

УДК 534.63:534.131.1

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ЛИНЕЙНОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ В УЛЬТРАЗВУКОВОЙ СПЕКТРОСКОПИИ ОБРАЗЦОВ ГОРНЫХ ПОРОД

© 2002 г. А. В. Лебедев

Институт прикладной физики РАН 603950 Нижний Новгород, ул. Ульянова 46

E-mail: swan@hydro.appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 19.04.2000 г.

Рассматривается возможность использования метода резонансной акустической спектроскопии для исследования горных пород. Данный метод предполагается использовать в дальнейшем для определения концентрации дефектов и их пространственного распределения. Горные породы с дефектами характеризуются большими потерями энергии колебаний, что приводит к перекрытию резонансных откликов. В этом случае предлагается определять комплексные резонансные частоты как параметры модели, описывающей измеренную передаточную характеристику отклика механической системы. Линейность колебательной системы используется в качестве априорной информации для задания функциональных зависимостей модели.

Разработан алгоритм, позволяющий определять параметры резонансов при условии их частичного перекрытия. Приведены примеры, показывающие возможность анализа комплексного тензора упругости горных пород методом акустической спектроскопии. Показано, что при использовании предложенного способа обработки экспериментальных данных возможно определение слабой анизотропии скорости звука, обусловленной частичным разрушением.

Модули упругости являются одними из фундаментальных характеристик твердых тел. Знание тензора упругости важно, в частности, в геофизике, где анализ величин его компонентов и их соотношений позволяет сделать заключение о внутренней структуре горных пород. В линейном приближении и при отсутствии гиротропных сил число независимых компонент тензора упругости в общем случае равно 21 [1]. Наличие выделенных осей или плоскостей симметрии внутренней структуры твердого тела приводит к уменьшению этого числа.

Анизотропию горных пород принято связывать с нарушением однородности распределения внутренних макроскопических дефектов (трещины, поры и т.п.) [2]. При этом на начальных стадиях разрушения горных пород анизотропия тензора упругости выражается в отличии его компонент от компонент, соответствующих изотропному телу, на величины порядка процента. Поэтому поиск экспериментальных методов, позволяющих надежно зарегистрировать такие изменения, представляет значительный интерес с точки зрения возможных приложений.

Описание часто используемых методов определения упругих модулей и их сравнительный анализ можно найти в [3, 4]. Как показано в [4], метод резонансной ультразвуковой спектроскопии (RUS) обеспечивает наивысшую точность измерений упругих характеристик. Метод был разработан

в 1960–1970 годах и первоначально использовался для анализа упругих свойств кристаллических образцов малых размеров [5, 6]. В дальнейшем метод RUS успешно использовался при измерении внутреннего трения в твердом теле [7], при анализе фазовых переходов в сверхпроводящих материалах [8] и т.п. Обзор истории метода RUS и его основных приложений представлен в [4].

Следует отметить, что задачи звуковой спектроскопии имеют существенные отличия от проблем модального анализа, которым в последнее время уделяется большое внимание [9], и где достигнут значительный прогресс в технике вычислений [10]. В первую очередь необходимо отметить, что задачи акустической спектроскопии (и, в частности, резонансной акустической спектроскопии) по своей сути – обратные задачи. Конечной целью акустической спектроскопии является не описание отклика механической системы сложной геометрии с учетом влияния излучения звука и т.п. осложняющих расчет факторов, а реконструкция интересующих параметров материала, из которого изготовлен образец. Поэтому, как правило, геометрия образцов выбирается таким образом (цилиндр, параллелепипед, сфера), чтобы минимизировать возможные погрешности за счет несовершенства геометрической формы. В некоторых работах (например, [5]) можно встретить диаграммы распределения нормализованных смещений, но при этом моды колебаний в

задачах акустической спектроскопии не анализируются.

