

УДК 534.2

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОТРАЖЕНИЯ ПЛОСКИХ ЗВУКОВЫХ ВОЛН ОТ СЛОИСТОГО УПРУГОГО ДНА

© 2000 г. М. С. Фокина, В. Н. Фокин

*Институт прикладной физики РАН*

*603600 Н. Новгород, ул. Ульянова, 46*

*E-mail: fok@hydro.appl.sci-nnov.ru*

Поступила в редакцию 31.12.98 г.

Рассматривается матричный метод и его численная реализация для расчета комплексных коэффициентов отражения и преломления плоских звуковых волн, для класса геоакустических моделей океанского дна, состоящего из однородных упругих (жидких) поглощающих слоев, покрывающих упругое полупространство. При расчетах коэффициентов отражения на высоких частотах или при большом количестве осадочных слоев осуществлен переход от матричного подхода Томсона–Хаскелла к расчетной схеме Данкина–Трауэра. Приведены результаты тестовых расчетов. С целью развития резонансных методов реконструкции параметров слоистых упругих сред, выполнены исследования особенностей поведения частотно-угловых зависимостей коэффициента отражения для различных геоакустических моделей дна. Выявлена структура угловых и частотных резонансов коэффициентов отражения. Рассмотрено изменение структуры (положения, ширины и амплитуды) двух типов резонансов в зависимости от параметров слоистого дна.

Интерес к рассмотрению процессов отражения и распространения звука в волноводах с упругим слоистым дном связан как с развитием методов и средств диагностики и реконструкции характеристик дна, так и с актуальностью поиска полезных ископаемых, месторождений нефти и газа на морском шельфе акустическими методами. Для моделирования взаимодействия звука с океанским дном традиционно используются коэффициенты отражения плоских волн. Классическими работами в области развития математических методов описания взаимодействия плоских волн с упругими слоистыми средами являются работы [1–6]. Матричный метод расчета коэффициентов отражения и преломления плоских волн, развитый в работе [3, 4], был успешно использован для интерпретации экспериментальных данных в работе [7]. В работе [5] приводится метод тензорных импедансов, позволяющий решать задачу расчета коэффициентов отражения для сред с кусочно-постоянными упругими и инерционными параметрами. Решение системы дифференциальных уравнений Риккати, к которой сводится задача, может быть получено методом Рунге–Кутты. В работе [6] приводится численная реализация импедансного метода расчета характеристик упругих волн в непрерывно-слоистых твердых средах. Исследованиям отражения и распространения звука в упругих слоистых средах посвящен целый ряд работ [8–11], использование сложных моделей дна при моделировании процессов распространения и отражения звука получило развитие только в

последнее время. Интерес представляют исследования как необходимости учета изменения параметров дна с глубиной [12, 13], так и связи отражательной способности морского дна с его акустическими характеристиками [14–17].

В данной работе численно реализован традиционно используемый для описания упругих слоистых сред матричный метод Томсона–Хаскелла [18, 19], согласно которому каждая упругая среда характеризуется матрицей 4-го порядка, а вся система описывается матрицей, полученной при перемножении характеристических матриц всех сред. Элементы этой матрицы позволяют рассчитывать интерференционные коэффициенты отражения и преломления и дисперсионные характеристики интерференционных волн. Однако область применимости расчетной схемы Томсона–Хаскелла оказалась принципиально ограниченной. В связи с этим, в данной работе был осуществлен переход от характеристических матриц 4-го порядка к матрицам 6-го порядка, впервые предложенных И. Данкиным [20] и Е. Трауэром [21]. Теоретически развитый Л.А. Молотковым [3, 4] и численно реализованный в данной работе подход Данкина–Трауэра позволил увеличить точность компьютерных вычислений коэффициентов отражения плоских волн. Проведено тестирование созданной на базе матричного метода программы и выполнено сопоставление тестовых расчетов с опубликованными в [22] данными угловых зависимостей потерь при отражении для гипотетического слоя турбидитов. На примере численных расче-

тов проиллюстрировано поведение частотно-угловых резонансов и эффектов поглощения для различных слоистых упругих/жидких моделей дна. Рассмотрено изменение структуры резонансов (положения, ширины и амплитуды) в зависимости от частоты излучения, угла скольжения, а также сдвиговой упругости в слое и подстилающем полупространстве. Исследования выполнены с целью развития резонансных методов реконструкции характеристик упругого слоистого дна.

Физическая модель среды представлена в виде набора из  $n$  плоскопараллельных упругих слоев, покрывающих упругое полупространство. Ось  $z$  направлена вверх и составляет нормаль с горизонтально стратифицированными упругими слоями  $j = 1, 2, \dots, n$ ,  $n$  – число упругих слоев. В пределах осадочного слоя плотность  $\rho_j$ , скорости продольных  $c_{lj}$ , поперечных  $c_{tj}$  волн и затухание продольных  $\eta_{lj}$  и поперечных  $\eta_{tj}$  волн считаются постоянными. Водная толща (0) и упругое основание ( $\infty$ ) являются однородными полупространствами. Во всех слоях, включая и упругое полупространство, эффекты поглощения учитываются путем введения комплексных скоростей продольных и поперечных волн  $c_j = c_{re} + ic_{im}$ . Это в свою очередь требует комплексных волновых чисел.

Рассматриваются лишь волны вертикальной поляризации SV-типа, у которых компоненты вектора смещения  $\mathbf{U}$  заключены в плоскости  $(x, z)$  и нет смещения вдоль оси  $y$ . Поля векторов смещения могут быть записаны в терминах скалярного  $\phi$  и векторного  $\psi$  потенциалов:

$$\mathbf{U} = \text{grad}\phi + \text{rot}\psi. \quad (1)$$

В случае волны SV-типа, потенциал  $\psi$  имеет только  $y$ -компоненту в упругой среде и равен нулю в воде. Поле смещений в каждом  $j$ -м слое выражается в декартовой системе координат через потенциалы  $\phi_j$  и  $\psi_j$ :

$$\begin{aligned} U_x &= \partial\phi_j/\partial x - \partial\psi_j/\partial z, \\ U_z &= \partial\phi_j/\partial z + \partial\psi_j/\partial x, \end{aligned} \quad (2)$$

