

УДК 550.0834+550.832.4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОРИЕНТАЦИИ ТРЕЩИН В ОКРЕСТНОСТИ СКВАЖИНЫ МЕТОДОМ ВЕРТИКАЛЬНОГО СЕЙСМОАКУСТИЧЕСКОГО ПРОФИЛИРОВАНИЯ

© 2002 г. А. В. Деров, Г. А. Максимов

Московский государственный инженерно-физический институт (МИФИ)

115409 Москва, Каширское шоссе 31

E-mail: maximov@dpt39.mephi.ru

Поступила в редакцию 18.04.01 г.

В работе рассмотрено возбуждение гидроволны в скважине на одиночной флюидонаполненной трещине малого волнового размера при падении на нее под произвольным углом внешней сейсмической волны. На основе полученного решения показано, что существует реальная возможность для решения обратной задачи о восстановлении ориентации трещины по данным вертикального сейсмоакустического профилирования с помощью гидрофонов при минимальной исходной информации.

Известно, что гидроволны являются низкочастотными волнами Стоунли распространяющимися в скважине [1–4]. Гидроволны могут генерироваться на любых неоднородностях скважины, в том числе на трещинах и разломах, пересекающих скважину [5, 6].

При вертикальном сейсмическом профилировании (ВСП) гидроволны обычно классифицируются как шум. Они, однако, могут иметь полезное применение, если использовать их как средство детектирования и изучения трещин, пересекающих скважину. Оказалось, что волны Стоунли весьма чувствительны к присутствию трещин. В работе [7] наблюдалось, что в присутствии проницаемых трещин происходит затухание амплитуды гидроволн за счет потока флюида в проницаемую трещину. Этот же механизм приводит к появлению отраженной гидроволны. По соотношению амплитуд прошедшей и отраженной гидроволн можно получить информацию о параметрах трещины или зоны трещиноватости. По этой причине анализ отражения гидроволн является уникальным среди каротажных методик по их чувствительности к раскрытию и простиранью трещин.

В работе [8] предложен подход для расчета отражения гидроволн от горизонтальных и наклонных плоскопараллельных трещин в предположении, что сжимаемостью окружающей среды можно пренебречь. Сравнение с экспериментальными данными показало, что предложенная простая аналитическая модель дает переоценку коэффициента отражения гидроволны.

Чтобы учесть эффекты упругости стенок, в работе [9] использовано модальное решение, справедливое на низких частотах, для того, чтобы

вывести выражения для коэффициентов прохождения и отражения от горизонтальной параллельной трещины. Коэффициенты отражения, следующие из этой модели, оказываются больше, чем предсказывается для жесткой формации.

В недавних работах [10, 11] представлена уточненная аналитическая модель и конечно-разностная методика для расчета отражения гидроволн от горизонтальных трещин, пересекающих флюидонаполненную скважину. В частности, было показано, что вымоины в скважине дают количественно такие же отражения, как и трещины. В комбинации с открытой трещиной эти вымоины могут серьезно изменить коэффициент отражения гидроволны. Основным выводом этих работ состоит в том, что отражение гидроволн от трещин в упругой среде может в два раза превышать аналогичное отражение для абсолютно жесткой среды. Также установлено, что существует эквивалентность между трещиноватой и проницаемой зонами на масштабах меньших длины гидроволны.

В отличие от рассмотренного выше, существует другой хорошо известный механизм генерации гидроволн [5], который состоит в том, что падающая сейсмическая волна сжимает флюидонаполненную трещину и происходит впрыскивание флюида в скважину. Гидроволны, сгенерированные этим впрыском, распространяются вверх и вниз по скважине, а их амплитуда связана с проницаемостью трещиноватой зоны. В этом случае проницаемость трещиноватой зоны может быть оценена по отношению амплитуд падающей сейсмической волны и сгенерированных гидроволн.

В работе [12] предложена модель для генерации трубных волн на плоскопараллельном порис-

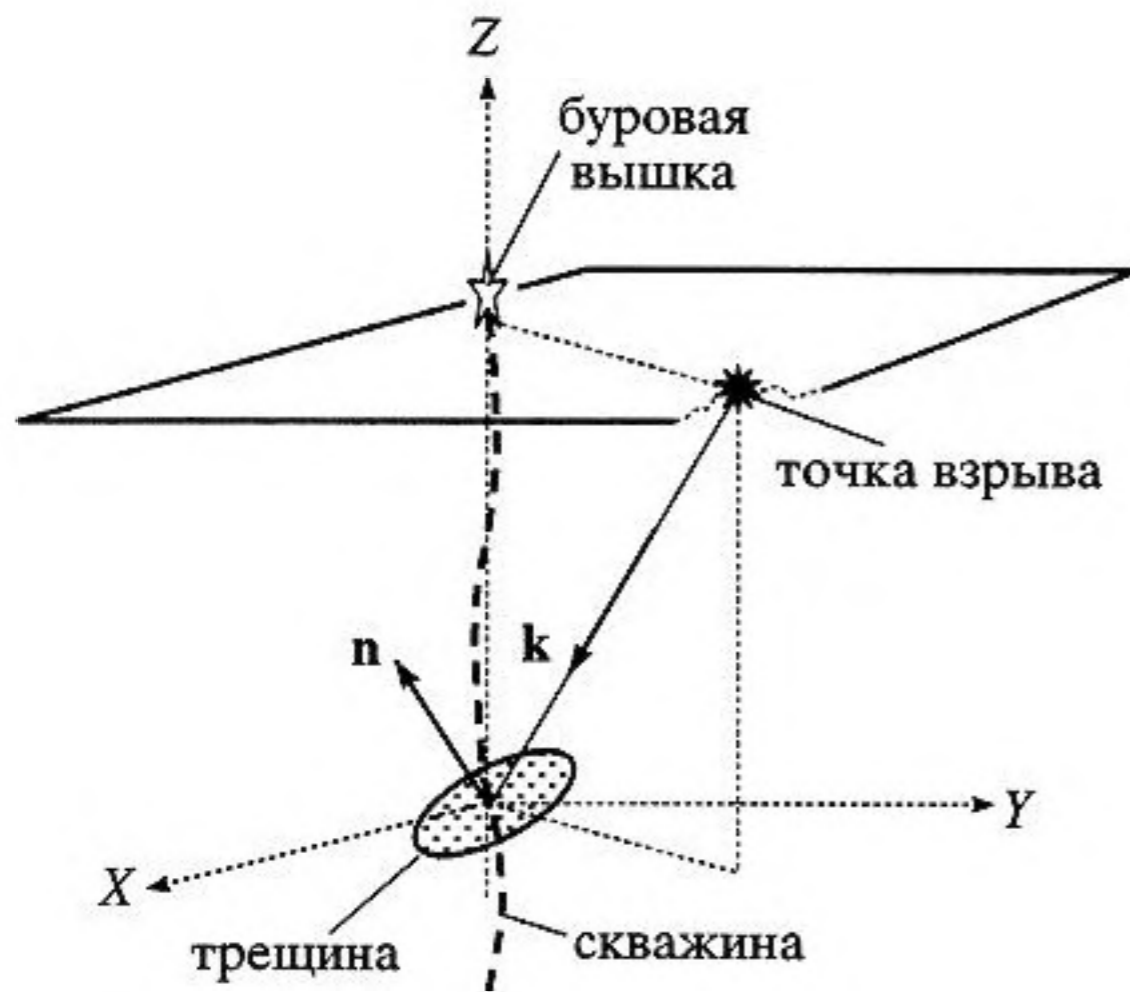


Рис. 1. Схема проведения ВСП.
 n — нормаль к поверхности трещины.
 k — волновой вектор падающей сейсмической волны.

