АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2002, том 48, № 3, с. 325–330

УДК 534.284:519.8

ОБ ОПТИМАЛЬНОМ СИНТЕЗЕ СЛОИСТЫХ НЕОДНОРОДНЫХ СТРУКТУР

© 2002 г. Е. Л. Гусев

Объединенный институт физико-технических проблем Севера ЯНЦ СО РАН
677891 Якутск, ул. Октябрьская 1
E-mail: e.l.gusev@ipng.yusn.ru

Поступила в редакцию 29.12.2000 г.

Исследуются задачи оптимального синтеза неоднородных структур при воздействии акустических волн. Рассматривается случай дискретного набора материалов, имеющегося в наличии у проектировщика. Изучается возможность эффективного конструирования неоднородных структур, реализующих предельные возможности по достижению оптимальных акустических характеристик сред. На основе конструктивного анализа необходимых условий оптимальности установлены экстремальные соотношения между параметрами оптимальных акустических структур. Знание данных экстремальных соотношений позволяет эффективно исследовать указанные предельные возможности неоднородных структур.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В настоящее время значительное внимание уделяется вопросам оптимального проектирования и расчета неоднородных структур с заранее заданным комплексом свойств [1–12]. При этом центральной проблемой при исследовании задач оптимального синтеза неоднородных структур является проблема исследования предельных возможностей по достижению заданного комплекса свойств, которых можно достичь на основе направленного выбора структуры неоднородной конструкции. Создание композиционных конструкций, материалов, покрытий с уникальными свойствами с необходимостью связано с исследованием их предельных возможностей. Предельные возможности соответствуют тому предельному уровню, которого можно достичь на основе направленного управления структурой конструкции.

Наиболее общим подходом к исследованию задач оптимального синтеза неоднородных структур является вариационный. В вариационной постановке исследование предельных возможностей сводится к исследованию возможности создания эффективных методов построения глобально-оптимальных решений в специальных задачах оптимального управления, как правило комбинаторного типа, к которым сводятся задачи оптимального синтеза неоднородных структур.

Исследуемую проблему будем рассматривать в следующей постановке. Ограничимся изучением случая распространения акустических волн в слоистой структуре в рамках линейной акустики. В рамках линейной акустики распространение акустической волны в слоистой среде может быть описано следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial v_s}{\partial t} + \frac{1}{\rho_s}\nabla p_s = 0,$$
$$\frac{\partial p_s}{\partial t} + \rho_s c_s^2 \operatorname{div} v_s = 0. \tag{1.1}$$

В этих обозначениях для s-го слоя: ρ_s – плотность, p_s – давление, v_s – вектор скорости частиц, c_s – скорость распространения волны.

На поверхности разрыва F, разделяющей s-ую и $(s-1)$-ую среды, являются непрерывными давление и нормальная составляющая скорости:

$$(p^s - p^{s-1})\big|_F = 0, \quad (v_n^s - v_n^{s-1})\big|_F = 0.$$

С использованием метода разделения переменных и преобразования Фурье задача о распространении акустических волн в неоднородной структуре может быть сведена к нахождению решения следующей краевой задачи [13]:

$$\frac{\partial^2 f_s(z,\omega)}{\partial z^2} + k_s^2(\omega) f_s(z,\omega) = 0,$$
$$b_{s-1} \le z \le b_s, \quad (s = 0, \ldots, N+1),$$
$$f_s(b_{s-1},\omega) = f_{s-1}(b_{s-1},\omega),$$
$$\frac{\partial f_s(b_{s-1},\omega)}{\partial z} = \frac{\rho_s}{\rho_{s-1}}\frac{\partial f_{s-1}(b_{s-1},\omega)}{\partial z}, \tag{1.2}$$
$$(s = 1, \ldots, N+1),$$
$$\frac{\partial f_0(0,\omega)}{\partial z} + ik_0(\omega) f_0(0,\omega) = 2ik_0(\omega),$$

$$\frac{\partial f_{N+1}(l, \omega)}{\partial z} - ik_{N+1}(\omega)f_{N+1}(l, \omega) = 0.$$

Функции $f_s(z, \omega)(b_{s-1} \le z \le b_s, s = 0, \ldots, N+1)$ имеют смысл составляющих комплексных амплитуд давления, $k_s(\omega) = \omega(c_s^{-2} - c_0^{-2}\sin^2\vartheta_0)^{1/2}$ – проекция волнового вектора на ось z в s-ом слое.

