T}{\tau_T \partial \rho} \approx 0,$$

$$\tau_{TT} = \frac{T_g \partial \tau_T}{\tau_T \partial T_g} \approx -0.5 \dots -1.$$

При других режимах обтекания, которые здесь не рассматриваются, эти величины могут существенно отличаться от приведенных значений. Остальные обозначения в исходных уравнениях:  $c_{par}$  – теплоемкость твердой компоненты;  $c_{v\infty}, c_{p\infty}$  – теплоемкость газовой фазы при постоянном объеме и давлении. Уравнения теплопереноса и состояния газа записаны в энергетических единицах. Здесь величины  $Q$  и  $I$  соответствуют мощности источника тепловыделения и мощности теплостока, поддерживающих стационарную разность температур  $\Delta T = T_s - T_g$ . В используемой модели не учитывается природа источника тепловыделения  $Q$ , в качестве которого может, например, выступать электромагнитная энергия, поглощаемая твердыми частицами, или энергия электронов в плазме, передаваемая твердым частицам при соударениях. Пренебрегается также возможной зависимостью  $Q$  и  $I$  от температуры и плотности фаз. Как показано в [1–3], учет этой зависимости может привести к дополнительным коэффициентам объемной вязкости (как положительным, так и отрицательным).

После линеаризации и несложных преобразований исходная система уравнений может быть сведена к одному уравнению вида

$$\tau_T \tau_v c_{p\infty} \frac{\partial^2 A_\infty}{\partial t^2} + \tau_T c_{pT} \frac{\partial A_T}{\partial t} + \tau_v c_{pv} \frac{\partial A_v}{\partial t} + c_{p0} A_0 = 0, \quad (1)$$

где

$$A_i = \frac{\partial^2 v'_g}{\partial x^2} - \frac{1}{u_i^2} \frac{\partial^2 v'_g}{\partial t^2},$$

$$u_i^2 = \frac{c_{pi} T_g}{c_{vi} m_0}, \quad i = \{\infty, T, v, 0\};$$

$$c_{pT} = c_{p\infty}; \quad c_{vT} = (1 + \alpha) c_{v\infty};$$

$$c_{pv} = c_{p\infty} + \alpha v c_{p\infty} [1 + S(\tau_{TT} - \tau_{Tp} - 1)];$$

$$c_{vv} = c_{v\infty} + \alpha v c_{p\infty} (1 + S\tau_{TT});$$

$$c_{p0} = c_{p\infty} + \alpha v c_{p\infty} [1 + S(\tau_{TT} - \tau_{Tp} - \tau_v/\tau_T)];$$

$$c_{v0} = [c_{v\infty} + \alpha v c_{p\infty} (1 + S\tau_{TT})] (1 + \alpha);$$

$$S = \Delta T/T_g; \quad v = m_0 c_{par}/m_{par} c_{p\infty};$$

$\alpha = \rho_s/\rho_g = \epsilon \rho_{par}/\rho_g$  – массовое содержание твердой фазы;  $v'_g$  – возмущение скорости газа.

При  $S = 0$  (равновесная взвесь) уравнение (1) совпадает с полученным в работе [7].

Подставим в (1) возмущения  $u'_g$  в виде плоской монохроматической волны

$$u'_g = \tilde{u}_g e^{ikx - i\omega t}, \quad k = k' + ik''.$$

В результате получим дисперсионное соотношение

$$\frac{\omega^2}{k^2} = \frac{c_p T_g}{c_v m_0} = \text{Re} + i\text{Im}, \quad (2)$$

где

$$c_p = c_{p0} - i\omega \tau_T c_{pT} - i\omega \tau_v c_{pv} - \omega^2 \tau_T \tau_v c_{p\infty},$$

$c_v = c_{v0} - i\omega \tau_T c_{vT} - i\omega \tau_v c_{vv} - \omega^2 \tau_T \tau_v c_{v\infty}$  – комплексные теплоемкости взвеси при постоянных давлении и объеме,  $\text{Re}, \text{Im}$  – реальные и мнимые части величины  $\omega^2/k^2$ . Их вид типичен для сред с двумя релаксационными процессами [2, 3]. Мнимая часть волнового вектора определяет акустический декремент  $\delta$  (или инкремент при  $k'' < 0$ ), а действительная часть – скорость звука  $u = \omega/k'$ .