удовлетворяющих уравнениям Гельмгольца:

$$\begin{aligned} \Delta\phi_j + \alpha_j^2\phi_j &= 0, \\ \Delta\psi_j + \beta_j^2\psi_j &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\alpha_j^2 = k_{lj}^2 - \xi^2$ ,  $\beta_j^2 = k_{tj}^2 - \xi^2$ ,  $\xi = (\omega/c_0)\sin\theta_0$ . Связь нормальной  $\sigma_{zzj}$  и тангенциальной  $\sigma_{xzj}$  компонент тензора напряжения с потенциалами  $\phi_j$  и  $\psi_j$  имеет вид:

$$\begin{aligned} \sigma_{xzj} &= 2\mu_j(\partial^2\phi_j/\partial x\partial z - \partial^2\psi_j/\partial z^2), \\ \sigma_{zzj} &= -\lambda_j\partial^2\phi_j/\partial x^2 + \\ &+ (\lambda_j + 2\mu_j)\partial^2\phi_j/\partial z^2 + \partial^2\psi_j/\partial x\partial z, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\lambda_j$  и  $\mu_j$  константы Ламэ, причем  $c_{lj} = \sqrt{(\lambda_j + 2\mu_j)/\rho_j}$ ,  $c_{tj} = \sqrt{\mu_j/\rho_j}$ . Заданная упругая слоистая система возбуждается плоской волной единичной амплитуды  $\phi_0^+ = 1$ , падающей из жидкого полупространства. Система волн в жидком и упругом полупространствах записывается:

$$\begin{aligned} \phi_0(z) &= \phi_0^+ \exp(-i\alpha_0 z) + \phi_0^- \exp(i\alpha_0 z), \\ \psi_0(z) &= 0, \\ \phi_\infty(z) &= \phi_\infty^+ \exp(-i\alpha_\infty z), \\ \psi_\infty(z) &= \psi_\infty^+ \exp(-i\beta_\infty z), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\phi_0^- = V$  – коэффициент отражения в жидком полупространстве,  $\phi_\infty^+ = W_l$ ,  $\psi_\infty^+ = W_t$  – коэффициенты преломления продольных и поперечных волн в упругом полупространстве. На границе жидкость–упругая среда записываются три граничных условия, а на границах упругих сред  $z = H_j$  выполняются условия жесткого контакта и записываются четыре граничных условия [1]. Решения уравнений (3) в упругих слоях  $j$  представляются в виде потенциалов  $\phi_j$  и  $\psi_j$ , описывающих продольные и поперечные волны:

$$\begin{aligned} \phi_j &= \phi_j^+ \exp(i\alpha_j z) + \phi_j^- \exp(-i\alpha_j z), \\ \psi_j &= \psi_j^+ \exp(i\beta_j z) + \psi_j^- \exp(-i\beta_j z), \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\phi_j^+$ ,  $\phi_j^-$ ,  $\psi_j^+$  и  $\psi_j^-$  – некоторые произвольные функции,  $\phi_j^-$  и  $\psi_j^-$  характеризуют волны, распространяющиеся в сторону возрастания  $z$ , а  $\phi_j^+$  и  $\psi_j^+$  характеризуют волны, распространяющиеся против  $z$ . После подстановки решений (6) в граничные условия [1] и дифференцирования на границах получим  $4(n+1)$  уравнений относительно  $4(n+1)$  неизвестных. Введем вектор–столбец  $Z_j = (\phi_j^+, \phi_j^-, \psi_j^+, \psi_j^-)^T$ , диагональную матрицу  $L_j = [\exp(i\alpha_j h_j), \exp(-i\alpha_j h_j), \exp(i\beta_j h_j), \exp(-i\beta_j h_j)]$  и характеристическую матрицу слоя 4-го порядка  $A_j$ , где  $h_j$  – толщина слоя [3, 4]. Для системы из  $n$  упругих слоев и упругого полупространства будет справедливо матричное уравнение:

$$Z_n = D \times Z_\infty, \quad (7)$$

где  $D = A_n^{-1} \times A_{n-1} \times L_{n-1} \times A_{n-1}^{-1} \times \dots \times A_j \times L_j \times A_j^{-1} \times \dots \times A_1 \times L_1 \times A_1^{-1} \times A_\infty$  – матрица 4-го порядка слоистого упругого полупространства, элементы которой  $D_{lm}$ , где  $l, m = 1, 2, 3, 4$ . Для совместного описания жидкого и слоистого упругого полупространств, с учетом (6) может быть записано шесть уравнений на границе. При этом жидкое полупространство характеризует матрица 2-го порядка

$Q_{pv}$ , где  $p, v = 1, 2$ . Для решения системы линейных алгебраических уравнений относительно  $\varphi_\infty^+ = W_l$ ,

$\psi_\infty^+ = W_l$ ,  $\varphi_0^- = V$ ,  $U_{x\infty}$ ,  $U_{z\infty}$  и  $\sigma_{zz\infty}$  используется основной определитель  $\Delta$  системы уравнений:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & (Q_{11}D_{21} + Q_{12}D_{41}) & (Q_{11}D_{23} + Q_{12}D_{43}) & 0 \\ -1 & (Q_{21}D_{21} + Q_{22}D_{41}) & (Q_{21}D_{23} + Q_{22}D_{43}) & 0 \\ 0 & D_{11} & D_{13} & -1 \\ 0 & D_{31} & D_{33} & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}. \quad (8)$$

Решения системы уравнений находятся по правилу Крамера:  $\chi_k = \Delta_k/\Delta$ ,  $k = 1, 2, 3$ , где  $\chi_k$  имеет смысл коэффициента отражения плоских волн в жидком полупространстве  $V$  и коэффициентов преломления продольных  $W_l$  и поперечных  $W_t$  волн в упругом полупространстве.

Для записи коэффициентов отражения и преломления вводится матрица 4-го порядка  $D$ , характеризующая всю упругую слоистую среду. Однако, при выполнении численных вычислений матрицы  $D$  в области:

$$k_{lj}h_j \operatorname{Re}\alpha_j \gg 1, \operatorname{Re}\alpha_j \gg \operatorname{Re}\beta_j, \quad (9)$$

где  $k_{lj} = \omega/c_{lj}$ ,  $\alpha_j = \sqrt{k_{lj}^2 - \xi^2}$ ,  $\beta_j = \sqrt{k_{tj}^2 - \xi^2}$ , матричный метод, использующий традиционный подход Томсона–Хаскелла, оказывается неудобным из-за постоянно накапливающейся ошибки при расчетах на больших частотах или при большом количестве слоев, а также в промежутках между предельными углами, относящимися к слою  $j$ . В связи с этим, при написании программы был использован матричный формализм Данкина–Трауэра [20, 21], который позволил расширить область применимости матричного метода и снять принципиальные ограничения подхода Томсона–Хаскелла [3, 4]. Непосредственный переход от одного подхода к другому осуществлен на основании теоремы о свойствах ассоциированных матриц Ф.Р. Гантмахера, когда характеристической матрице  $D$  4-го порядка ставится в соответствие матрица  $\hat{D}$  6-го порядка, элементы которой являются минорами второго порядка матрицы  $D$

$$D_{lm}^{ip} = \begin{vmatrix} D_{il} & D_{im} \\ D_{pl} & D_{pm} \end{vmatrix}. \quad (10)$$

Из теоремы о свойствах ассоциированных матриц Ф.Р. Гантмахера [23] следует, что минорные матрицы  $\hat{D}$ ,  $\hat{A}_j^{-1}$ ,  $\hat{L}_j$ ,  $\hat{A}_j$ , соответствующие матрицам  $D$ ,  $A_j^{-1}$ ,  $L_j$ ,  $A_j$ , удовлетворяют соотношению:

$$\hat{D} = \hat{A}_n^{-1} \times \hat{A}_{n-1}^{-1} \times \hat{L}_{n-1} \times \hat{A}_{n-1} \times \dots \times \hat{A}_j^{-1} \times \hat{L}_j \times \hat{A}_j \times \dots \times \hat{A}_1^{-1} \times \hat{L}_1 \times \hat{A}_1 \times A_\infty$$