том пронизаемом слое, пересекающим скважину, на который падает внешняя сейсмическая волна. Основной акцент сделан на зависимости отношения амплитуды гидроволны к продольной волне от толщины слоя, его пористости и проницаемости.

В данной работе рассмотрено возбуждение гидроволны на одиночной флюидо-наполненной трещине малого волнового размера, при падении на нее под произвольным углом внешней сейсмической волны (рис. 1). На основе полученного решения показано, что существует реальная возможность для решения обратной задачи о восстановлении ориентации трещины по данным ВСП на гидрофонах при минимальной исходной информации.

В длинноволновом приближении $\lambda \gg R$ (где λ — характерная длина сейсмической волны, а R — радиус скважины) рассмотрим задачу о генерации волнового поля во флюидозаполненной скважине под действием падающей сейсмической волны при наличии трещины, которая пересекает ствол скважины. Линейные размеры трещины также будем считать малыми по сравнению с длиной сейсмической волны $\lambda \gg L$. Трещину и скважину можно рассматривать как две подсистемы, связанные друг с другом гидравлической связью. Наличие гидравлической связи приводит к перетоку флюида между скважинной и трещиной при их деформации внешним сейсмическим полем. При этом должны выполняться условия равенства давлений и потоков флюида из трещины в скважину в месте их пересечения.

Распространение волн малой амплитуды во внутрискважинной жидкости описывается систе-

мой линейризованных уравнений непрерывности, движения и состояния:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho(r, z, t) + \rho_f \operatorname{div} \mathbf{V}(r, z, t) &= 0; \\ \rho_f \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{V}(r, z, t) &= -\operatorname{grad} P(r, z, t); \end{aligned} \quad (1)$$

$$P(r, z, t) = c_f^2 \rho(r, z, t).$$

Здесь через $P(r, z, t)$, $\rho(r, z, t)$ и $\mathbf{V} = \{V_r(r, z, t), 0, V_z(r, z, t)\}$ — обозначены, соответственно, отклонения локального давления, плотности и массовой скорости от их равновесных значений; через ρ_f и c_f обозначены равновесные плотность жидкости и скорость звука в ней. Поскольку область частот, используемых при ВСП, обычно не превосходит нескольких сотен герц, а диаметр скважины не превышает 20 см, то характерные длины волн, как в скважинной жидкости, так и в окружающей ее среде, значительно превышают диаметр скважины.

В длинноволновом приближении естественно рассматривать усредненные по сечению скважины динамические величины, характеризующие звуковое поле в ней:

$$\begin{aligned} P(z, t) &= \frac{2\pi}{\pi R^2} \int_0^R r dr P(r, z, t), \\ \rho(z, t) &= \frac{2\pi}{\pi R^2} \int_0^R r dr \rho(r, z, t), \\ \mathbf{V}(z, t) &= \frac{2\pi}{\pi R^2} \int_0^R r dr \mathbf{V}(r, z, t). \end{aligned} \quad (2)$$

В этих выражениях учтено, что в длинноволновом приближении распределение динамических величин в скважине является аксиально симметричным, так что усреднение по углу дает множитель 2π .

После усреднения по сечению скважины уравнения непрерывности и уравнения движения (его проекции на ось скважины) в соответствии с соотношениями (2), могут быть получены следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} V_z(z, t) &= -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial}{\partial t} \rho(z, t) - \frac{2}{R} V_r(r = R, z, t), \\ \rho_f \frac{\partial V_z(z, t)}{\partial t} &= -\frac{\partial P}{\partial z}. \end{aligned} \quad (3)$$

Комбинируя эти уравнения, получим неоднородное волновое уравнение для поля давления в заполненной жидкостью скважине [13, 14]:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - \frac{1}{c_f^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \frac{2\rho_f}{R} \frac{\partial V_r(r = R, z, t)}{\partial t}. \quad (4)$$

Если поток жидкости через стенки скважины отсутствует, то скорость стенки скважины и жидкости вблизи нее совпадают: $V_r(r = b, z, t) = \partial u_r / \partial t$, где через u_r обозначено смещение стенок скважины.

В длинноволновом приближении для получения замкнутого уравнения относительно давления в скважине можно использовать квазистатическую связь между приложенным давлением и смещением стенки скважины, которая может быть найдена на основе решений статических уравнений теории упругости. Для обсаженной скважины, находящейся в поле внешних статических напряжений σ_{eff} , связь между радиальным смещением u_r , σ_{eff} и P имеет следующий вид [2]:

$$\frac{u_r}{R} = \frac{P}{2M} + \frac{\sigma_{\text{eff}}}{E}, \quad (5)$$

где E – модуль Юнга окружающей упругой среды, а модуль M в зависимости от наличия обсадки у скважины равен либо модулю сдвига μ внешней среды для необсаженной скважины, либо равен $M = \mu + E_{st}\Delta_{st}/(2R)$ при наличии у скважины стальной обсадки с толщиной стенок Δ_{st} , и модулем Юнга E_{st} . Эффективное внешнее динамическое напряжение σ_{eff} в цилиндрической системе координат может быть представлено через компоненты тензора внешних напряжений σ_{eff} в виде [2]

$$\sigma_{\text{eff}} = \text{Sp} \sigma - (1 + \nu)\sigma_{zz}, \quad (6)$$

где ν – коэффициент Пуассона упругой среды.

Подставив (5) в (4), получим неоднородное волновое уравнение, описывающее распространение трубных волн под действием внешних динамических напряжений во флюидонаполненной скважине [13, 14]:

$$\frac{\partial^2 P_f}{\partial z^2} - \frac{1}{c_{fw}^2} \frac{\partial^2 P_f}{\partial t^2} = \frac{2\rho_f}{E} \frac{\partial^2 \sigma_{\text{eff}}}{\partial t^2}. \quad (7)$$

Здесь через $c_{fw} = c_f(1 + K_f/M)^{-1/2}$ обозначена скорость недиспергирующих гидроволн, где $K_f = \rho_f c_f^2$ – объемный модуль сжатия флюида.