В отсутствие эффектов взаимопревращения фаз к виду (2) можно свести довольно громоздкое дисперсионное соотношение, полученное в [8] для равновесной двухфазной смеси. Явный вид декремента  $\delta$  и скорости звука  $u$  в этой работе не приводится, как указывается в [8], именно из-за громоздкости записи. Как показано в [2, 3] дисперсионное

соотношение вида (2) при  $k' \gg k''$ ,  $\text{Re} > 0$  позволяет записать эти величины в простом виде:

$$\delta = k'' = \frac{\omega^2 \zeta(\omega)}{2u^3(\omega)\rho_g}, \quad (3)$$

$$u = \frac{\omega}{k'} = \left( \frac{T_g(ab + cd\omega^2\tau_T^2)}{m_0(a^2 + \omega^2\tau_T^2c^2)} \right)^{1/2} = \sqrt{\text{Re}}, \quad (4)$$

где величина

$$\zeta(\omega) = -\frac{\rho_g}{\omega} \text{Im} \left( \frac{\omega^2}{k^2} \right) = \frac{\tau_T p(ad - bc)}{a^2 + \omega^2\tau_T^2c^2}$$

является коэффициентом объемной вязкости;  $a = c_{v0} - \omega^2\tau_T\tau_v c_{v\infty}$ ;  $b = c_{p0} - \omega^2\tau_T\tau_v c_{p\infty}$ ;  $c = c_{vT} + \tau_v c_{vv}/\tau_T$ ;  $d = c_{pT} + \tau_v c_{pv}/\tau_T$ .

В пределах высоких и низких частот (по отношению к временам релаксации  $\tau_T$ ,  $\tau_v$ ) коэффициент  $\delta$ , определенный выражением (3), может быть представлен в виде суперпозиции парциальных коэффициентов [2]  $\delta_{jk}^T + \delta_{em}^v$  ( $\{j, k, l, m\} = \{0, \infty, T, v\}$ ), где для высоких частот

$$\delta_{jk}^i = \delta_{jk}^{i\infty} = \frac{\zeta_{jk}^i c_{vk}^2}{2\tau_i u_j^3 c_{vj} \rho_g}, \quad i = \{T, v\},$$

а для низких частот

$$\delta_{jk}^i = \delta_{jk}^{i0} = \frac{\zeta_{jk}^i \omega^2}{2u_k^3 \rho_g}.$$

Здесь

$$\zeta_{jk}^i = \frac{\tau_i c_{vj}(u_j^2 - u_k^2)\rho_g}{c_{vk}} - \text{низкочастотный коэф-}$$

фициент объемной вязкости, совпадающий по виду с коэффициентом объемной вязкости в среде с одним процессом релаксации [9]. Этот коэффициент может стать отрицательным в неравновесных средах, если  $c_{pk}/c_{pj} - c_{vk}/c_{vj} > 0$ , что соответствует установлению положительной обратной связи между акустическими возмущениями и возмущениями мощности тепловыделения из неравновесных степеней свобод [1-3].

Рассмотрим четыре возможных предельных случая.

1. Низкочастотный случай, когда  $\omega^2\tau_T\tau_v \ll \ll (c_{v0}/c_{v\infty})^2$ . Здесь скорость звука  $u = u_0$ , а акустический декремент имеет вид

$$\delta_0 = \delta_{T0}^{T0} + \delta_{v0}^{v0} = \frac{\omega^2 \zeta_0}{2u_0^3 \rho_g},$$

где коэффициент вязкости  $\zeta_0$  определяется как сумма парциальных низкочастотных коэффициентов второй вязкости

$$\zeta_0 = \zeta_{T0}^T + \zeta_{v0}^v,$$

$$\zeta_{T0}^T = \frac{\tau_T c_{vT}(u_T^2 - u_0^2)\rho_g}{c_{v0}}, \quad \zeta_{v0}^v = \frac{\tau_v c_{vv}(u_v^2 - u_0^2)\rho_g}{c_{v0}}.$$

2. Высокочастотный случай, когда  $\omega^2\tau_T\tau_v \gg \gg (c_{v0}/c_{v\infty})^2$ . Здесь скорость звука в газозвеси совпадает со скоростью звука в газе  $u = u_\infty$ , а декремент имеет вид

$$\delta_\infty = \delta_{\infty T}^{T\infty} + \delta_{\infty v}^{v\infty} = \frac{1}{2u_\infty^3 c_{v\infty}^2 \rho_g} \left( \frac{\zeta_{\infty T}^T c_{vT}^2}{\tau_T^2} + \frac{\zeta_{\infty v}^v c_{vv}^2}{\tau_v^2} \right),$$

где

$$\zeta_{\infty T}^T = \frac{\tau_T c_{v\infty}(u_\infty^2 - u_T^2)\rho_g}{c_{vT}}, \quad \zeta_{\infty v}^v = \frac{\tau_v c_{v\infty}(u_\infty^2 - u_v^2)\rho_g}{c_{vv}}.$$