Энергетический коэффициент пропускания $T(\omega)$ определяется через решение краевой задачи (1.2):

$$T(\omega) = \frac{c_0\rho_0\cos\vartheta_{N+1}}{c_{N+1}\rho_{N+1}\cos\vartheta_0}|f_{N+1}(l, \omega)|^2.$$

Здесь ϑ_{N+1} – угол, под которым волна выходит из конструкции.

Пусть задан дискретный набор материалов. Так как на дискретном наборе материалов физические свойства не являются независимыми, то будем предполагать наличие функциональной зависимости скорости от плотности: $c = c(\rho)$, позволяющей однозначно восстановить скорость распространения акустических волн в материале по известной плотности. Тогда независимым физическим параметром будет являться только плотность ρ. Множество плотностей материалов допустимого набора обозначим через Λ.

Пусть требуется спроектировать акустическую структуру, обладающую наибольшим отражением в одной области спектра и наибольшим пропусканием в другой. Тогда в терминах теории оптимального управления задача оптимального проектирования заключается в минимизации критерия

$$J = \int_{\omega_{min}}^{\omega_{max}} \tau(\omega)\mathrm{mod}^2(f_{N+1}(l, \omega)d\omega \qquad (1.3)$$

на решениях системы (1.2). Здесь ω_{min}, ω_{max} – нижняя и верхняя границы фильтруемого диапазона частот, $\tau(\omega)$ $(-1 \le \tau(\omega) \le 1)$ – весовая функция (Для задач синтеза "высокопросветляющих" акустических систем значения весовой функции отрицательны, а для задач синтеза акустических систем с высокой звукоизоляцией они положительны).

В соответствии со сформулированной проблемой рассмотрим вопрос о выделении полной совокупности вариантов неоднородных структур, реализующих предельные возможности по достижению заданного комплекса свойств:

$$U^* = \{\rho^*(z) : J(\rho^*(z)) = \min_{\rho(z)} J(\rho(z))\}. \qquad (1.4)$$

Здесь $\rho(z)$ $(0 \le z \le l)$ – распределение плотности по толщине конструкции ($\rho(z) = \rho_s$, $b_{s-1} \le z \le b_s$, $s = 1, \ldots, N$).

Важное значение при этом имеет построение экстремальных соотношений между параметрами оптимальных акустических структур, позволяющих исследовать влияние варьируемых параметров на структуру оптимальной конструкции.

Ограничимся в дальнейшем случаем нормального падения акустической волны.

2. НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО СИНТЕЗА АКУСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Сформулируем необходимые условия оптимальности в задаче оптимального управления (1.2)–(1–3). Введем функцию Гамильтона для s-го слоя:

$$H(f_s, \dot{f}_s, \psi_s, \dot{\psi}_s; \rho)|_z =$$

$$= \int_{\omega_{min}}^{\omega_{max}} \frac{k^2(\rho, \omega)}{\rho}\alpha_s(z, \omega)d\omega + \int_{\omega_{min}}^{\omega_{max}} \rho\beta_s(z, \omega)d\omega, \qquad (2.1)$$

$$b_{s-1} \le z \le b_s, \quad s = 1, \ldots, N.$$

В этих обозначениях $k(\rho, \omega) = \omega/c(\rho)$, $\rho \in \Lambda$,

$$\alpha_s(z, \omega) = -\frac{\rho_s}{k_s^2}\mathrm{Re}\,\dot{\psi}_s(z, \omega)f_s(z, \omega),$$

$$\beta_s(z, \omega) = \frac{1}{\rho_s}\mathrm{Re}\,\dot{f}_s(z, \omega)\psi_s(z, \omega),$$

$\psi_s(z, \omega)$ $(b_{s-1} \le z \le b_s, s = 1, \ldots, N)$ – решение краевой задачи, сопряженной к (1.2) [11].