В месте пересечения скважины с трещиной скорость V_r ($r = R, z, t$) определяется потоком флюида из трещины, который может быть найден по изменению объема трещины в поле сейсмической волны при заданном давлении флюида. В случае, когда линейный размер трещины много меньше длины сейсмической волны $L \ll \lambda$, форма трещины определяется локальными значениями тензора напряжения среды σ_{ik} в сейсмической волне и давлением флюида в трещине. Данное приближение позволяет определить форму трещины исходя из решения статических уравнений теории упругости. Чтобы определить изменение объема трещины во внешнем сейсмическом поле,

воспользуемся статическим решением для простейшей модели эллиптической дисковой трещины в упругой среде [15]. При этом изменение объема трещины будет связано только с действием нормальных к поверхности трещины напряжений.

Тогда смещение берегов трещины относительно равновесного состояния описывается стандартным решением [15]:

$$u(r, L) = \frac{4(1 - \nu^2)\sigma_{\perp}}{\pi E} \sqrt{L^2 - r^2}, \quad (8)$$

где через $\sigma_{\perp} = P + n_i \sigma_{ik} n_k$ обозначены нормальные к поверхности трещины напряжения, где, в свою очередь, \mathbf{n} – вектор нормали к поверхности трещины и P – давление флюида в месте пересечения скважины и трещины, r – расстояние от оси симметрии дисковой трещины.

Изменение объема трещины получается интегрированием выражения (8):

$$V(L) = \int_0^L 2\pi r u(r, L) dr,$$

что дает

$$V = V_0 \frac{P + n_i \sigma_{ik} n_k}{E}, \quad (9)$$

где $V_0 = \frac{8}{3}(1 - \nu^2)L^3$ – эффективный объем трещины.

Поскольку на масштабах существенно меньших длины волны жидкость можно рассматривать как несжимаемую, то изменение объема трещины приводит к соответствующему потоку массы из трещины через поверхность $S = 2\pi R \Delta z$ пересечения скважины и трещины (где Δz – эффективная толщина трещины):

$$\rho_f \frac{dV}{dt} = \frac{dm}{dt} = \rho_f V_r(r = R, z, t) S. \quad (10)$$

Соотношения (9), (10) позволяют определить радиальную компоненту скорости в месте пересечения скважины и трещины

$$V_r(r = R, z, t) = \frac{V_0}{S} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{P + n_i \sigma_{ik} n_k}{E} \right). \quad (11)$$

Устремляя в этом выражении $\Delta z \rightarrow 0$ так, чтобы поток массы через поверхность S оставался неизменным, можно записать выражение для скорости в виде точечного источника

$$V_r(r = R, z, t) = \frac{V_0}{2\pi R} \delta(z) \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{P + n_i \sigma_{ik} n_k}{E} \right), \quad (12)$$

где $z = 0$ – точка пересечения скважины и трещины.

Поскольку после указанного предельного перехода $\Delta z \rightarrow 0$ скорость, связанная с потоком

флюида из трещины, отлична от нуля только в одной точке, то, комбинируя соотношения (4), (5) и (12), можно получить итоговое уравнение, описывающее волновое поле в скважине при наличии трещины

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - c_{tw}^2 \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \\ & = -2\rho_f c_{tw}^2 \frac{\partial^2 \sigma_{\text{eff}}}{\partial t^2} - \rho_f c_{tw}^2 \frac{\delta(z) V_0}{\pi R^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{P + n_i \sigma_{ik} n_k}{E} \right), \end{aligned} \quad (13)$$

которое отличается от (7) наличием точечного источника в месте пересечения скважины с трещиной.

Теперь, чтобы найти решения уравнения (13), удовлетворяющие условию излучения на бесконечности, необходимо задать внешнее волновое поле, описывающее падающую сейсмическую волну.

Будем предполагать, что скважина и трещина находятся в дальней волновой зоне, так что длина волны и линейный размер трещины много меньше радиуса кривизны фронта падающей сейсмической волны. Поэтому локальное взаимодействие сейсмического поля с трещиной и скважиной можно рассматривать в приближении плоской волны. Тогда вектор смещения в сейсмической волне может быть записан в виде

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{u} U(\mathbf{r}) f\left(t - \frac{\mathbf{e} \cdot \mathbf{r}}{c}\right), \quad (14)$$

где \mathbf{u} – единичный вектор поляризации волны, а $U(\mathbf{r})$ – ее локальная амплитуда, \mathbf{e} – единичный вектор в направлении распространения волны и c – ее скорость распространения в зависимости от ее типа (продольная или поперечная). Выражение (14) для внешнего сейсмического поля позволяет на основе закона Гука

$$\sigma_{ij} = 2\mu \varepsilon_{ij} + \lambda \delta_{ij} \varepsilon_{ll}$$

и выражения для тензора деформаций ε_{ij}

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

явным образом определить компоненты тензора напряжения среды σ_{ik} в сейсмической волне:

$$\begin{aligned} \sigma_{ik} &= -(\lambda(\mathbf{u}, \mathbf{e}) \delta_{ik} + \mu(u_i e_k + u_k e_i)) f'(\xi) U/c, \\ \sigma_{zz} &= -(\lambda(\mathbf{u}, \mathbf{e}) + 2\mu(\mathbf{u}, \mathbf{e}_z)) f'(\xi) U/c, \\ \sigma_{ll} &= -(3\lambda + 2\mu)(\mathbf{u}, \mathbf{e}) f'(\xi) U/c, \end{aligned} \quad (15)$$

где λ, μ – коэффициенты Ламе упругой среды, \mathbf{e}_z – единичный вектор вдоль оси скважины, и через $\xi = t - \mathbf{e} \cdot \mathbf{r}/c$ обозначено время в сопровождающей системе координат. При записи выражений (15) учтено, что в дальней волновой зоне медленно меняющаяся амплитуда не дифференцируется.

Используя выражения (15) для компонент тензора напряжений, нетрудно получить соотношения для эффективных напряжений в уравнении (13):

$$\begin{aligned} & n_i \sigma_{ik} n_k = \\ & = -\mu(((c_l/c_s)^2 - 2)(\mathbf{u}, \mathbf{e}) + (\mathbf{u}, \mathbf{n})(\mathbf{n}, \mathbf{e})) \frac{U}{c} f'(\xi), \\ & \sigma_{\text{eff}} = -E \left(\frac{1}{2} (c_l/c_s)^2 (\mathbf{u}, \mathbf{e}) - (\mathbf{u}, \mathbf{e}_z) \right) \frac{U}{c} f'(\xi) \end{aligned} \quad (16)$$

где использованы соотношения $\mu = \rho c_s^2$, $\lambda + 2\mu = \rho c_l^2$, $E = 3\lambda + 4\mu$.