3. При  $\omega\tau_T \ll c_{v0}/c_{vT}$ ,  $\omega\tau_v \gg c_{v0}/c_{vv}$  звук распространяется со скоростью  $u = u_v$ , а декремент затухания определяется выражением

$$\delta = \delta_{\infty v}^{T0} + \delta_{v0}^{v\infty} = \frac{\omega^2}{2\rho_g u_v^3} \left( \zeta_{\infty v}^T + \frac{\zeta_{v0}^v c_{v0}^2}{\omega^2 \tau_v^2 c_{vv}} \right),$$

где

$$\zeta_{\infty v}^T = \frac{\tau_T c_{v\infty}(u_\infty^2 - u_v^2)\rho_g}{c_{vv}}.$$

4. При  $\omega\tau_T \gg c_{v0}/c_{vT}$ ,  $\omega\tau_v \ll c_{v0}/c_{vv}$  звук распространяется со скоростью  $u = u_T$ , а декремент затухания имеет вид

$$\delta = \delta_{T0}^{T\infty} + \delta_{\infty T}^{v0} = \frac{\omega^2}{2\rho_g u_T^3} \left( \zeta_{\infty T}^v + \frac{\zeta_{v0}^v c_{v0}^2}{\omega^2 \tau_T^2 c_{vT}} \right),$$

где

$$\zeta_{\infty T}^v = \frac{\tau_v c_{v\infty}(u_\infty^2 - u_T^2)\rho_g}{c_{vT}}.$$

При стоковом режиме теплообмена в взвеси  $\tau_T \sim \tau_v$ , поэтому "несимметричные" предельные случаи 3, 4 не возможны. В низкочастотном пределе  $\delta_0 \sim \omega^2$ , а в высокочастотном пределе  $\delta_\infty$  от частоты не зависит. Такая зависимость  $\delta(\omega)$  является характерной для дисперсии звука в средах с релаксацией. Заметим, что при больших частотах могут стать существенными не учтенные здесь нестационарные процессы межфазного теплообмена, приводящие согласно [8] к росту декремента с увеличением частоты даже в случае высоких частот. Кроме того, при больших частотах необходимо учитывать другие механизмы поглощения звука, связанные с наличием в среде сдвиговой вязкости и теплопроводности.