Пусть $\rho^*(z)$ $(0 \le z \le l)$ оптимальное распределение плотности по толщине конструкции, $f_s^*(z, \omega)$, $\psi_s^*(z, \omega)$ $(b_{s-1} \le z \le b_s, s = 0, \ldots, N)$ – соответствующие ему решения исходной (1.2) и сопряженной систем. Тогда на оптимальном решении

$$H(*; \rho^*(z))|_z = \max_{\rho \in \Lambda} H(*; \rho)|_z, \quad 0 \le z \le l. \qquad (2.2)$$

(Пропущенные аргументы в представлении функции Гамильтона (2.2) подсчитываются на оптимальном решении).

Применим необходимые оптимальности (2.2) для конструктивного исследования оптимальных акустических систем. Для исследования поставленной проблемы отдельно рассмотрим случаи монохроматической и немонохроматической акустической волны.

3. СЛУЧАЙ МОНОХРОМАТИЧЕСКОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ

Для случая монохроматической акустической волны на оптимальном решении функции Гамильтона могут быть преобразованы к виду

$$H(*; \rho)|_z = \alpha_s^*(z)\rho\left[\frac{k^2(\rho)}{\rho^2} - \frac{k_s^{*2}}{\rho_s^{*2}}\right] + \frac{\rho}{\rho_s^*}L^*, \qquad (3.1)$$

$$b_{s-1}^* \le z \le b_s^*, \quad s = 1, \ldots, N^*.$$

Здесь L^* – константа, не зависящая от z.

Амплитудные коэффициенты пропускания W и отражения V представим в виде:

$$W = \tau\exp(i\vartheta), \quad V = \sigma\exp(i\varphi),$$
$$0 \le \tau, \quad \sigma \le 1, \quad 0 \le \vartheta, \quad \varphi \le 2\pi.$$

Отдельно рассмотрим случаи, когда допустимый набор состоит из двух и нескольких (более чем двух) материалов допустимого набора.

1. Допустимый набор состоит из двух материалов.

Конструктивный анализ необходимых условий оптимальности (2.2) позволяет получить следующие экстремальные соотношения, характеризующие взаимосвязь параметров в оптимальной конструкции.

Плотность материала первого слоя оптимальной конструкции удовлетворяет экстремальному соотношению:

$$\rho_1^* = \begin{cases} \arg\max\limits_{\rho\in\Lambda}[\rho(Z^2(\rho) - Z_0^2)], & \text{если} \quad 0 < \varphi < \pi, \\ \arg\min\limits_{\rho\in\Lambda}[\rho(Z^2(\rho) - Z_0^2)], & \text{если} \quad \pi < \varphi < 2\pi. \end{cases} \tag{3.2}$$

В этих обозначениях: $x^* = \arg\operatorname{extr}\limits_x f(x)$, если $f(x^*) = \operatorname{extr}\limits_x f(x)$.

$$Z(\rho) = 1/\rho c(\rho), \quad Z_0 = 1/\rho_0 c_0.$$

Оптимальная толщина первого слоя удовлетворяет следующему экстремальному соотношению:

$$\Delta_1^* = \frac{1}{2k_1^*}\arccos\left\{\frac{(Z_1^{*2} - Z_0^2)[2\rho_1^* Z_1^{*2} - \rho_2^*(Z_1^{*2} + Z_2^{*2})]\cos\gamma(\varphi)}{\rho_2^*(Z_0^2 + Z_1^{*2})(Z_2^{*2} - Z_1^{*2})}\right\} - \frac{1}{2k_1^*}\gamma(\varphi). \tag{3.3}$$

Здесь

$$\gamma(\varphi) = \operatorname{arctg}\left[\frac{2Z_0 Z_1^* \operatorname{ctg}\varphi}{Z_1^{*2} + Z_0^2}\right],$$

$$Z_s = 1/\rho_s c_s.$$

Толщины первого и второго слоев оптимальной конструкции связаны следующим экстремальным соотношением:

$$Z_2^* \operatorname{ctg} y_2^* = -Z_1^* \sigma_{2,1}^* \operatorname{ctg}(2y_1^* + \gamma(\varphi)) + \frac{Z_1^* \tau_{2,1}^* \tau_{0,1}^* \cos(\gamma(\varphi))}{\sigma_{0,1}^* \sin(2y_1^* + \gamma(\varphi))}. \tag{3.4}$$