Если ввести угол падения сейсмической волны на ось скважины γ : $\cos(\gamma) = -(\mathbf{e}, \mathbf{e}_z)$ и кажущуюся скорость распространения сейсмической волны вдоль скважины c_w : $c_w = c/\cos(\gamma)$, то фаза волны запишется в виде $\xi = t + z/c_w$. С учетом введенных обозначений уравнение (13) переписется в виде

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - c_{tw}^2 \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \rho_f c_{tw}^2 \tilde{D}_w \frac{U}{c} f'''(t + z/c_w) - \\ & - \frac{\rho_f c_{tw}^2 \delta(z) V_0}{E \pi R^2} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - \mu \tilde{D}_{tw} \frac{U}{c} f'''(t + z/c_w) \right), \end{aligned} \quad (17)$$

где через \tilde{D}_w и \tilde{D}_{tw} обозначены следующие геометрические факторы:

$$\begin{aligned} \tilde{D}_w &= (\mathbf{u}, \mathbf{e})(c_l/c_s)^2 - 2(\mathbf{u}, \mathbf{e}_z), \\ \tilde{D}_{tw} &= ((c_l/c_s)^2 - 2)(\mathbf{u}, \mathbf{e}) + (\mathbf{u}, \mathbf{n})(\mathbf{n}, \mathbf{e}). \end{aligned}$$

В отсутствие трещины, за счет которой ответственно второе слагаемое в (17), внешнее поле, которое локально является плоской волной, создает лишь волну обжатия, распространяющуюся вдоль скважины со скоростью c_w . Волна обжатия, описывается частным решением неоднородного уравнения (17) в отсутствие сингулярного слагаемого в правой части

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - c_{tw}^2 \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \rho_f c_{tw}^2 \tilde{D}_w \frac{U}{c} f'''(t + z/c_w) \quad (18)$$

и имеет вид [7]

$$P_w(t, z) = \rho_f c_{tw}^2 \tilde{D}_w \frac{U}{c} f'(t + z/c_w), \quad (19)$$

где через \tilde{D}_w обозначен безразмерный коэффициент, зависящий только от параметров среды и геометрии задачи,

$$\tilde{D}_w = \frac{(c_l/c_s)^2 (\mathbf{u}, \mathbf{e}) - 2(\mathbf{u}, \mathbf{e}_z)}{1 - (c_{tw}/c_w)^2}.$$

Справедливость решения (19) легко проверяется его подстановкой в уравнение (18).

Следует отметить, что внешние плоские сейсмические волны не возбуждают гидроволн, которые описываются общим решением однородного уравнения (17). Гидроволны могут возбуждаться только на локальных неоднородностях, таковой в нашем случае является трещина. С учетом условия излучения, в соответствии с которым на бесконечности должны существовать только уходящие от источника гидроволны, общее решение однородного уравнения (17) можно записать в виде

$$P_{rw}(t, z) = \begin{cases} P_{rw}^+(t - z/c_{rw}), & z > 0, \\ P_{rw}^-(t + z/c_{rw}), & z < 0, \end{cases} \quad (20)$$

где $P_{rw}^+(t - z/c_{rw})$, $P_{rw}^-(t + z/c_{rw})$ – некоторые неизвестные функции, которые должны быть определены. Поскольку давление должно быть непрерывной функцией, то в точке $z = 0$ должно выполняться условие

$$P_{rw}^+(t, z = 0) = P_{rw}^-(t, z = 0) = P_{rw}(t), \quad (21)$$

которое позволяет переписать соотношение (20) в виде

$$P_{rw}(t, z) = \begin{cases} P_{rw}(t - z/c_{rw}), & z > 0, \\ P_{rw}(t + z/c_{rw}), & z < 0. \end{cases} \quad (22)$$

Второе условие для определения функциональной зависимости $P_{rw}(t)$ найдем, проинтегрировав уравнение (17) по малой окрестности точки $z = 0$:

$$\begin{aligned} -c_{rw}^2 \left(\frac{\partial P_{rw}(t - z/c_{rw})}{\partial z} - \frac{\partial P_{rw}(t + z/c_{rw})}{\partial z} \right) \Big|_{z=0} &= \\ &= \rho_f c_{rw}^2 \frac{V_0}{\pi R^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{P_{rw}(t) + p_w(t) + n_i \sigma_{ik} n_k}{E} \right), \end{aligned}$$

которое в окончательном виде можно записать как

$$\ddot{P}_{rw}(t) + \frac{1}{\tau} \dot{P}_{rw}(t) = \rho_f c_{rw}^2 (D_{rw} - D_w) \frac{U}{c} f'''(t), \quad (23)$$

где введено обозначение для времени релаксации давления и геометрического фактора D_{rw} :

$$\tau = \frac{\rho_f c_{rw}^2}{E} \frac{V_0}{c_{rw} \pi R^2}, \quad D_{rw} = \frac{\rho c_s^2}{\rho_f c_{rw}^2} \tilde{D}_{rw}.$$

После однократного интегрирования уравнение (23) упрощается до уравнения первого порядка

$$\dot{P}_{rw}(t) + \frac{1}{\tau} P_{rw}(t) = \rho_f c_{rw}^2 (D_{rw} - D_w) \frac{U}{c} f''(t), \quad (24)$$

решение которого при нулевых начальных условиях можно записать в виде

$$P_{rw}(t) = (D_{rw} - D_w) \int_0^t e^{-(t-\xi)/\tau} f''(\xi) d\xi. \quad (25)$$

В окончательном виде общее решение неоднородного уравнения (17) можно представить как

$$P(t, z) = \begin{cases} P_w(t + z/c_w) + P_{rw}(t - z/c_{rw}), & z > 0, \\ P_w(t + z/c_w) + P_{rw}(t + z/c_{rw}), & z < 0, \end{cases} \quad (26)$$

где функции $P_w(t)$ и $P_{rw}(t)$ даются выражениями (19) и (25).

Рассмотрим теперь процедуру восстановления ориентации трещины по данным ВСП. Явная аналитическая зависимость амплитуды гидроволны и волны обжатия от геометрии задачи позволяют поставить и решить обратную задачу о восстановлении ориентации трещины, пересекающей ствол скважины, на основе одновременных измерений амплитуд гидроволны и волны обжатия.