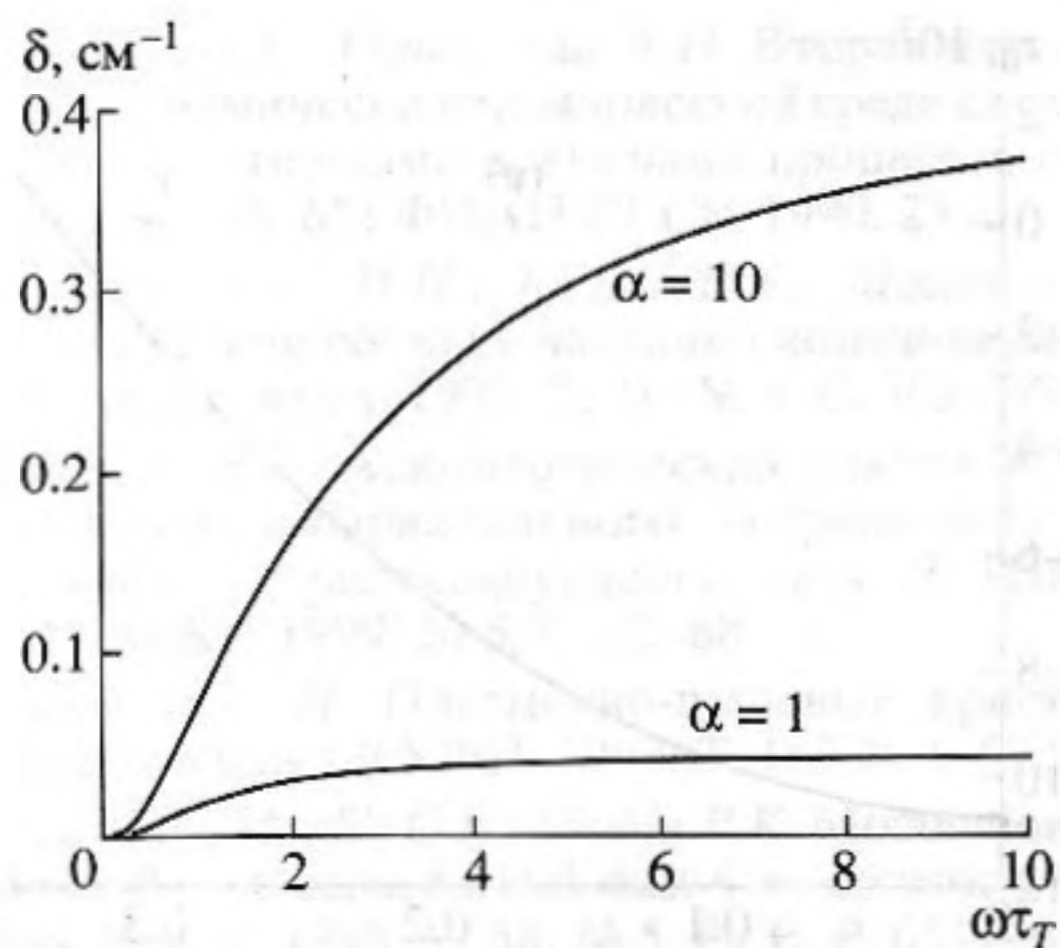


Рис. 1. Частотная зависимость акустического декремента в равновесной взвеси при разных массовых содержаниях частиц.

В качестве примера приведем оценки декремента, скорости звука и коэффициента второй вязкости для взвеси стальных сферических частиц ( $R_{\text{part}} = 2 \times 10^{-6}$  м) в азоте при нормальных ус-

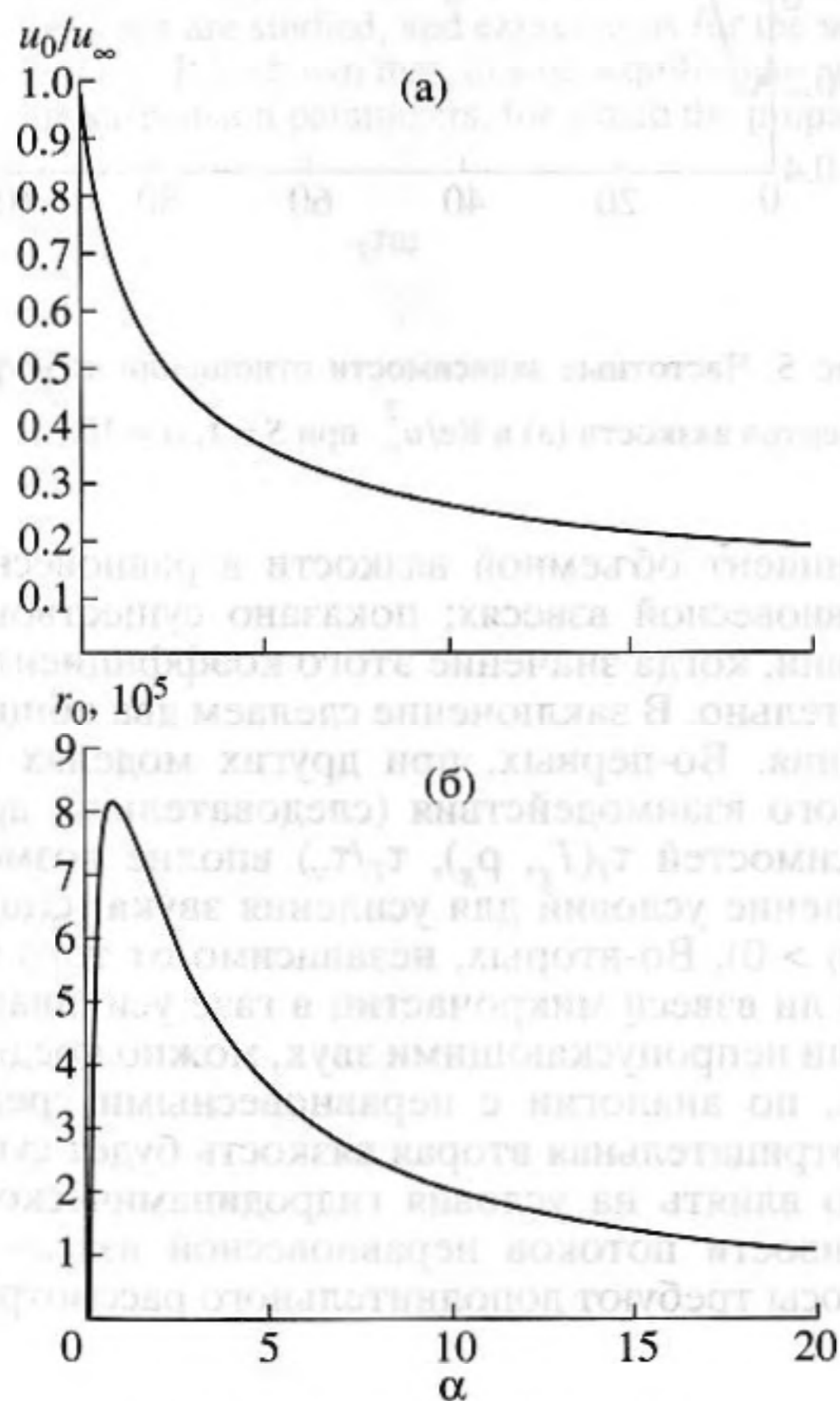


Рис. 2. Зависимость отношений низкочастотной и высокочастотной скоростей звука (а) и коэффициентов вязкости (б) от массового содержания частиц в равновесной взвеси.