и представляют собой матрицы 6-го порядка. Тогда определители системы из шести уравнений, записанных на границах, могут быть переписаны в терминах элементов матриц 2-го и 6-го порядков, и, соответственно для коэффициента отражения и преломления продольных и поперечных волн будут получены выражения:

$$\begin{aligned} \chi_1 = V &= \Delta_1/\Delta = \{Q \times K_{ls} \times \hat{D}\}_{11}/\{Q \times K_{ls} \times \hat{D}\}_{21}, \\ \chi_2 = W_l &= \Delta_2/\Delta = D_{33}/\{Q \times K_{ls} \times \hat{D}\}_{21}, \\ \chi_3 = W_t &= \Delta_3/\Delta = -D_{31}/\{Q \times K_{ls} \times \hat{D}\}_{21}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $K_{ls}$  – переходная матрица между жидким и слоистым упругим полупространствами:

$$K_{ls} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (12)$$

Преимущества использования матриц 6-го порядка связаны с тем, что при вычислении элементов матрицы  $\hat{D}$  сокращаются величины, которые являются очень большими в области (9). Это и позволяет проводить корректные расчеты при выполнении условия (9).

Матричный метод Данкина–Трауэра был реализован в виде компьютерной программы. Результаты тестовых расчетов представлены в виде зависимостей потерь при отражении от дна  $RL(\theta)$  или коэффициента отражения  $V(\theta)$  от угла скольжения  $\theta$ :

$RL(\theta) = -20 \lg(|V(\theta)|)$ , где  $|V| = \sqrt{\Re(V)^2 + \Im(V)^2}$  – модуль комплексного коэффициента отражения  $V$ ,  $\Re(V)$  и  $\Im(V)$  – реальная и мнимая части  $V$ . Тестирование программы проводилось на примере расчетов  $RL(\theta)$  для гипотетического слоя турбидитов (таблица), приведенных в работе [22]. Расчеты потерь при отражении во всем диапазоне углов скольжения, выполненные с помощью численного интегрирования уравнений Гельмгольца в работе [22], приведены на рис. 1а. Результаты расчетов  $RL(\theta)$ , выполненные в данной работе с использованием матричного метода Данкина–Трауэра, приведены на рис. 1б, где набор слоев с градиентами продольной и поперечной скорости

Физические параметры для гипотетического слоя турбидитов

Глубина (м)	$c_l$ (м/с)	$\eta_l$ (дБ/м)	$c_l$ (м/с)	$\eta_l$ (дБ/м)	$\rho$ (г/см <sup>3</sup> )
Вода	1530	...	...	...	1.03
0	1510	0.0013	116	0.169	1.53
36	1582	0.0020	283	0.112	0.579
120	1674	0.0040	391	0.172	1.689
518	1992	0.0027	621	0.087	2.010
Упругое полупространство	4460	0.00016	2400	0.00079	2.460

звука, плотности и затухания аппроксимировался 17-ю упругими однородными слоями. Получено хорошее совпадение тестовых расчетов с опубликованными результатами. Потери при отражении увеличиваются между критическим углом  $\theta_c = 50^\circ$  для поперечных волн в полупространстве и критическим углом  $\theta_c = 70^\circ$  для продольных волн в полупространстве. Расчеты показывают, что сдвиговая упругость в осадочных слоях модифи-

цирует резонансную структуру между критическими углами  $\theta_c = 50^\circ$  и  $\theta_c = 70^\circ$ , но не имеет основного вклада вне этой области (рис. 1а, 1б). Программа расчета коэффициентов отражения и преломления плоских волн для системы однородных упругих слоев, лежащих на упругом полупространстве, позволила проанализировать зависимость структуры резонансов от параметров слоистой среды как для рассмотренной ранее модели