Рассмотрим отношение максимумов амплитуд гидроволны и волны обжатия:

$$\frac{P_{rw}(t_1)}{P_w(t_2)} = \left(\frac{D_{rw}}{D_w} - 1 \right) Q(T, \tau), \quad (27)$$

где через $Q(T, \tau)$ обозначен фактор, определяемый только временем релаксации давления τ и длительностью падающей сейсмической волны:

$$Q(T, \tau) = \frac{1}{f'(t_2)} \int_0^{t_1} d\xi e^{-(t_1-\xi)/\tau} f''(\xi).$$

Отношение амплитуд (27) связывает параметры задачи с экспериментально измеряемыми данными, что и позволяет решить обратную задачу. В случае, если волновое поле в скважине возбуждается продольной сейсмической волной, то выражение (27) переписывается в виде

$$\begin{aligned} \frac{P_{rw}}{P_w} &= \left(\frac{\rho c_s^2}{\rho_f c_{rw}^2} \frac{1 - (c_{rw}/c_w)^2}{(c_l/c_s)^2 - 2(c_l/c_w)^2} \times \right. \\ &\left. \times ((c_{rw}/c_l)^2 - 2(1 - \cos^2 \Theta)) - 1 \right) Q(T, \tau), \end{aligned} \quad (28)$$

где, напомним, $c_w = c/\cos(\gamma)$ есть кажущаяся скорость распространения волны обжатия вдоль скважины, а углы γ и Θ определяют ориентацию скважины и нормали к трещине относительно направления распространения продольной сейсмической волны: $\cos(\gamma) = (\mathbf{e}, \mathbf{e}_z)$, $\cos(\Theta) = (\mathbf{e}, \mathbf{n})$. Все величины в выражении (28) могут быть непосредственно измерены в геофизическом эксперименте,

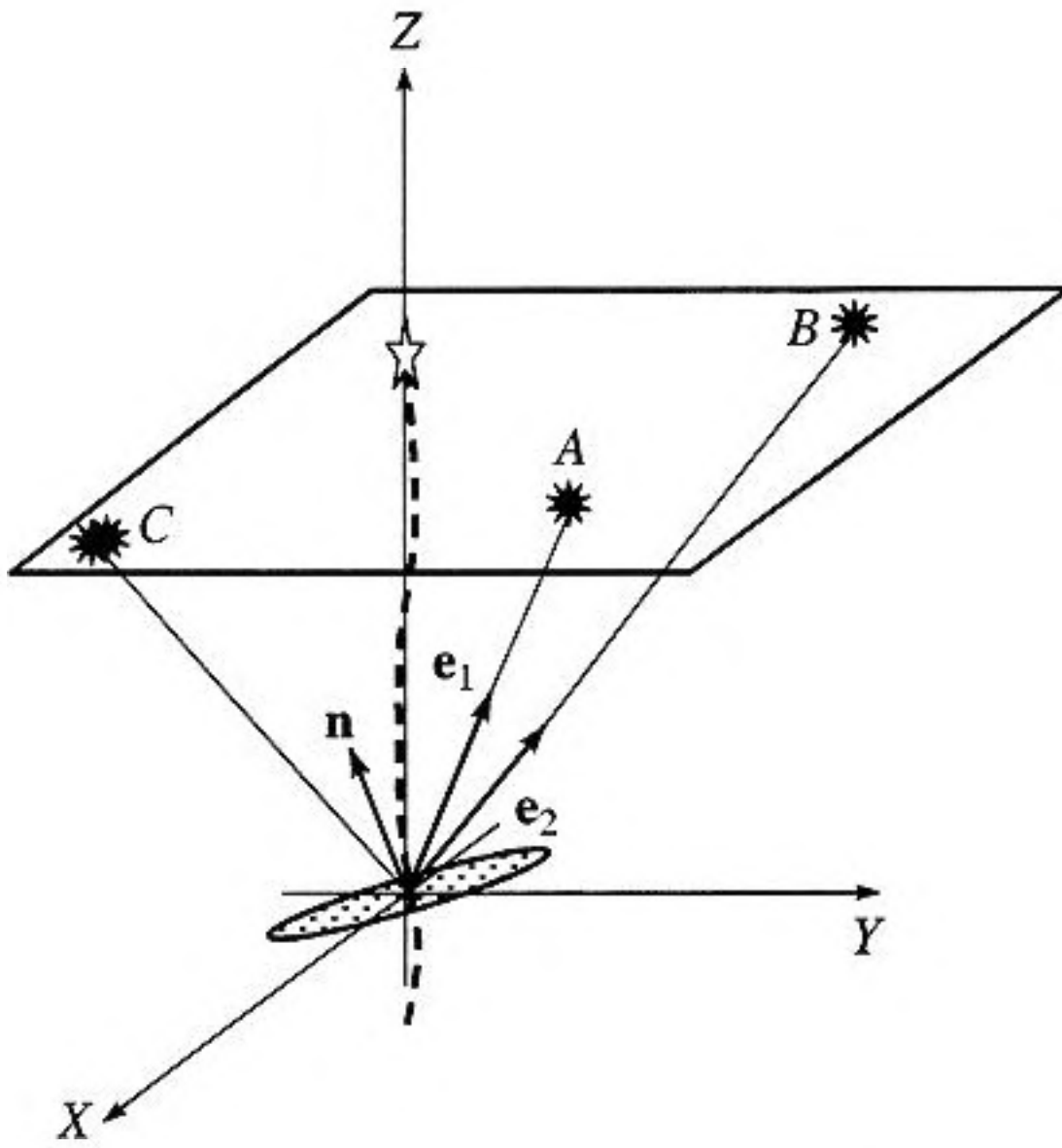


Рис. 2. Схема эксперимента по определению нормали трещины.

кроме углов Θ , определяющих ориентацию трещины. Это обстоятельство и позволяет поставить и решить задачу об определении ориентации трещины на основе гидрофонных измерений.

Основываясь на соотношении (28), предлагается следующая методика восстановления ориентации трещины. Рассматриваются данные ВСП от трех и более взрывов на поверхности (рис. 2). На основе скважинных данных считаются известными параметры ρ , ρ_f , c_l , c_s . Далее, по данным ВСП, полученным на косе гидрофонов, можно определить скорости c_w и c_{nw} , а также отношение амплитуд P_{nw}/P_w . Кроме того, если частотные спектры сейсмических волн, приходящих от различных пунктов взрывов отличаются незначительно, то фактор $Q(T, \tau)$ можно считать постоянным. Этого можно также добиться с помощью соответствующей частотной фильтрации сейсмограмм, так чтобы спектр волны обжатия на всех сейсмограммах был бы одним и тем же.