Здесь $y_s^* = k_s^* \Delta_s^*$, Δ_s^* – оптимальная толщина s-го слоя,

$$\sigma_{i,j} = \frac{1}{2}(1 + \delta_{i,j}^2), \quad \tau_{i,j} = \frac{1}{2}(1 - \delta_{i,j}^2),$$

$$\delta_{i,j} = Z_i/Z_j.$$

Как показано в работе [13], в случае монохроматического воздействия, когда допустимый набор состоит только из двух материалов, толщины внутренних слоев оптимальной структуры связаны соотношением:

$$\Delta_s^* = \Delta_{s-2}^*, \quad s = 4, \dots, N^* - 1. \tag{3.5}$$

Полученные экстремальные соотношения могут быть применены для выделения полной совокупности вариантов слоистых структур U^*, реализующих предельные возможности по достижению заданного комплекса свойств. Такое выделение может быть осуществлено по следующей схеме.

Для каждого $\varphi (0 \le \varphi \le 2\pi)$ осуществляется следующая последовательность действий.

– Из экстремального соотношения (3.2) находится материал первого слоя.

– Далее по формулам (3.3)–(3.5) находятся толщины слоев и компонуется конструкция.

– Для скомпонованной конструкции вычисляется амплитудный коэффициент пропускания $V(\varphi)$ как функция скалярного параметра φ.

– Выделяется совокупность конструкций, для которых выполнено условие: $\arg V(\varphi) = \varphi$.

– Подмножество таких конструкций, соответствующих наименьшему значению критерия качества, принимается за искомую совокупность решений, реализующих предельные возможности по достижению заданного комплекса свойств.

Изложенная методика может быть обобщена и на случай нефиксированной толщины конструкции, когда она может меняться в некоторых заданных пределах ($l_{\min} \le l \le l_{\max}$). Поэтому она может быть применена для исследования зависимости структуры оптимальной конструкции от изменения ее общей толщины.

2. Допустимый набор состоит из нескольких (более двух) материалов.

Из структуры необходимых условий оптимальности (2.2) следует, что константа L^* в представлении функции Гамильтона (3.1) допускает представление:

$$L^* = \frac{\tau(\omega)\omega^2\rho_0\rho_1^*}{k_0(\omega)}(Z_1^{*2} - Z_0^2)\left(\frac{(1-\rho^2)Z_0}{Z_{N^*+1}}\right)\rho\sin\varphi.$$

При этом функции $\alpha_s^*(z)$ допускают представление:

$$\alpha_s^*(z) = C_s^*\sin(2k_s^*(z - b_{s-1}^*)) +$$
$$+ D_s^*\cos(2k_s^*(z - b_{s-1}^*)) + E_s^*,$$
$$b_{s-1}^* \le z \le b_s^*, \quad s = 1, \ldots, N^*.$$

В этих обозначениях C_s^*, D_s^*, E_s^* – вещественные константы. Для $s = 1$ данные константы могут быть представлены в виде:

$$C_1^* = -\frac{\rho_1^*\tau(\omega)}{k_1^*(\omega)}\left(\frac{(1-\rho^2)Z_0}{Z_{N^*+1}}\right)\rho\cos\varphi,$$

$$D_1^* = \frac{\rho_0\tau(\omega)}{2k_0(\omega)}\left(1 + \frac{Z_0^2}{Z_1^{*2}}\right)\left(\frac{(1-\rho^2)Z_0}{Z_{N^*+1}}\right)\rho\sin\varphi, \quad (3.6)$$

$$E_1^* = \frac{\rho_0\tau(\omega)}{2k_0(\omega)}\left(1 - \frac{Z_0^2}{Z_1^{*2}}\right)\left(\frac{(1-\rho^2)Z_0}{Z_{N^*+1}}\right)\rho\sin\varphi.$$