ловиях. Массовое содержание частиц рассматривалось в пределах  $\alpha < 60$ , что соответствовало их объемному содержанию  $\epsilon < 0.01$ .

Для этих условий декремент стремится к постоянному значению  $\delta_{\infty}$  с ростом  $\omega$ , как это показано на рис. 1. Согласно рис. 2 в равновесной взвеси скорость низкочастотного звука  $u_0$  при больших  $\alpha$  существенно меньше скорости  $u_{\infty}$ . Отношение  $r_0 = \zeta_0/\eta \gg 1$  достигается уже при  $\alpha \sim 1$ . Такое большое отношение между объемной и динамической вязкостью согласно [10–12] делает необходимым учет второй вязкости при исследовании гидродинамической устойчивости потоков, в том числе даже дозвуковых. Для более крупных частиц это отношение может быть еще больше, так как  $\tau_T \sim R_{\text{part}}^2$ . Разумеется, при этом частотная область низкочастотного звука ( $\omega^2 \tau_T \tau_v \ll (c_{v0}/c_{v\infty})^2$ ) сужается. Уменьшается также высокочастотный декремент  $\alpha_{\infty} \sim 1/\tau_T$ .

На рис. 3 представлены зависимости безразмерной скорости звука  $u(\omega)/u_{\infty}$  и безразмерного декремента  $\bar{\delta}(\omega) = 2\pi k''/k'$ , характеризующего затух-