Далее, будем считать, что в косе наряду с гидрофонами также имеется и геофон, который позволяет определять направление прихода продольной сейсмической волны. Пусть, для примера, зарегистрированы три серии сейсмограмм от трех различных взрывов, так что $\{e_1, e_2, e_3\}$ – локальные орты направлений распространения сейсмических волн. Тогда этим направлениям соответствуют косинусы углов $\cos(\Theta_i) = (e_i, n)$, $i = 1, 2, 3$. Таким образом, имеется система из трех уравнений относительно четырех величин $Q(T, \tau) = \text{const}$, $\{\cos(\Theta_i)\}$, $i = 1, 2, 3$. Далее для получения замкнутой системы уравнений относительно этих величин рассмотрим векторы $\{e_i\}$, $i = 1, 2, 3$ как базис косоугольной системы координат, тогда нормаль

п можем разложить по этому базису и получить соотношение

$$\cos(\Theta_j)\alpha_{ji}^{-1}\cos(\Theta_i) = 1. \quad (29)$$

Соотношение (29) можно получить путем следующих преобразований. Пусть $n = n_i e_i$, тогда условие нормировки можно записать в виде

$$1 = (n, n) = n_i e_i \cdot n_j e_j = n_i (e_i, e_j) n_j$$

или вводя матрицу $\alpha_{ij} = \alpha_{ji} = (e_i, e_j)$, в виде

$$n_i \alpha_{ij} n_j = 1.$$

Кроме того, $\cos(\Theta_i) = (e_i, n) = (e_i, n_j e_j) = n_j \alpha_{ij}$.

Если ввести обратную матрицу $\alpha_{ij}^{-1} : \alpha_{ik}^{-1} \alpha_{kj} = \alpha_{jk} \alpha_{ki}^{-1} = \delta_{ij}$, то из условия $\cos(\Theta_i) = \alpha_{ij} n_j$, следует равенство $n_i = \alpha_{ij}^{-1} \cos(\Theta_j)$, которое и приводит к условию (29).

Приближенные значения $\{\cos(\Theta_i)\}$, $i = 1, 2, 3$, можно найти как решение задачи о поиске минимума функции

$$F(\cos(\Theta_1), \cos(\Theta_2), \cos(\Theta_3)) = (G_1 - G_2)^2 + (G_1 - G_3)^2 + (G_2 - G_3)^2 + (1 - G_0)^2, \quad (30)$$

где

$$G_i = \frac{1}{Q(T, \tau)} = \frac{P_w}{P_{nw}} \left(\frac{\rho c_s^2}{\rho_f c_{nw}^2} \frac{1 - (c_{nw}/c_{wi})^2}{(c_l/c_s)^2 - 2(c_l/c_{wi})^2} \times \right. \\ \left. \times ((c_{nw}/c_l)^2 - 2(1 - \cos^2 \Theta_i)) - 1 \right) \quad (31)$$

и через c_{wi} , $i = 1, 2, 3$, обозначена кажущаяся скорость распространения сейсмической волны вдоль оси скважины для i -го пункта взрыва. Последнее слагаемое в (30) с функцией G_0 :

$$G_0 = \cos(\Theta_j)\alpha_{ji}^{-1}\cos(\Theta_i) \quad (32)$$

появляется из-за условия нормировки (29).

После того как будет найден минимум $F(\cos(\Theta_i))$, оценку направления n можно найти по формуле,

$$n = \cos(\Theta_j)\alpha_{ij}^{-1} e_i. \quad (33)$$

Пример восстановления ориентации трещины по данным ВСП.

В качестве иллюстрации предложенной методики рассмотрим пример восстановления ориентации поверхности трещины с использованием синтетических сейсмограмм, полученных при решении прямой задачи для уравнения (13). При этом при решении обратной задачи будем считать что нам известны сейсмограммы, записанные системой скважинных гидрофонов от трех разных

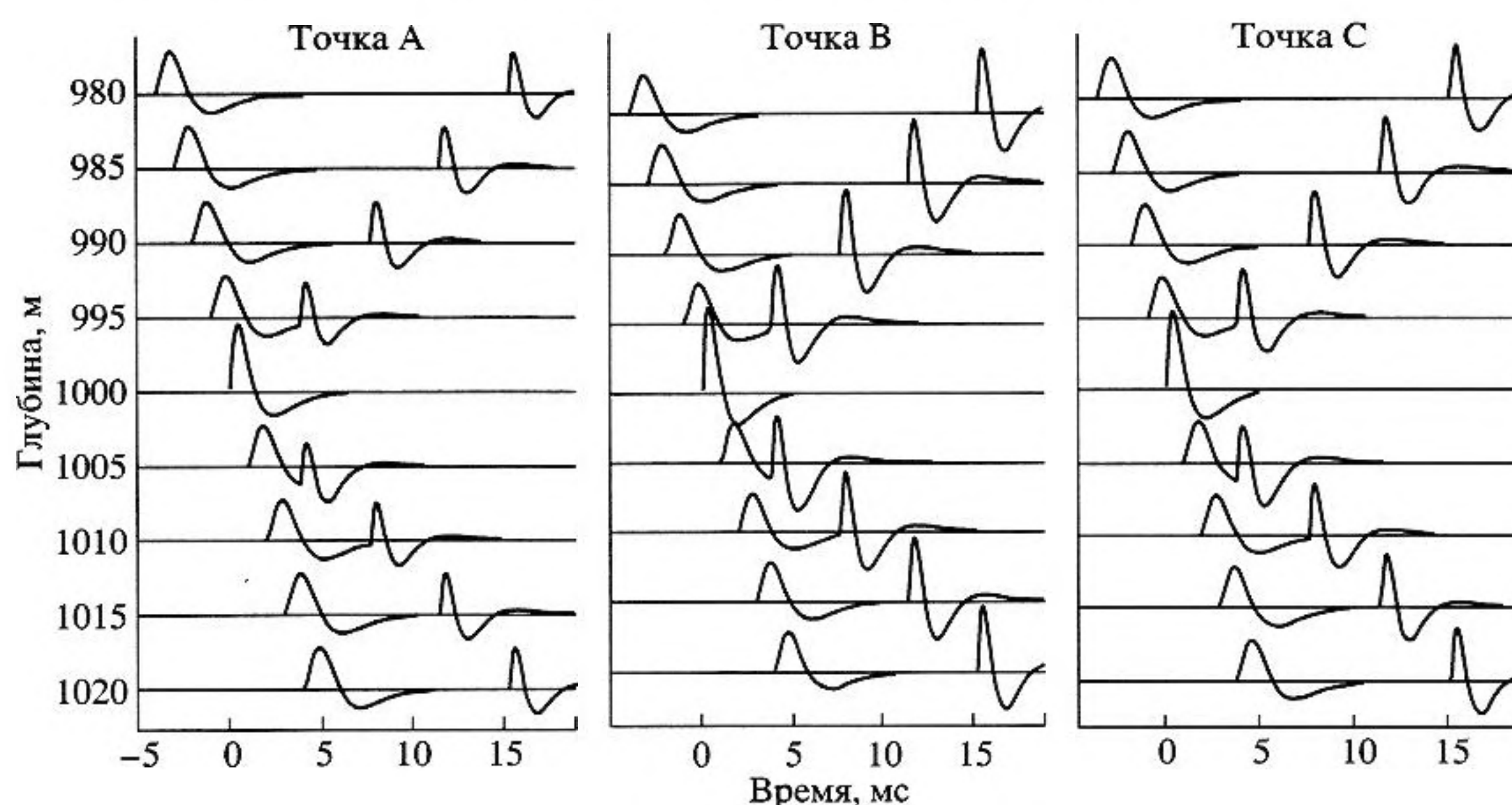


Рис. 3. Синтетические гидрофонные профили в скважине, после проведения взрывов в точках: А, В, С.