Напротив, в прикладных задачах, составляющих предмет модального анализа, вязкоупругие характеристики частей, составляющих конструкцию, известны, и математическая модель призвана описать наиболее существенные с точки зрения приложений особенности отклика (в общем случае это может быть отклик на возмущение конечной амплитуды [10]). В этом случае знание распределения смещений и напряжений принципиально важно, поскольку изменение характеристик отдельных элементов математической модели позволяет оптимизировать конструкцию колебательной системы с учетом требований конкретной прикладной задачи.

В основе метода RUS лежит связь собственных частот и добротности с величинами компонент тензора упругости. Собственные частоты образца заданной геометрии определяются из условия минимума функции действия, представленной через суперпозицию базисных функций [4]. Тензор упругости определяется из условия минимизации невязки между измеренными и рассчитанными частотами. Условием применимости метода RUS является необходимость определения всех собственных частот без пропусков в интересующем диапазоне частот. При этом необходимо располагать достоверными измерениями такого количества резонансных частот, которое в пять раз больше числа независимых компонент тензора упругости [4].

Возможность регистрации слабой анизотропии определяется точностью определения компонент тензора упругости. В свою очередь, точность определения тензора упругости зависит от количества использованных базисных функций и погрешности измерения резонансных частот и добротности. Максимальное количество базисных функций ограничено быстродействием и объемом оперативной памяти компьютера. Следовательно, повышение точности расчета представляет собой легко решаемую техническую проблему. Точность измерения резонансных частот зависит не только от качества использованных инструментальных средств, но и от методов обработки доступной экспериментатору информации.

Как отмечалось выше, метод RUS был разработан для определения тензора упругости кристаллических образцов. Кристаллы характеризуются отсутствием или малым количеством внутренних дефектов, что приводит к малым потерям и высокой добротности колебаний. При этом все резонансы проявляются в виде отчетливо разрешаемых пиков, и интерференция откликов пренебрежимо мала. Определение резонансной частоты и добротности не представляет проблем, по-

скольку эти параметры однозначно связаны с частотой и шириной максимума спектральной плотности мощности. Особенностью горных пород являются большие по сравнению с кристаллами потери энергии колебаний, обусловленные внутренними дефектами (трещины, поры и т.п.). Частотные отклики отдельных резонансов могут перекрываться. При этом положение и ширина максимумов спектральной плотности мощности зависит от размещения точек возбуждения и регистрации колебаний. В результате часть резонансных частот может быть не определена или определена с трудно контролируемыми погрешностями. Поскольку перекрытие резонансных откликов не связано с разрешающей способностью спектрального анализа, проблема не может быть решена путем увеличения времени накопления и т.п. очевидными методами.

Возможным вариантом решения может быть анализ отклика механической системы в широкой полосе частот и представление этого отклика в виде некоторой модели. В качестве модели можно рассматривать суперпозицию вкладов резонансов с неизвестными амплитудами, фазами и комплексными частотами, удовлетворяющими выбранному критерию. Одним из разумных критериев точности определения параметров модели является минимум ошибки предсказания, которая определяется как сумма квадратов модулей разности измеренных и рассчитанных спектральных амплитуд. Данная работа посвящена анализу возможностей использования этого подхода для повышения точности метода RUS применительно к образцам с относительно высокими потерями. При этом предполагается, что потери энергии в механической системе таковы, что еще можно говорить о резонансных свойствах и о возможности использования RUS (добротность колебаний $Q \gg 1$). При условии $Q \gg 1$ разница между собственными и резонансными частотами пренебрежимо мала и в дальнейшем изложении мы их не различаем.

1. РЕКОНСТРУКЦИЯ ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Сформулируем задачу, которую требуется решить. Пусть в полосе частот $\mathcal{F}_{\min} \div \mathcal{F}_{\max}$ в виде вектора длины N задан комплексный отклик колебательной системы на перестраиваемое по частоте гармоническое возбуждение. Предположим, что дискретная развертка по частоте выполнена таким образом, что на каждой из частот, принадлежащих сетке частот, регистрировались установившиеся колебания. Тогда задача состоит в том, чтобы найти все резонансы в интервале $\mathcal{F}_{\min} \div \mathcal{F}_{\max}$ и определить их параметры: комплексные частоты и комплексные амплитуды.