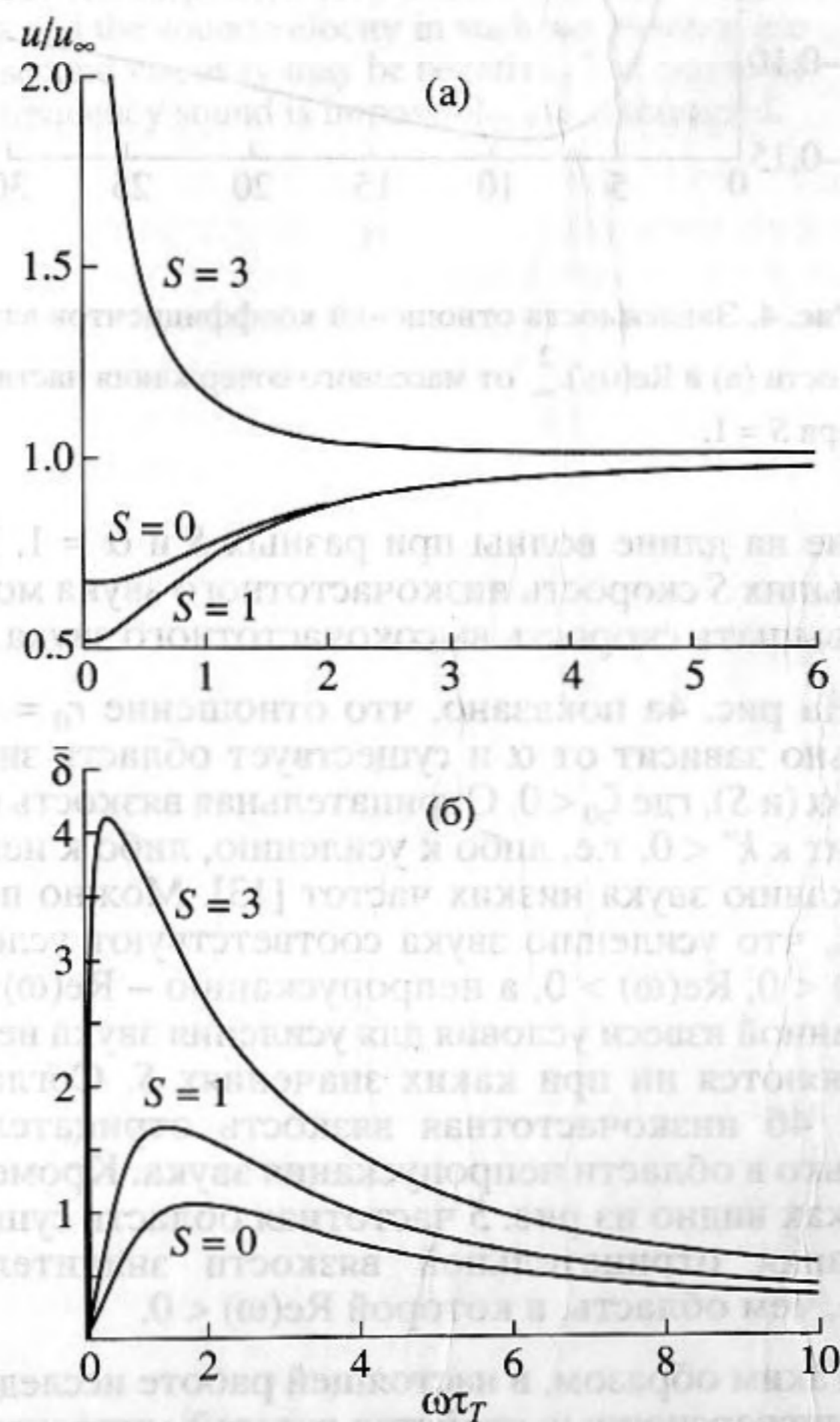


Рис. 3. Частотные зависимости скорости звука (а) и безразмерного декремента (б) при  $\alpha = 1$ .

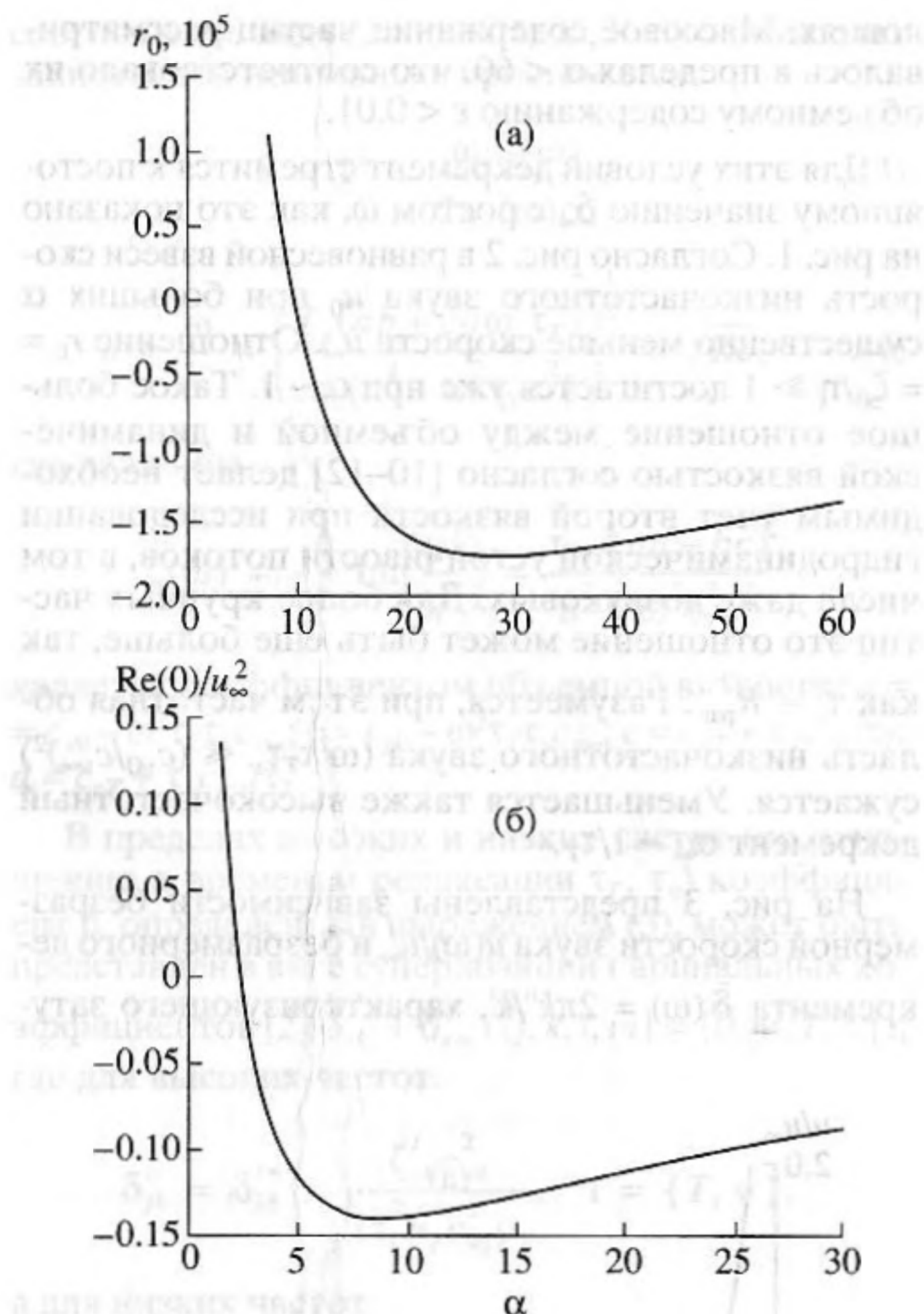


Рис. 4. Зависимости отношений коэффициентов вязкости (а) и  $Re(0)/u_\infty^2$  от массового содержания частиц при  $S = 1$ .