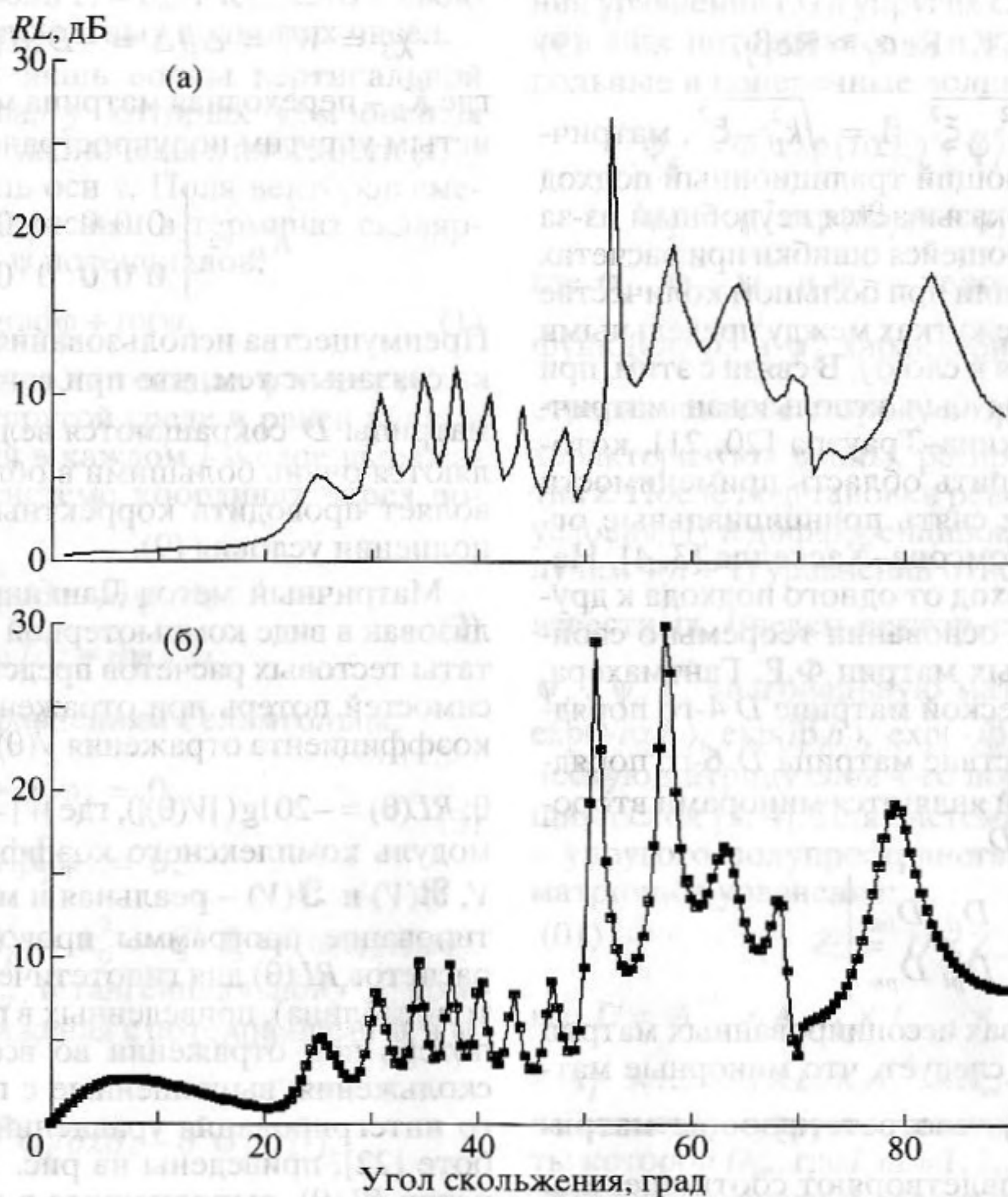
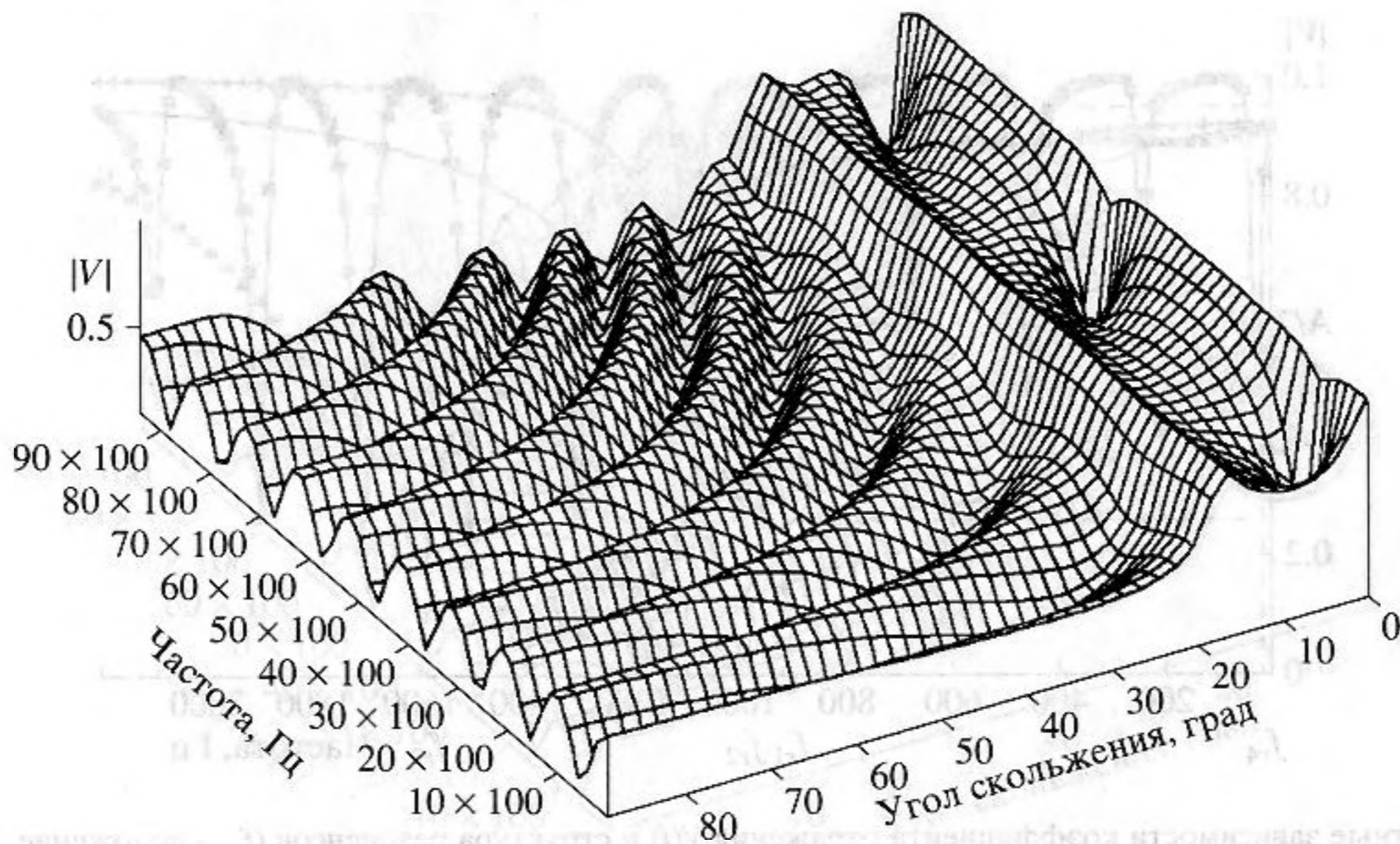


Рис. 1. Потери при отражении от угла скольжения на частоте  $f = 20$  Гц для гипотетического слоя турбидитов толщиной 518 м (таблица): а – градиентный набор слоев (численное интегрирование уравнений Гельмгольца [22]); б – аппроксимация 17-ю однородными упругими слоями (матричный метод Данкина–Трауэра).



**Рис. 2.** Модуль коэффициента отражения на плоскости частота–угол скольжения ( $c_0 = 1500$  м/с,  $\rho_0 = 1$  г/см<sup>3</sup>,  $h_1 = 0.7$  м,  $c_{11} = 1455$  м/с,  $\eta_{11} = 0$ ,  $\rho_1 = 1.45$  г/см<sup>3</sup>,  $c_{1\infty} = 1575$  м/с,  $\eta_{1\infty} = 6.35 \times 10^{-4}$ ,  $c_{t\infty} = 1455$  м/с,  $\eta_{t\infty} = 6.35 \times 10^{-4}$ ,  $\rho_\infty = 2.6$  г/см<sup>3</sup>).