Измеренная передаточная характеристика линейной колебательной системы представляет собой суперпозицию резонансных откликов (суперпозицию стоячих волн) и имеет вид¹

$$\mathcal{R}(p) = \sum_{l=1}^M C_l \mathcal{G}(p, \delta_l, \omega_l) = \frac{Q_{2\tilde{M}}(p)}{P_{2M}(p)}, \quad (1)$$

где M – количество резонансов в полосе анализа $\mathcal{F}_{\min} \div \mathcal{F}_{\max}$, $p = i\omega$, $\mathcal{G}(p, \delta_l, \omega_l) = \frac{1}{p^2 + 2\delta_l p + \omega_l^2}$,

$Q_{2\tilde{M}}(p)$ и $P_{2M}(p)$ – полиномы, при этом $\tilde{M} < M$, что обеспечивает чередование резонансов и антирезонансов колебательной системы [11]. Амплитуды резонансов находятся из решения системы линейных уравнений:

$$\chi_{kl} C_l = \mathcal{Y}_k, \quad (2)$$

где $\chi_{kl} = \sum_{j=1}^N \mathcal{G}^*(p_j, \delta_k, \omega_k) \mathcal{G}(p_j, \delta_l, \omega_l)$, $\mathcal{Y}_k = \sum_{j=1}^N \mathcal{G}^*(p_j, \delta_k, \omega_k) \mathcal{R}(p_j)$, $p_n = i2\pi(\mathcal{F}_{\min} + \mathcal{B}n/N)$, $\mathcal{B} = \mathcal{F}_{\max} - \mathcal{F}_{\min}$, (...) * обозначает операцию комплексного сопряжения.

Для определения положения резонансов (δ_l, ω_l) необходимо обратиться к модифицированным методам линейного предсказания для сигналов, заданных во временной области [12]. Первые L ($L \geq M$) значений в массиве эквидистантных временных отсчетов ζ_n , отвечающих передаточной функции $\mathcal{R}(p_n)$, используются в качестве начальных условий для фильтра предсказания. Оставшиеся $N - L$ отсчетов используются для определения ошибки предсказания. Переход из частотной области определения функции $\mathcal{R}(p_n)$ во временную осуществляется через преобразование Фурье. Для исключения неоднозначности преобразования $\mathcal{R}(p_n) \rightarrow \zeta_n$ функция $\mathcal{R}(p_n)$ предварительно взвешивается. В данной работе использовано окно из класса косинусных окон [13].

Коэффициенты характеристического полинома (g_k) для вектора данных ζ_n могут быть найдены из условия равенства нулю ошибки предсказания:

$$a_{jk} g_k + h_j = 0, \quad (3)$$

где $a_{jk} = \zeta_{L-k+j}$, $h_j = \zeta_{L+j}$, $j = 1 \dots N - L$, $k = 1 \dots L$. Полином $\mathcal{H}(z) = 1 + \sum_{k=1}^L g_k z^{-k}$, где $z = \exp(-\delta\tau) \exp(i\omega\tau)$, $\tau = 1/\mathcal{B}$, определяет фильтр, свертка сигнала с которым при отсутствии шумов и правильном выборе порядка фильтра $L = M$ дает нуль. Нули полинома $\mathcal{H}(z)$: $z_l = \exp(-\check{\delta}_l \tau) \exp(i\check{\omega}_l \tau)$, определяют по-

ложение полюсов (1). Следует отметить, что, строго говоря, уравнение (3) отвечает частотной характеристике $\check{\mathcal{R}}(p)$:

$$\check{\mathcal{R}}(p) = \sum_{l=1}^M \frac{\check{C}_l}{p + \check{\delta}_l - i\check{\omega}_l},$$