хание на длине волны при разных  $S$  и  $\alpha = 1$ . При больших  $S$  скорость низкочастотного звука может превышать скорость высокочастотного звука.

На рис. 4а показано, что отношение  $r_0 = \zeta_0/\eta$  сильно зависит от  $\alpha$  и существует область значений  $\alpha$  (и  $S$ ), где  $\zeta_0 < 0$ . Отрицательная вязкость приводит к  $k'' < 0$ , т.е. либо к усилению, либо к непропусканию звука низких частот [13]. Можно показать, что усилению звука соответствуют условия  $\zeta(\omega) < 0$ ,  $Re(\omega) > 0$ , а непропусканию —  $Re(\omega) < 0$ . В данной взвеси условия для усиления звука не выполняются ни при каких значениях  $S$ . Согласно рис. 4б низкочастотная вязкость отрицательна только в области непропускания звука. Кроме того, как видно из рис. 5 частотная область существования отрицательной вязкости значительно уже, чем область, в которой  $Re(\omega) < 0$ .

Таким образом, в настоящей работе исследованы дисперсионные свойства взвесей микрочастиц в газе при стоксовом режиме межфазного обмена; найдены скорость звука и декремент; получен ко-

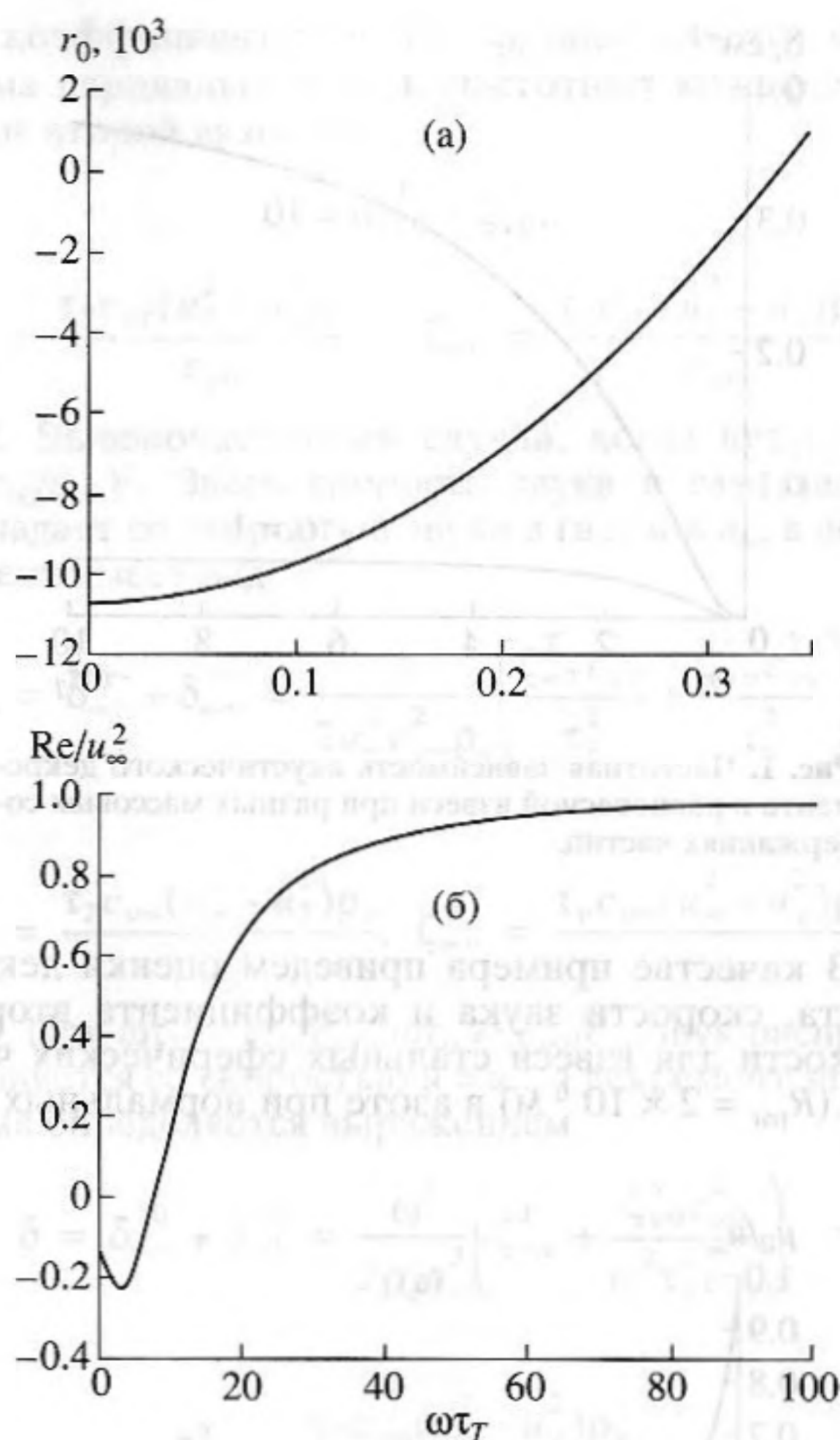


Рис. 5. Частотные зависимости отношений коэффициентов вязкости (а) и  $Re/u_\infty^2$  при  $S = 1$ ,  $\alpha = 10$ .

эффициент объемной вязкости в равновесной и неравновесной взвесах; показано существование условий, когда значение этого коэффициента отрицательно. В заключение сделаем два общих замечания. Во-первых, при других моделях межфазного взаимодействия (следовательно, других зависимостей  $\tau_T(T_g, \rho_g)$ ,  $\tau_T/\tau_v$ ) вполне возможно появление условий для усиления звука ( $\zeta(\omega) < 0$ ,  $Re(\omega) > 0$ ). Во-вторых, независимо от того являются ли взвеси микрочастиц в газе усиливающими или непропускающими звук, можно предположить, по аналогии с неравновесными средами, что отрицательная вторая вязкость будет существенно влиять на условия гидродинамической устойчивости потоков неравновесной взвеси. Эти вопросы требуют дополнительного рассмотрения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Молевич Н.Е., Ораевский А.Н. Вторая вязкость в термодинамически неравновесных средах // ЖЭТФ. 1998. Т. 94. № 3. С. 128–132.