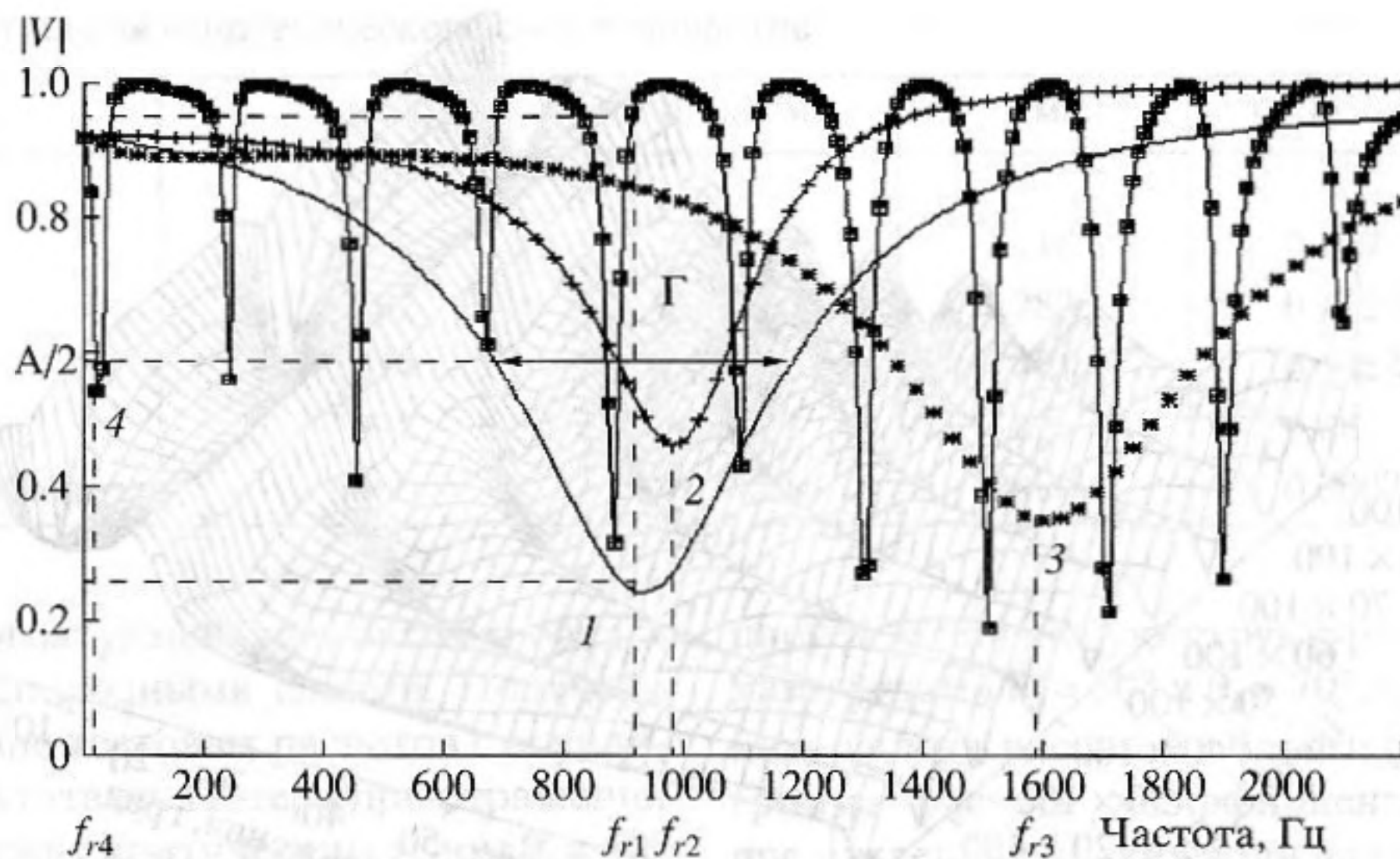
жидкого слоя на жидком полупространстве [24], так и для более сложных комбинаций жидких и упругих слоев.

Рассмотрим влияние акустических характеристик дна на структуру резонансов коэффициента отражения для различных моделей. На рис. 2 приведены частотно-угловые зависимости коэффициента отражения  $V(f, \theta)$  для простейшей модели дна в виде жидкого слоя осадков, лежащего на упругом полупространстве ( $c_0 = 1500$  м/с,  $\rho_0 = 1$  г/см<sup>3</sup>,  $h_1 = 0.7$  м,  $c_{11} = 1455$  м/с,  $\rho_1 = 1.45$  г/см<sup>3</sup>,  $c_{1\infty} = 1575$  м/с,  $\eta_{1\infty} = 6.35 \times 10^{-4}$ ,  $c_{t\infty} = 1455$  м/с,  $\eta_{t\infty} = 6.35 \times 10^{-4}$ ,  $\rho_\infty = 2.6$  г/см<sup>3</sup>). Параметры с индексом 0 соответствуют воде, параметры с индексом  $j = 1$  соответствуют осадочному слою, параметры с индексом  $\infty$  – упругому полупространству. Рассчитанные значения  $V(f, \theta)$  образуют на плоскости частота–угол скольжения сложную структуру, состоящую из регулярных последовательностей пиков и впадин. Зависимости подобного рода приписывают резонансным явлениям, при этом структура резонансов содержит всю необходимую информацию о взаимодействующей со звуком среде [24]. Под резонансами коэффициентов отражения понимают максимальные значения коэффициента прохождения. При этом коэффициенты отражения имеют минимальные значения. В данной работе под резонансами коэффициента отражения будет пониматься поведение коэффициента отражения вблизи своего локального минимума.

Характерной особенностью приведенных на рис. 2 расчетов является то, что частотные резонансы наблюдаются даже на малых углах скольже-

ния порядка  $1^\circ$ – $2^\circ$ , что связано с учетом скорости распространения поперечных волн в полупространстве  $c_{t\infty}$ . Поведение коэффициентов отражения вблизи малых углов скольжения в случае жидкого полупространства подробно рассмотрено в работе [24]. Учет поглощения в жидком осадочном слое ( $\eta_{11} = 6.35 \times 10^{-4}$ ) приводит в основном только к уменьшению величины коэффициента отражения и амплитуды резонансов с увеличением частоты. Отметим, что на углах скольжения меньших критического  $\theta < \theta_{кр} = 20^\circ$  на частотах больших 6000 Гц резонансные пики выглаживаются и становятся малозаметными. Это связано с тем, что на малых углах скольжения большая часть падающей энергии поглощается в слое. На углах скольжения больших критического  $\theta > \theta_{кр} = 20^\circ$  этот эффект также присутствует, но существенно менее выражен.

В реалистичных моделях дна необходимо учитывать естественную слоистость осадков. Поэтому, если к модели, соответствующей рис. 2, добавить жидкий слой такой же толщины ( $h_1 = h_2$ ,  $h_2 = 0.7$  м,  $c_{12} = 1555$  м/с,  $\eta_{12} = 0$ ,  $\rho_2 = 1.65$  г/см<sup>3</sup>, слои располагаются так, что импеданс увеличивается с глубиной), то на плоскости частота–угол скольжения не будет наблюдаться простой периодичности резонансов. Число пиков остается тем же самым, однако, резонансная структура коэффициента отражения приобретает дополнительную модуляцию, меняется амплитуда резонансов. Если положить толщины слоев неравными друг другу  $h_1 \neq h_2$ , то модуляция коэффициента отражения будет носить еще более нерегулярный характер.