отличной от (1). В общем случае, когда $\mathcal{F}_{\min} > 0$, $\check{\mathcal{R}}(p)$ не включает вклад “отрицательных” частот. Кроме того, сам факт задания частотной характеристики в интервале $\mathcal{F}_{\min} \div \mathcal{F}_{\max}$ предполагает наличие ошибки определения положения z_l , обусловленной вкладом резонансов, лежащих вне частотного диапазона $\mathcal{F}_{\min} \div \mathcal{F}_{\max}$. Однако, если не рассматривать колебания систем с аномально большими диссипативными потерями, когда ширина резонансных кривых $\Delta f_l = \delta_l/\pi$ сопоставима с полосой анализа \mathcal{B} , естественно предположить, что влияние этих факторов будет тем меньше, чем лучше выполняется условие $\Delta f_l \ll \mathcal{B}$. При этом $\delta_l = \check{\delta}_l$ и $\omega_l = \check{\omega}_l$ вычисляются через нули характеристического полинома, а амплитуды C_l определяются из решения (2). Численный пример раздела 2 показывает, что влияние резонансных частот, лежащих вне полосы \mathcal{B} , практически не сказывается на результирующие значения комплексных резонансных частот в полосе \mathcal{B} при выполнении указанных выше ограничений.

Если число резонансов M в полосе анализа неизвестно и $M < L$, система уравнений (3) будет переопределенной и ее решение может быть получено в смысле минимума среднеквадратичной ошибки. Для определения числа резонансов можно воспользоваться следующими соображениями [12]. При отсутствии потерь ($\delta_l = 0$) матрица $\hat{a}^+ \hat{a}$ (знак + соответствует операции эрмитового сопряжения) размера $L \times L$ имеет ранг M , первые M собственных значений этой матрицы положительны: $\Lambda_k > 0$, $k = 1 \dots M$, а оставшиеся $L - M$ значений будут равны нулю. Наличие шумов в данных ζ_j приводит к тому, что матрица $\hat{a}^+ \hat{a}$ будет иметь полный ранг (L). При этом малые собственные значения отвечают шумам. Отличие величин собственных чисел, отвечающих “сигналу” и “шумам” было использовано в работе [12] для определения количества дискретных компонент в спектре. Следует отметить, что метод, предложенный в работе [12], использовался для разрешения незатухающих гармонических сигналов при ограниченной длине выборки. Для достижения “сверхразрешения” использовалась априорная информация об отсутствии затухания.

При наличии потерь ($\delta_l \neq 0$) собственные значения Λ_n матрицы автокорреляции, отвечающие

¹ Представление (1) использует априорную информацию о линейности колебательной системы, что позволяет задать отклик каждого из резонансов в сумме в виде определенной функциональной зависимости (кривая Лоренца).

сигнальному и шумовому подпространствам, не имеют резкого отличия по величине. Оказывается, что в этом случае граница подпространств может быть проведена по излому в спектре собственных значений Λ_n (раздел 2). Индекс "n", отвечающий положению излома, определяет количество резонансов M в полосе анализа.

При наличии аддитивного гауссова шума оценка амплитуд (2), полученная как решение системы линейных уравнений в смысле минимума среднеквадратичной ошибки, будет несмещенной. Оценка положения полюсов (1) также будет асимптотически несмещенной при достаточной длине выборки $N \gg L$ [14]. Условие $N \gg L$ означает, что количество частотных отсчетов, на которых были проведены измерения, должно многократно превышать ожидаемое количество резонансов. Возможность декомпозиции отклика на слагаемые (1) обеспечивается за счет избыточности информации, содержащейся в распределении амплитуд $\mathcal{R}(p)$. В случае четко выраженных резонансных откликов достаточно определить положение и ширину максимумов спектральной плотности мощности. Если резонансные отклики перекрываются, анализ локальных особенностей $\mathcal{R}(p)$ не позволяет определить истинное положение резонансов и их добротность. В этом случае необходимо анализировать $\mathcal{R}(p)$ во всей полосе частот \mathcal{B} (использовать всю доступную информацию).

2. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА РЕКОНСТРУКЦИИ ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ В ЗАДАЧАХ ЗВУКОВОЙ СПЕКТРОСКОПИИ

Рассмотрим численный пример, иллюстрирующий возможности предлагаемого способа обработки экспериментальных данных в задачах звуковой спектроскопии. Предположим, что исследуемый объект представляет собой прямоугольный параллелепипед из песчаника с незначительно отличающимися размерами $L_1 = 0.09L_2 = 0.10L_3 = 0.11 \text{ м}^3$. Плотность и скорости упругих волн зададим, используя данные [2]: $\rho = 2510 \text{ кг/м}^3$, $V_p = 4670 \text{ м/с}$, $V_s = 3060 \text{ м/с}$. Эти величины соответствуют усредненным характеристикам сухого песчаника при минимальной пористости (объемное содержание пор 5%). Зададим равные величины добротности колебаний различных типов: $\mathcal{Q} = 50$. При этом, как будет видно из представленных ниже графиков, частотные отклики отдельных резонансов перекрываются и задача нахождения резонансов становится нетривиальной. Таким образом, в качестве "экспериментальных" используются данные расчета при известных параметрах колебательной системы. Сравнивая расчетные величины частот и добротности с полученными в результате реконструкции передаточной функ-

ции (1), можно проверить работоспособность алгоритма применительно к задачам звуковой спектроскопии.

По поводу использованных нами величин L_1 , L_2 , L_3 и \mathcal{Q} необходимо заметить следующее. Добротность колебаний в горных породах типа песчаников в действительности может в 2–4 раза превосходить задаваемое нами значение [3]. Размеры образца могут иметь произвольные, в том числе, и не близкие значения. В рассматриваемом примере мы сознательно усложняем задачу определения параметров резонансов для проверки разработанного на основе раздела 1 алгоритма.

Для задания отклика образца на локализованное гармоническое воздействие представим смещение в виде суперпозиции вкладов нормальных мод [11]:

$$\zeta(\mathbf{x}, \omega) = \begin{cases} \sum_{k=0}^K \mathcal{A}_k \frac{\Psi_k(\mathbf{x})}{-\omega^2 + \omega_k^2} & \omega \geq 0, \\ \sum_{k=0}^K \mathcal{A}_k^* \frac{\Psi_k(\mathbf{x})}{-\omega^2 + \omega_k^{*2}} & \omega < 0, \end{cases} \quad (4)$$

где ω – действительная циклическая частота воздействия, ω_k – комплексная циклическая частота k -го резонанса. $\Psi_k(\cdot)$ – собственные функции соответствующей краевой задачи (определяются через собственные векторы при решении матричной задачи RUS). Используемые в данной работе алгоритмы расчета частот и мод описаны в [15].

Отношение $\mathcal{Q}_k = \frac{\omega_k'}{2|\omega_k''|}$ ($\omega_k' = \text{Re}(\omega_k)$, $\omega_k'' = \text{Im}(\omega_k)$)

определяет добротность каждого из резонансов. Амплитуды возбуждения мод для силы единичной амплитуды, действующей вдоль вектора \mathbf{e} , определяются следующим очевидным выражением:

$$\mathcal{A}_k = \frac{(\Psi_k(\mathbf{x}_A) \cdot \mathbf{e})}{\|\Psi_k\|^2}, \quad (5)$$

где \mathbf{x}_A отвечает координатам сторонней силы (рис. 1), $\|\Psi_k\|^2$ – норма собственных функций краевой задачи, для которой строится представление (4).

Общее число резонансов K выберем таким образом, чтобы $\frac{\omega_K}{2\pi} > \mathcal{F}_{\max}$. В расчетах (4) величины $\omega_K/2\pi$ и \mathcal{F}_{\max} составляли 100 кГц и 33 кГц соответственно. Шаг по частоте зададим из условия $\Delta f \ll \frac{\omega_1}{2\pi\mathcal{Q}} \approx 250 \text{ Гц}^2$, что определяет требования к спе-

² Частота первого резонанса составляет приблизительно 12.5 кГц (Таблица 1).