Из условий сопряжения решений на границах раздела слоев для коэффициентов C_s^*, D_s^*, E_s^*, входящих в состав функции $\alpha_s^*(z)$, могут быть получены следующие рекуррентные соотношения, связывающие их значения в соседних слоях многослойной структуры:

$$C_s^* = \delta_{s-1,s}^*(C_{s-1}^*\cos 2y_{s-1}^* - D_{s-1}^*\sin 2y_{s-1}^*),$$
$$D_s^* = \sigma_{s-1,s}^*(C_{s-1}^*\sin 2y_{s-1}^* + D_{s-1}^*\cos 2y_{s-1}^*) +$$
$$+ \tau_{s-1,s}^*E_{s-1}^*, \quad (3.7)$$
$$E_s^* = \tau_{s-1,s}^*(C_{s-1}^*\sin 2y_{s-1}^* + D_{s-1}^*\cos 2y_{s-1}^*) +$$
$$+ \sigma_{s-1,s}^*E_{s-1}^*,$$
$$s = 2, \ldots, N^*.$$

Полученные экстремальные соотношения могут быть применены для эффективного выделения всей совокупности вариантов конструкций, реализующих предельные возможности по достижению заданного комплекса свойств. При этом выделение искомой совокупности вариантов конструкций может быть осуществлено по следующей схеме.

Для каждого значения скалярного параметра $\varphi(0 \le \varphi \le 2\pi)$ осуществляется следующая последовательность действий:

– На основе экстремального соотношения (3.2) находится плотность материала первого слоя ρ_1^*,

– С использованием экстремальных соотношений (2.2), (3.6), (3.7) находятся оптимальные толщины слоев Δ_s^*, $(s = 1, \ldots, N^*)$ и оптимальные физические параметры слоев ρ_s^* $(s = 1, \ldots, N^*)$. При этом данные экстремальные соотношения применяются следующим образом. Пусть найдены оптимальная толщина $(s-1)$-го слоя Δ_{s-1}^* и оптимальная плотность s-го слоя ρ_s^*. По формулам (3.7) вычисляются C_s^*, D_s^*, E_s^* и вычисляется $\alpha_s^*(z)$. Находится точка z^* $(b_{s-1}^* < z \le l)$ в которой максимальное значение функции $H(*; \rho)|_z$ (3.1) достигается одновременно на двух элементах ρ_s^* и ρ^*. Полагается $\Delta_s^* = z^* - b_{s-1}^*$, $\rho_{s+1}^* = \rho^*$. Далее процесс продолжается аналогично.

– Для скомпонованной конструкции вычисляется амплитудный коэффициент пропускания $V(\varphi)$ как функция скалярного параметра φ.

– Выделяется совокупность конструкций, для которых выполняется условие $V(\varphi) = \varphi$.

– Подмножество таких конструкций, соответствующих наименьшему значению критерия качества, принимается за искомую совокупность вариантов конструкций, реализующих предельные возможности.

Данная методика может быть обобщена и на случай нефиксированной толщины конструкции. В этом случае на ее основе может быть исследована зависимость структуры оптимальной конструкции от изменения ее общей толщины.

4. СЛУЧАЙ НЕМОНОХРОМАТИЧЕСКОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ

Перейдем к рассмотрению общего случая немонохроматической акустической волны.

Первоначально рассмотрим задачи оптимального синтеза акустических систем, в которых при некоторой частоте $\omega^* \in [\omega_{min}, \omega_{max}]$ значение энергетического коэффициента пропускания должно быть предельно близко к требуемому значению. Пусть q предельно-достижимое при частоте $\omega = \omega^*$ значение энергетического коэффициента пропускания. Тогда в рассматриваемой постановке задача оптимального синтеза заключается в построении множества всех вариантов структур, реализующих предельные возможности U^* (1.4) при дополнительном условии вида

$$T(\omega^*) = q. \tag{4.1}$$

Однако предельно-достижимое значение энергетического коэффициента пропускания при частоте $\omega = \omega^*$ достигается для случая монохроматического воздействия с этой частотой. Обозначим через U_0^* полную совокупность вариантов неоднородных структур, доставляющих минимальное значение критерию качества (1.3) для случая монохроматического воздействия с частотой ω^*. Тогда соответствующее множество всех вариантов неоднородных структур U^* в задаче оптимального синтеза в рассматриваемой постановке (1.2), (1.3), (4.1) является подмножеством множества U_0^*:

$$U^* = \left\{u^* \in U_0^* : J(u^*) = \min_{u \in U_0^*} J(u)\right\}. \tag{4.2}$$

Таким образом, в рассматриваемой постановке задача оптимального синтеза может быть полностью решена.