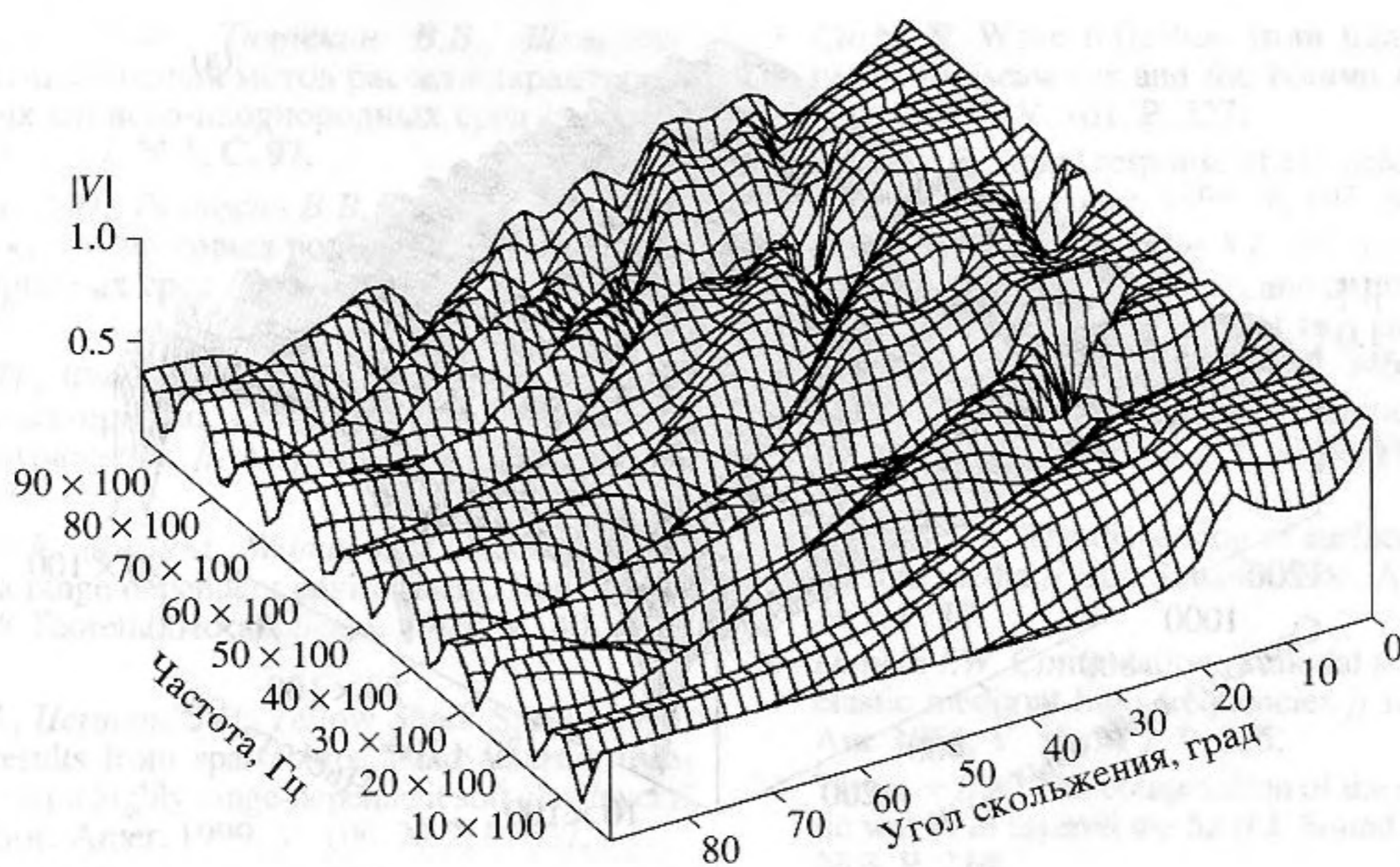
**Рис. 3.** Частотные зависимости коэффициента отражения  $V(f)$  и структура резонансов ( $f_m$  – положение,  $\Gamma$  – ширина,  $A$  – амплитуда) при фиксированном угле скольжения  $\theta = 2^\circ$ ; линия 1 – жидкий слой на упругом полупространстве; линия 2 – два жидких слоя на упругом полупространстве; линия 3 – жидкий и упругий слой на упругом полупространстве; линия 4 – упругий слой на упругом полупространстве.

На рис. 3 (линия 1) приведены расчеты  $V(f)$  в диапазоне частот от 5 до 2100 Гц при фиксированном угле скольжения  $\theta = 2^\circ$ , для модели дна в виде жидкого слоя на упругом полупространстве. На частоте  $f_{r1} = 925$  Гц наблюдается первый локальный минимум коэффициента отражения, т.е. первый частотный резонанс. Структура резонансов в данном случае легко выделяется при представлении амплитуды процесса резонансной кривой Брейта-Вигнера на фоне слабо меняющегося основания [25]. Ширина частотного резонанса  $\Gamma$  измеряется вблизи положения локального минимума коэффициента отражения, когда амплитуда процесса достигает своего половинного значения  $A/2$ . Аналогично вводятся понятия положения и ширины угловых резонансов коэффициента отражения  $\gamma$  и  $\theta_m$ . Структура частотных и угловых резонансов зависит от акустических свойств морского дна и содержит всю необходимую информацию о взаимодействующей со звуком среде.

Учет дополнительных жидких осадочных слоев (рис. 3, линия 2) приводит к смещению положения  $f_{r2}$  частотного резонанса, уменьшению ширины  $\Gamma$  и амплитуды  $A$ . Анализ структуры резонансов усложняется, из-за значительного увеличения числа параметров дна. Учет сдвиговой упругости во втором осадочном слое при расчетах  $V(f)$  (рис. 3, линия 3) приводит к еще большему смещению положения  $f_{r3}$  первого резонансного пика, изменению его ширины  $\Gamma$  и амплитуды  $A$ , по сравнению со структурой резонансов, измеренной для более простых моделей с одним жидким слоем (рис. 3, линия 1) и двумя жидкими слоями (рис. 3, линия 2). Если взять два упругих слоя на полупространстве ( $c_{11} = 300$  м/с,  $c_{12} = 500$  м/с), то на частотной зави-

симости коэффициента отражения при фиксированном угле скольжения  $\theta = 2^\circ$  (рис. 3, линия 4) появляются новые резонансы, изменяется их ширина  $\Gamma$  и амплитуда  $A$ , по сравнению со структурой резонансов, измеренных для более простых моделей дна.

Особый интерес представляет учет сдвиговой упругости в осадочных слоях при расчетах коэффициентов отражения. Учет поперечных волн во втором осадочном слое ( $c_{12} = 800$  м/с, остальные данные соответствуют рис. 2) существенно меняет частотно-угловую зависимость коэффициента отражения (рис. 4). Уже не наблюдается простой периодичности коэффициента отражения по частоте, угловая зависимость тоже становится более сложной. На углах скольжения меньших критического  $\theta < \theta_{кр} = 20^\circ$  возникают новые резонансы, которые содержат дополнительную информацию о параметрах отражающей среды. При нормальном падении плоской волны на слоистую упругую среду (угол скольжения  $\theta = 90^\circ$ ) влияния сдвиговой волны на коэффициенты отражения не наблюдается, так как в этом случае возбуждение сдвиговой волны невозможно из-за отсутствия тангенциальной проекции волны сжатия на границе сред. Сильная зависимость коэффициента отражения от большого количества параметров в этой модели дна затрудняет оценку влияния сдвиговых волн на распространение звука в мелком море. Однако, в этом случае коэффициент отражения существенно меняется на малых углах скольжения (рис. 4). Использование более простых моделей дна на частотах в несколько сотен герц может привести к ошибкам в оценках интен-



**Рис. 4.** Модуль коэффициента отражения на плоскости частота–угол скольжения; модель дна – жидкий и упругий слой равной толщины на упругом полупространстве ( $h_1 = 0.7$  м,  $c_{l1} = 1455$  м/с,  $\rho_1 = 1.45$  г/см<sup>3</sup>,  $h_2 = 0.7$  м,  $c_{l2} = 1455$  м/с,  $c_{t2} = 300$  м/с,  $\rho_2 = 1.45$  г/см<sup>3</sup>,  $c_{l\infty} = 1575$  м/с,  $\eta_{l\infty} = 6.35 \times 10^{-4}$ ,  $c_{t\infty} = 1455$  м/с,  $\eta_{t\infty} = 6.35 \times 10^{-4}$ ,  $\rho_\infty = 2.6$  г/см<sup>3</sup>).