взрывов на поверхности, направления распространения продольных волн от этих взрывов, а также локальные свойства внешней упругой среды и внутрискважинной жидкости, которые характеризуются плотностью и скоростями продольных и поперечных волн. Получение такого набора данных в полевых условиях не должно вызывать особых затруднений.

Итак, рассмотрим вертикальную скважину в однородной среде, которую на глубине 1 км пересекает трещина с нормалью $\mathbf{n} = \{-0.882, 0.165, 0.441\}$ и объемом $V_0 = 0.1 \text{ м}^3$. Внешняя упругая среда имеет параметры $\rho = 2.68 \times 10^3 \text{ кг/м}^3$, $c_l = 4.64 \times 10^3 \text{ м/с}$, $c_s = 2.39 \times 10^3 \text{ м/с}$, параметры флюида следующие $\rho_f = 0.8 \times 10^3 \text{ кг/м}^3$, $c_f = 1.379 \times 10^3 \text{ м/с}$, радиус скважины составляет $R = 0.08 \text{ м}$. Пункты взрывов расположены на поверхности в точках $A = \{400 \text{ м}, 0 \text{ м}\}$, $B = \{-400 \text{ м}, 200 \text{ м}\}$, $C = \{-400 \text{ м}, -400 \text{ м}\}$ декартовой системы координат с центром на оси скважины. Волновое поле внутри скважины регистрируется цепочкой гидрофонов, расположенных с интервалом пять метров друг от друга. Временная зависимость вектора смещения в сейсмической волне имеет следующий модельный вид $f(t) = (t/T)^3 \exp(-t/T)$, где $T = 0.65 \times 10^{-3} \text{ сек}$ – эффективная длительность сейсмической волны.

На рис. 3 показаны синтетические сейсмограммы, которые рассчитаны для трех взрывов при указанных параметрах задачи. На сейсмограммах хорошо видна как продольная волна обжатия, так и две гидроволны, генерируемые в месте пересечения трещины со скважиной.

В рамках однородной модели внешней среды для разных пунктов взрывов легко можно рассчитать как направления распространения фронта сейсмической волны \mathbf{e}_i , так и скорости распространения гидроволн c_{hw} и волн обжатия c_{pw} , а также отношение их амплитуд P_{hw}/P_w , взятых от минимума до максимума. Эти данные приведены в табл. 1.

В реальном эксперименте все данные будут измерены с некоторой погрешностью. Чтобы смоделировать эту ситуацию, скорости трубных волн, волн обжатия и отношения их амплитуд были определены графическим способом из синтетических сейсмограмм, показанных на рис. 3. При этом отношение амплитуд гидроволн и волн обжатия было найдено по увеличенным фрагментам сейсмограмм, показанным на рис. 4. Соответствующие данные приведены в табл. 2.

Используя данные, приведенные в табл. 2, выражения для слагаемых, составляющих функцию (30), можно записать в виде:

$$G_1 - G_2 = 2.3959 + 7.9928 \cos^2(\Theta_1) - 4.8845 \cos^2(\Theta_2),$$

Таблица 1. Расчетные значения измеряемых параметров задачи

Пункты взрывов	\mathbf{e}_i	c_{hw} , м/с	c_{pw} , м/с	P_{hw}/P_w
А	{0.371, 0.0, 0.928}	1315	4997	1.089
В	{-0.365, 0.182, 0.912}	1315	5082	1.814
С	{-0.348, -0.348, 0.870}	1315	5330	1.482

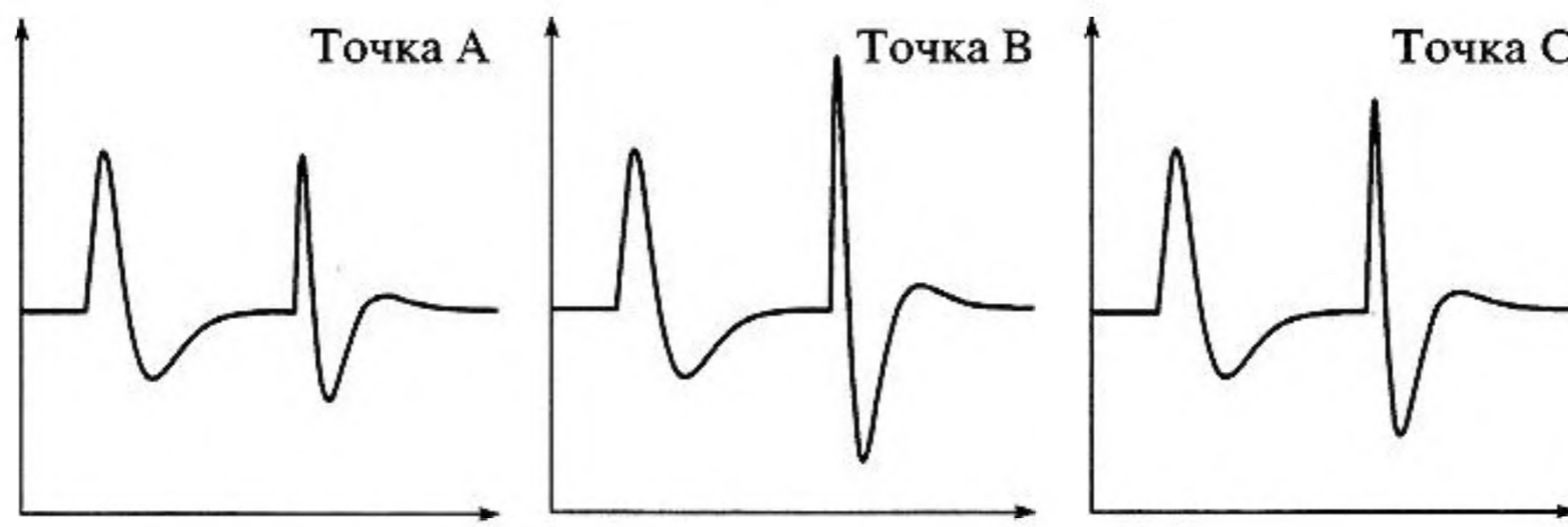


Рис. 4. Соотношения амплитуд трубной волны и волны обжатия.