Перейдем к рассмотрению общего случая.

Для достаточно широкого круга задач оптимального синтеза может быть выделена такая частота $\omega^* \in [\omega_{\min}, \omega_{\max}]$, для которой значение энергетического коэффициента пропускания неоднородной структуры отличается от предельно достижимого значения на достаточно малую величину δ. Предельно достижимое значение энергетического коэффициента пропускания при частоте ω^* соответствует предельно-достижимому значению энергетического коэффициента пропускания для случая монохроматического воздействия с частотой ω^*. Обозначим это значение через $g_{\omega^*}^*(\omega^*)$. Тогда сформулированное условие может быть записано в виде

$$\left|g(\omega^*) - g_{\omega^*}^*(\omega^*)\right| \le \delta. \tag{4.3}$$

Рассмотрим задачу оптимального синтеза (1.2), (1.3) с дополнительным условием вида (4.3).

Обозначим через $V_\delta^*(\omega^*)$ – совокупность решений, реализующих предельные возможности по достижению заданного комплекса свойств в задаче оптимального синтеза (1.2), (1.3) с дополнительным условием вида (4.3). Через E_ω^* обозначим совокупность всех решений, реализующих предельные возможности в задаче оптимального синтеза (1.2), (1.3) для случая монохроматического воздействия с частотой ω.

При этом

$$V_0^*(\omega^*) \subset E_{\omega^*}^*,$$

где в соответствии с введенным обозначением $V_0^*(\omega^*)$ – совокупность решений, реализующих предельные возможности в задаче оптимального синтеза (1.2), (1.3) с ограничением вида (4.3), соответствующим случаю $\delta = 0$.

Тогда, используя результаты работ по теории многозначных отображений [14, 15] можно показать, что для любого $\alpha_0 > 0$ найдется такое $\delta_0 > 0$, что для всех $0 < \delta < \delta_0$ выполнено включение

$$V_\delta^*(\omega^*) \subset S_{\alpha_0}(V_0^*(\omega^*)), \tag{4.4}$$

где

$$S_{\alpha_0}(V_0^*(\omega^*)) = \{u(.) : \rho_U(u(.), V_0^*(\omega^*))\} \le \alpha_0,$$

$$\rho_U(u(.), V_0^*(\omega^*)) = \inf_{v(.) \in V_0^*(\omega^*)} \rho_U(u(.), v(.))$$

Таким образом, множества $V_0^*(\omega^*)$ и $V_\delta^*(\omega^*)$ при достаточно малом δ имеют близкую структуру. Установление свойства (4.4) позволяет эффективно построить множество $V_\delta^*(\omega^*)$ на основе знания множества $V_0^*(\omega^*)$. На основе теории многозначных отображений для рассматриваемого класса задач, связанных с оптимальным синтезом неоднородных структур из дискретного набора материалов, при воздействии немонохроматических акустических волн при дополнительном условии вида (4.3) может быть эффективно выделена полная совокупность решений, реализующих предельные возможности, если известна полная совокупность решений, реализующих предельные возможности для случая монохроматической акустической волны.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При исследовании взаимодействия акустических полей с неоднородными структурами одной из наиболее важных является проблема исследования предельных возможностей по управлению акустическими характеристиками, которых можно достичь на основе направленного выбора структуры неоднородной среды (физических свойств материалов слоев, толщин слоев, числа слоев, а также порядка взаимного сочленения слоев с различными физическими свойствами в конструкции). При этом вследствие чрезвычайно большого числа вариантов структуры неоднородных конструкций, которые необходимо исследовать на оптимальность, решить данную проблему на основе полного перебора и сравнения друг с другом всех допустимых вариантов не удается даже с применением высокобыстродействующих компьютеров. Альтернативы же полному перебору в настоящее время нет.