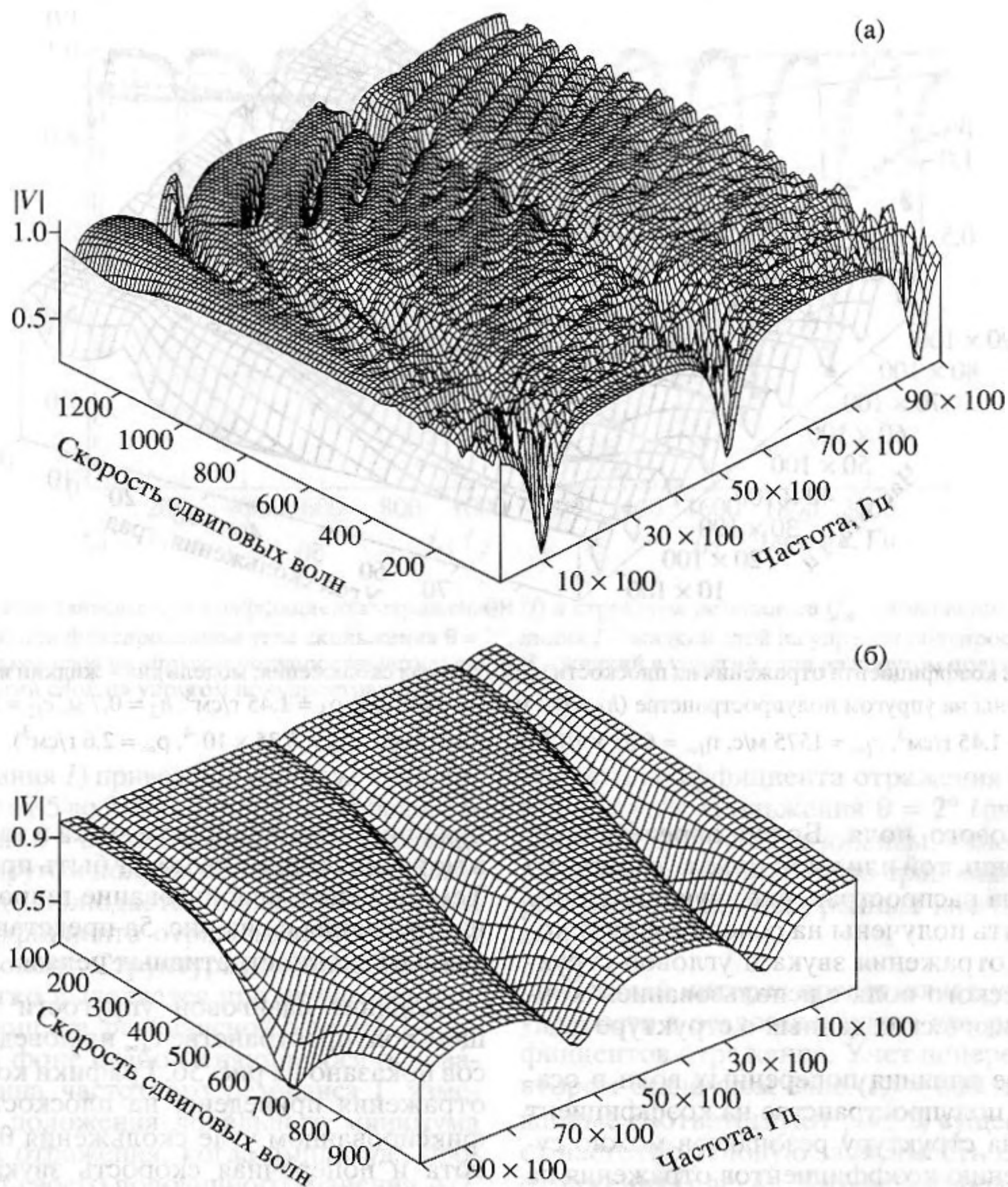
сивности звукового поля. Более определенные выводы о влиянии той или иной модели слоистого упругого дна на распространение звука в мелком море могут быть получены на основе анализа коэффициентов отражения звука и угловой структуры акустического поля с использованием конкретных геофизических данных о структуре дна.

О характере влияния поперечных волн в осадочном слое и полупространстве на коэффициент отражения и на структуру резонансов можно судить по поведению коэффициентов отражения на плоскости частота–скорость поперечных волн в слое осадка ( $f, c_{t1}$ ) и на плоскости частота–скорость поперечных волн в полупространстве ( $f, c_{t\infty}$ ). Рассмотрена модель дна в виде упругого слоя на упругом полупространстве ( $h_1 = 0.7$  м,  $c_{l1} = 1455$  м/с,  $\eta_{l1} = 0$ ,  $c_{t1} = 5$ –1400 м/с,  $\rho_1 = 1.45$  г/см<sup>3</sup>,  $c_{l\infty} = 1575$  м/с,  $\eta_{l\infty} = 6.35 \times 10^{-4}$ ,  $c_{t\infty} = 1455$  м/с,  $\eta_{t\infty} = 6.35 \times 10^{-4}$ ,  $\rho_\infty = 2.6$  г/см<sup>3</sup>). На рис. 5а приведен расчет коэффициента отражения при фиксированном угле скольжения  $\theta = 2^\circ$  на плоскости  $V(f, c_{t1})$ , где частота и поперечная скорость звука в осадочном слое меняются в пределах  $f = 1$ –10000 Гц,  $c_{t1} = 5$ –1400 м/с. При учете поперечной скорости звука в слое  $c_{t1}$  появляется дополнительная модуляция коэффициента отражения. При смещении по оси  $c_{t1}$  от 50 до 200 м/с усложняется структура резонансов, а при дальнейшем увеличении  $c_{t1}$  появляются дополнительные резонансные пики, кроме того, наблюдается смещение положения резонансных пиков по частоте и углу. Следует отметить, что значе-

ния поперечной скорости звука в твердых телах и в морских осадках не могут быть произвольными. Тем не менее, использование широкого диапазона изменения  $c_{t1}$  на рис. 5а представляется оправданным в иллюстративных целях.

Влияние сдвиговой упругости в подстилающем полупространстве  $c_{t\infty}$  на поведение резонансов показано на рис. 5б. Графики коэффициентов отражения приведены на плоскости ( $f, c_{t\infty}$ ) при фиксированном угле скольжения  $\theta = 2^\circ$ , где частота и поперечная скорость звука меняются в пределах  $f = 1$ –10000 Гц,  $c_{t\infty} = 100$ –1000 м/с. Использовалась модель дна в виде жидкого слоя на упругом полупространстве (данные соответствуют рис. 2). Смещение положения минимумов коэффициентов отражения по частоте при увеличении  $c_{t\infty}$ , видимо, связано с изменением фазы отраженных сигналов от нижней границы осадочного слоя. Зависимость положения резонансных минимумов коэффициента отражения от  $c_{t\infty}$  может быть использована в дальнейшем для выработки методики определения сдвиговой скорости звука в полупространстве при известных характеристиках осадочного слоя.