2. Молевич Н.Е., Ораевский А.Н. Вторая вязкость в термодинамически неравновесной среде с несколькими характерными временами процессов // Препринт № 106. М.: ФИАН СССР. 1990. 23 с.
3. Завершинский И.П., Коган Е.Я., Молевич Н.Е. Акустические волны в частично ионизованном газе // Акуст. журн. 1992. Т. 38. № 4. С. 702–709.
4. Молевич Н.Е. Асимптотический анализ устойчивости плоскопараллельного пограничного слоя сжимаемого релаксирующего газа // Известия РАН. МЖГ. 1999. № 5. С. 82–88.
5. Цытович В.Н. Плазменно-пылевые кристаллы, капли и облака // УФН. 1997. Т. 167 № 1. С. 57–99.
6. Amin M.R., Morfill G.E., Shukla P.K. Modulation instability of dust-acoustic and dust-ion-acoustic waves // Phys. Rev. E. 1998. V. 58. № 5. Pt. B. P. 6517–6523.
7. Clarke J.F. Lectures on plane waves in reacting gases // Ann. Phys. Fr. 1984. V. 9. P. 211–306.
8. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. I. С. 322.
9. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. С. 433.
10. Emanuel G. Bulk viscosity of a dilute polyatomic gas // Phys. Fluids. A. 1990. V. 2. № 12. P. 2252–2254.
11. Коган Е.Я., Молевич Н.Е. Звуковые волны в потоках с отрицательной второй вязкостью // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 4. С. 613–616.
12. Нерушев О.А., Новопашиин С.А. Переход к турбулентности  $N_2$  и  $CO$  в круглой трубе. Устойчивость течений гомогенных и гетерогенных жидкостей // Тез. докл. 4-го Сиб. сем. Новосибирск. ИТПМ СО РАН. 1997. С. 76–77.
13. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979. С. 330.

## Effect of the Bulk Viscosity on the Sound Propagation in Nonequilibrium Suspensions of Microparticles in Gas

N. E. Molevich and V. E. Nenashev

The sound propagation in a mixture of gas with uniformly dispersed solid particles, whose temperature is maintained above that of the gas by an external source, is considered. The dispersion properties of this kind of suspensions are studied, and expressions for the second viscosity and the sound velocity in such suspensions are derived. It is shown that, in a nonequilibrium suspension, the second viscosity may be negative. The ranges of the suspension parameters, for which the propagation of low-frequency sound is impossible, are determined.