На основе конструктивного исследования необходимых условий оптимальности в акустических задачах оптимального синтеза получены экстремальные соотношения, характеризующие взаимосвязь параметров в оптимальных акустических структурах.

Знание таких экстремальных соотношений позволяет проследить влияние различных параметров на структуру оптимальной конструкции, а также разработать на их основе для достаточно широкого круга задач эффективные методы исследования предельных возможностей акустических структур по управлению их акустическими характеристиками.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Имашев М.И., Ханов Р.К., Шамгунов Ш.Д.* Взаимодействие волн нагрузки со слоистыми преградами // Доклады РАН. 1994. Т. 335. № 2. С. 167–169.
2. *Коротяев Е.Л.* Распространение волн в одномерной периодической среде // Доклады РАН. 1994. Т. 396. № 2. С. 171–174.
3. *Han-Pin K., Ravi D.* Composite sandvich panel design // Aerosp. Eng. 1995. V. 15. № 4. P. 33–37.
4. *Sotrikhin S.Y., Shupikov A.N.* Theoretical and experimental investigation of vibration of multilayer plates under the action of impulse and impact loads // Int. J. Solids and Struct. 1995. V. 32. № 8–9. P. 1247–1258.
5. *Huang C., Kroplin B.* On the optimization of composite laminated plates // Eng. Comput. 1995. V. 12. № 5. P. 403–414.
6. *Ichiro N., Akio N.* Review of optimum design in dynamics // Prans. Jap. Soc. Mech. Eng. C. 1995. V. 61. № 587. P. 2645–2652.
7. *Hesthaven J.S.* On the analysis and construction of perfectly matched layers for the line arized Euler equations // Comput. Phys. 1998. V. 142. № 1. P. 129–147.
8. *Michael E.R.* Simplifed models of transient elastic waves in finite axisymmetric layered media // J. Acoust. Soc. Amer. 1998. V. 104. № 6. P. 3309–3384.
9. *Shupikov A.N., Smetankina N.V., Sheludko H.A.* Selection of optimal parameters of multilayer plates at nonstationary loading // Mechanica. 1998. V. 33. № 6. P. 553–564.
10. *Tomson J.K.* Optimization of vehicle interior noise treatment // Sound and Vibration. 1999. V. 33. № 6. P. 12–15.
11. *Maurizio R.* Reflection and transmission coefficients for a trasversely isotropic inhomogeneous layers // Atti. Semin. Mat. Fis. Univ. Modena. 1999. V. 47. № 2. P. 479–502.
12. *Grediac M.* A procedure for designing laminated plates with required stiffness properties. Application to thin quasi-isotropic quasi-homogeneus uncoupled laminates // J. Composite Mater. 1999. V. 33. № 20. P. 1939–1956.
13. *Гусев Е.Л.* Математические методы синтеза слоистых структур. Новосибирск: Наука, 1993. 262 с.
14. *Иванов В.К.* О некорректно поставленных задачах // Мат. сб. 1963. Т. 61. № 2. С. 211–224.
15. *Лисковец О.А.* Некорректные задачи с замкнутым необратимым оператором // Дифференциальные уравнения. 1967. № 4. С. 636–646.

Optimal Synthesis of Inhomogeneous Layered Structures

E. L. Gusev

Joint Institute of Physicotechnical Problems of the North, Yakutian Scientific Center, Siberian Division, Russian Academy of Sciences, Oktyabr'skaya ul. 1, Yakutsk, 677891 Russia

e-mail: e.l.gusev@ipng.ysn.ru

Abstract—The optimal synthesis problem for inhomogeneous acoustic structures is studied. The case is considered when a discrete set of materials is available. A possibility for efficiently designing inhomogeneous structures that realize the ultimate characteristics of acoustic media is studied. The extremal relationships between the parameters of optimal acoustic systems are obtained on the basis of a constructive analysis of the necessary optimum conditions. These relationships can be used to study the ultimate performance of inhomogeneous acoustic structures.