Таким образом, в данной работе представлены расчеты коэффициентов отражения и прохождения для слоистых упругих сред с помощью матричного метода. Показано, что для увеличения точности расчетов необходимо использование матриц шестого порядка. Приведены результаты тестирования программы. Рассмотрены частотно-угловые зависимости коэффициента отражения для



**Рис. 5.** Зависимость коэффициента отражения при фиксированном угле скольжения  $\theta = 2^\circ$  и  $c_{l\infty} > c_0 > c_{l1}$ : а – коэффициент отражения на плоскости частота–скорость сдвиговых волн в слое; б – коэффициент отражения на плоскости частота–скорость сдвиговых волн в полупространстве.

моделей дна, состоящих из одного и двух жидких/упругих осадочных слоев на упругом полупространстве. Отчетливая резонансная структура, выявленная для простой модели дна, в целом сохраняется при добавлении к ней более реальных деталей, таких как слоистость, затухание и сдвиговая упругость. Резонансная структура коэффициентов отражения исследована с целью развития резонансного подхода для решения обратной задачи отражения, так как положение, ширина и амплитуда резонансов могут быть легко измерены в экспериментах. Вопрос о том, как связать их с акустическими параметрами дна для более сложных, чем описанные в литературе [24–27] случаев, исследуется авторами в настоящее время.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта № 97-05-64712).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бреховских Л.М., Годин О.А. Акустика слоистых сред. М.: Наука, 1989. 411 с.
2. Ewing W.M., Jardetzky W.S., Press F. Elastic waves in layered media. New York: McGraw-Hill, 1957.
3. Молотков Л.А. О применении матричного метода к исследованию процессов распространения в слоистых средах // Вычислительные методы в геофизике. М.: Радио и связь, 1981. С. 91.
4. Молотков Л.А. Матричный метод в теории распространения волн в слоистых упругих и жидких средах. Л.: Наука, 1984. 201 с.

5. Мачевариани М.М., Тютюкин В.В., Шкварников А.П. Импедансный метод расчета характеристик упругих слоисто-неоднородных сред // Акуст. журн. 1971. Т. 17. № 1. С. 97.
6. Приходько В.Ю., Тютюкин В.В. Расчет коэффициента отражения звуковых волн от твердых слоисто-неоднородных сред // Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 2. С. 212.
7. Фокин В.Н., Фокина М.С. О поэтапной реконструкции характеристик слоистого дна по коэффициентам отражения // Акуст. журн. 1998. Т. 44. № 6. С. 732.
8. Chapman N.R., Musil M., Wilmut M.J. Geoacoustic inversion in a range dependent environment. Bolletino di Geofisica // Teoretica ed applicata. 1999. V. 40. № 1. P. 40.
9. Siderius M., Hermand J.P. Yellow Shark Spring 1995: Inversion results from sparse broadband acoustic measurements over a highly range-dependent soft clay layer // J. Acoust. Soc. Amer. 1999. V. 106. № 2. P. 637.
10. Chapman N.R., Hanny D.E., Rohr K.M.M. Investigation of reflection loss versus angle data for elastic ocean bottom environments // Proc. of the 3<sup>rd</sup> ECUA. 1996. V. 2. P. 613.
11. Hawker K.E. The influence of Stonely waves on plane wave reflection coefficients: Characteristics of bottom reflection loss // J. Acoust. Soc. Amer. 1978. V. 64. P. 548.
12. Rutherford S.R., Hawker K.E. The effects of density gradients on bottom reflection loss for a class of marine sediments // J. Acoust. Amer. 1978. V. 63. P. 750.
13. Morris H.E. Bottom-reflection-loss model with a velocity gradient // J. Acoust. Soc. Amer. 1970. V. 48. P. 1198.
14. Akal T., Stoll R. Remote sensing of seafloor geoacoustic and geotectonical parameters using an expendable penetrometer // J. Acoust. Soc. Amer. 1996. V. 100. P. 2668.
15. Carbo R. Wave reflection from transitional layer between the seawater and the bottom // J. Acoust. Soc. Amer. 1997. V. 101. P. 227.
16. Keltie R.F. Signal response of elastically coated plates // J. Acoust. Soc. Amer. 1998. V. 103. № 4. P. 1855.
17. Lavrentyev A.I., Rokhlin S.I. Determination of elastic moduli, density, attenuation, and thickness of a layer using ultrasonic spectroscopy at two angles // J. Acoust. Soc. Amer. 1997. V. 102. № 6. P. 3467.
18. Thomson W.T. Transmission of elastic waves through a stratified solid material // J. Appl. Phys. 1950. V. 21. № 1. P. 89.
19. Haskell N.A. The dispersion of surface waves on multilayered media // Bul. Seismol. Soc. Amer. 1953. V. 43. № 1. P. 17.
20. Dunkin I.W. Computation of modal solutions in layered elastic media at high frequencies // Bul. Seismol. Soc. Am. 1965. V. 55. № 2. P. 335.
21. Thrower E.N. The computation of the dispersion of elastic waves in layered media // J. Sound. Vibr. 1965. V. 2. № 3. P. 210.
22. Vidmar P.J., Foreman T.L. A plane-wave reflection loss model including sediment rigidity. J. Acoust. Soc. Amer. 1979. V. 66. № 6. P. 1830.
23. Гантмахер Ф.П. Теория матриц. М.: 1966, 576 с.
24. Nagl A., Überall H., Hoover W.R. Resonances in acoustic bottom reflection and their relation to the ocean bottom properties // IEEE Transactions on geoscience and remote sensing. 1982. V. GE-20. № 3. P. 332.
25. Breit G., Wigner E.P. Phys. Rev. 1936. V. 49. P. 519–526.
26. Nagl A., Überall H., Kwang-Bock Yoo. Acoustic exploration of ocean floor properties based on the ringing of sediment layer resonances // Invers Problems 1. Great Britain, 1985. P. 99.
27. Fiorito R., Madigosky W., Überall H. Resonance theory of acoustic waves interacting with an elastic plate // J. Acoust. Soc. Am. 1979. V. 66. № 6. P. 1857.

## Numerical Modeling of the Reflection Coefficients for the Plane Sound Wave Reflection from a Layered Elastic Bottom

M. S. Fokina and B. N. Fokin

The matrix method and its numerical realization are considered in application to the calculation of the complex reflection coefficients and refraction indices of plane waves for geoacoustic models of the ocean bottom in the form of homogeneous elastic (liquid) absorbing layers overlying an elastic halfspace. In calculating the reflection coefficients at high frequencies or in the presence of a large numbers of sedimentary layers, a passage from the Thomson–Haskell matrix approach to the Dunkin–Thrower computational scheme is performed. The results of test calculations are presented. With the aim to develop resonance methods for the reconstruction of the parameters of layered elastic media, the behavior of the frequency-angular dependences of the reflection coefficient are studied for various geoacoustic bottom models. The structure of the angular and frequency resonances of the reflection coefficients is revealed. The dependence of the structure (the position, the width, and the amplitude) of two types of resonances on the parameters of the layered bottom is considered.