кстральному разрешению. Полагая для определенности $\Delta f = 25$ Гц, получаем $N = 1080$ для частотного диапазона $\mathcal{F}_{\min} = 6$ кГц, $\mathcal{F}_{\max} = 33$ кГц. Поскольку количество резонансов в этой полосе частот согласно расчетам составляет $M = 30$, длина выборки очевидно удовлетворяет критерию $N \gg M$ и оценка частот должна получиться не смещенной. Для имитации погрешностей измерений в данные (4) был добавлен шум. Параметр SNR может иметь наперед заданную величину, поскольку при проведении измерений уровень шумов зависит от времени накопления. Выбор конкретного значения SNR = 80 дБ моделирует условия, при которых измерения сделаны аккуратно и регистрируются все детали (как пики, так и провалы) передаточной характеристики для всех вариантов возбуждения. Таким образом, мы моделируем минимальные требования к спектральному разрешению и динамическому диапазону измерительной системы. Учет в расчетах (4) резонансов вне полосы анализа позволяет оценить их возможное влияние на точность реконструкции.

На рис. 2–4 представлены исходный (рассчитанный по формулам (4), (5)) и реконструированный отклики упругого параллелепипеда на перестраиваемое гармоническое воздействие. Сила приложена в угловой точке A (рис. 1) с безразмерными координатами $x_j = (+1, -1, -1)$. Смещения регистрируются в угловой точке B (рис. 1) с координатами $\bar{x}_j = (-1, +1, +1)$ в том же направлении, что и направление вектора силы. Такой выбор условий возбуждения позволяет зарегистрировать колебания любой поляризации независимо от того, симметрична или антисимметрична мода колебаний относительно геометрических осей симметрии образца. Схема (рис. 1) является стандартной в методе RUS [4].

Нетрудно видеть, что имеет место удовлетворительное согласие между заданным и реконструированным откликами для всех трех вариантов возбуждения. Наблюдаемые погрешности реконструкции минимумов передаточных функций (рис. 3, 4) обусловлены влиянием резонансов с частотами выше $\mathcal{F}_{\max} = 33$ кГц (положение и глубина антирезонансов механической системы определяется вкладом большого числа нерезонансных мод [11]).

Спектр собственных значений матрицы автокорреляции $\hat{a}^+ \hat{a}$ представлен на рис. 5. Диссипативные потери приводят к отсутствию резких отличий амплитуд Λ_n , отвечающих резонансам, от собственных значений, отвечающих шумам. Тем не менее, Λ_n , отвечающие шумовому подпространству, уверенно идентифицируются и лежат на уровне $1/\text{SNR}$. Это позволяет использовать метод разделения шумового и сигнального подпространств, предложенный в [12], для определения