$$G_1 - G_3 = 1.6429 + 7.9928 \cos^2(\Theta_1) - 5.8614 \cos^2(\Theta_3),$$

$$G_2 - G_3 = 0.7530 - 4.8844 \cos^2(\Theta_2) + 5.8613 \cos^2(\Theta_3),$$

$$G_0 = 2.1025 \cos^2(\Theta_1) + 4.3000 \cos^2(\Theta_2) + 3.9325 \cos^2(\Theta_3) - 2.0647 \cos(\Theta_1) \cos(\Theta_2) - 1.0827 \cos(\Theta_1) \cos(\Theta_3) - 5.9782 \cos(\Theta_2) \cos(\Theta_3).$$

Минимум функции $F(\cos(\Theta_1), \cos(\Theta_2), \cos(\Theta_3))$ искался численно методом градиентного спуска. Были найдены два локальных минимума.

В первом минимуме со значением 9×10^{-7} значения косинусов углов в косоугольной системе координат равны

$$\cos(\Theta_1) = -0.0030, \quad \cos(\Theta_2) = 0.7003, \\ \cos(\Theta_3) = 0.5294,$$

что согласно формуле (32) соответствует следующей оценке нормали к поверхности трещины:

$$\mathbf{n}^* = \{-0.896, 0.264, 0.355\},$$

для второго минимума со значением 8×10^{-8} соответствующие величины оказались равными

$$\cos(\Theta_1) = 0.5270, \quad \cos(\Theta_2) = 0.9721, \\ \cos(\Theta_3) = 0.8118, \quad \mathbf{n}_2^* = \{-0.566, 0.220, 0.794\}.$$

Отметим, что точные значения соответствующих величин равны

Таблица 2. Измеренные значения параметров задачи

Пункты взрывов	e	c_{tw} , м/с	c_w , м/с	P_{tw}/P_w
A	{0.371, 0.0, 0.928}	1400	5000	1.1
B	{-0.365, 0.182, 0.912}	1400	5000	1.8
C	{-0.348, -0.348, 0.870}	1400	5000	1.5

$$\cos(\Theta_1) = 0.0819, \quad \cos(\Theta_2) = 0.7549, \\ \cos(\Theta_3) = 0.6334 \\ \mathbf{n} = \{-0.882, 0.165, 0.441\}.$$

Качество восстановления ориентации трещины можно оценить по формуле $\delta = \sqrt{1 - |(\mathbf{n}, \mathbf{n}^*)|}$, что составило $\delta_1 = 0.09$ в первом случае и $\delta_2 = 0.33$ во втором. На практике неоднозначности восстановления ориентации трещины можно избежать, привлекая данные другой серии взрывов.

Таким образом, приведенные в статье результаты составляют основу для методики определения ориентации изолированных трещин, пересекающих ствол скважины, посредством обработки данных ВСП с использованием гидрофонов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Biot M.A. Propagation of elastic waves in cylindrical borehole containing a fluid. // J. Appl. Phys. 2000. V. 23, P. 997-1005.
2. Уайт Дж.Э. Возбуждение и распространение сейсмических волн. М.: Недра, 1986.
3. Cheng C.H., Toksoz M.N. Elastic wave propagation in a fluid-filled borehole and synthetic acoustic logs. // Geophysics. 1981. V. 46, P. 1042-1053.
4. Петрашень Г.И., Молотков Л.А., Крауклис П.В. Волны в слоисто-однородных изотропных упругих средах. П. Л.: Наука, 1985.
5. Huang C.F., Hunter J.A. The correlation of tube wave events with open fractures in fluid-filled boreholes: Current Research, part A. // Geol. Surv. Pap. Geol. Surv. Can. 1981. V. 81-1A, P. 361-376.
6. Ионов А.М., Максимов Г.А. О возбуждении гидроволны в скважине внешним сейсмическим источником. // Акуст. журн. 1999, Т. 45, № 3, С. 354-362.
7. Paillet F.L., White J.E. Acoustic modes of propagation in the borehole and their relationship to rock properties. // Geophysics. 1982. V. 47, P. 1215-1228.
8. Hornby B.E., Johnson D.L., Winkler K.W., Plumb R.A. Fracture evaluation using reflected Stoneley-wave arrivals. // Geophysics. 1989. V. 54, P. 1274-1288.
9. Tang X.M., Cheng C.H. Borehole Stoneley wave propagation across permeable fractures. // Geophys. Prosp. 1993. V. 41, P. 165-187.

10. *Kostek S., Johnson D.L., Randall C.J.* The interaction of tube waves with borehole fractures. Part I: Numerical models // *Geophysics*. 1998. V. 63. P. 800–808.
11. *Kostek S., Johnson D.L., Winkler K.W., Hornby B.E.* The interaction of tube waves with borehole fractures, Part I: Numerical models. // *Geophysics*. 1998. V. 63. P. 809–815.
12. *Li Y.D., Rabbel W., Wang R.* Investigation of permeable fracture zones by tube-wave analysis. // *Geophys. J. Int.* 1994. V. 116. P. 739–753.
13. *Ionov A.M., Maximov G.A.* Propagation of tube waves generated by an external source in layered permeable rocks. // *Geophys. J. Int.* 1996. V. 124. P. 888–906.
14. *Ионов А.М., Козлов О.В., Максимов Г.А.* Алгоритм расчета волн в трубе, генерируемых внешним импульсным источником в скважине в упруго-слоистой среде // *Акустический журнал*. 1995. Т. 41. № 4. С. 603–612.
15. *Партон В.З., Морозов Е.М.* Механика упруго-пластического разрушения. М.: Наука, 1974.

Determination of Crack Orientation in the Vicinity of a Borehole by Vertical Seismoacoustic Profiling

A. V. Derov and G. A. Maximov

Moscow Engineering Physics Institute, Kashirskoe shosse 31, Moscow, 115409 Russia
e-mail: maximov@dpt39.mephi.ru

Abstract—Excitation of a Stoneley wave in a single fluid-filled crack of a small wave size under an external seismic wave incident on it at an arbitrary angle is considered. On the basis of the solution obtained, the feasibility of solving the inverse problem of reconstructing the crack orientation from the data of vertical seismoacoustic profiling by hydrophones with the use of minimal input data is demonstrated.