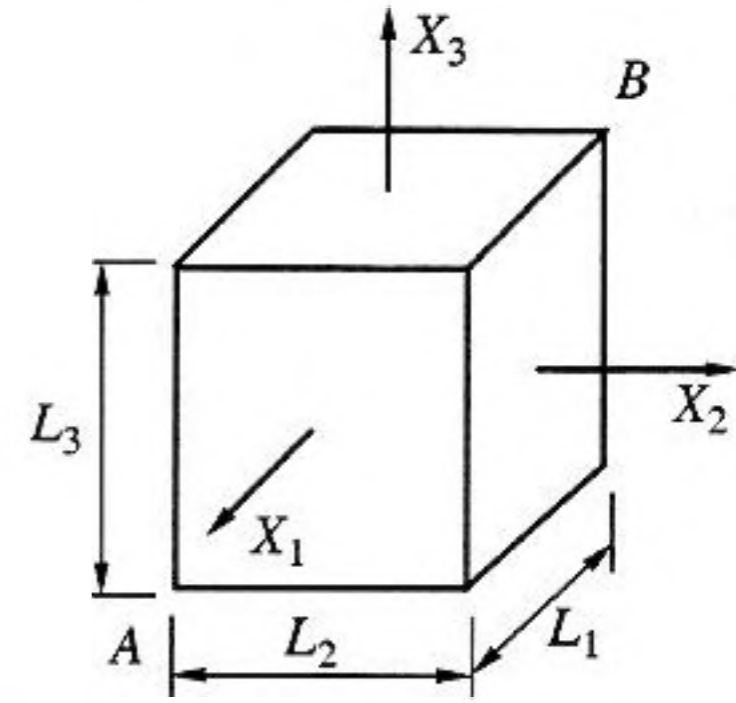


Рис. 1. Схема измерений, используемая в методе RUS. A – точка возбуждения, B – точка приема. Начало координат совпадает с центром масс параллелепипеда. Нормированные координаты определяются как отношение $\bar{x}_j = 2x_j/L_j, x_j \in [-L_j/2, +L_j/2]$.



Рис. 2. Возбуждение вдоль оси x_1 .



Рис. 3. Возбуждение вдоль оси x_2 .



Рис. 4. Возбуждение вдоль оси x_3 .

Таблица 1. Оценка частот и добротностей образца песчаника, для которого проводились модельные расчеты, по реконструкции отклика на перестраиваемое по частоте силовое воздействие

#	Истинные значения	Частоты максимумов		Результат реконструкции			
	F (кГц)	F (кГц)	δF (%)	F (кГц)	δF (%)	Q	δQ (%)
1	12.4537	12.4333	+0.16	12.4512	+0.02	49.78	-0.44
2	15.5390	15.5151	+0.15	15.5370	+0.01	49.84	-0.31
3	16.4020	16.3893	+0.08	16.3982	+0.02	49.00	-2.00
4	16.9395	16.9859	-0.27	16.9364	+0.02	49.90	-0.20
5	18.1063	18.0740	+0.18	18.1034	+0.02	49.86	-0.29
6	18.9322	18.9781	-0.24	18.9293	+0.02	49.89	-0.21
7	19.1992	19.1489	+0.26	19.1960	+0.02	49.80	-0.40
8	19.3831	-	-	19.3814	+0.01	49.80	-0.40
9	20.0660	20.0711	-0.03	20.0607	+0.03	49.85	-0.30
10	20.2603	20.1304	+0.65	20.2565	+0.02	49.70	-0.60
11	20.9836	20.9789	+0.02	20.9778	+0.03	48.83	-2.35
12	21.4389	21.4531	-0.07	21.4306	+0.04	52.48	+4.97
13	21.9013	21.9381	-0.17	21.8880	+0.06	46.12	-7.75
14	22.5558	-	-	22.5511	+0.02	48.78	-2.44
15	22.9449	-	-	22.9473	-0.01	51.13	+2.26
16	23.3672	23.4634	-0.41	23.4029	-0.15	54.54	+9.07
17	23.6520	23.6431	+0.04	23.6520	+0.00	48.99	-2.03
18	24.2568	-	-	24.2557	+0.00	50.00	+0.00
19	24.5761	24.6357	-0.24	24.5834	-0.03	51.64	+3.27
20	25.0455	25.1172	-0.29	25.0468	-0.01	49.83	-0.34
21	26.4100	26.3519	+0.22	26.4082	+0.01	48.20	-3.60
22	26.5124	-	-	26.4903	+0.08	46.07	-7.87
23	26.7925	-	-	26.7835	+0.03	42.71	-14.58
24	27.1603	27.0836	+0.28	27.1076	+0.19	43.65	-12.68
25	27.2730	27.4078	-0.49	27.2519	+0.08	50.32	+0.64
26	28.7180	28.6819	+0.13	28.7122	+0.02	50.42	+0.84
27	30.4847	30.5216	-0.12	30.4772	+0.02	49.91	-0.19
28	31.0302	-	-	31.0241	+0.02	50.83	+1.67
29	31.4355	31.4105	+0.08	31.4266	+0.03	50.16	+0.32
30	32.6128	33.2381	-1.88	32.8268	-0.65	53.88	+7.77
Стандартное отклонение:			0.47			0.13	4.89

количества резонансов механических систем с потерями.

О точности реконструкции можно судить по табл. 1. Как показывает анализ результатов для

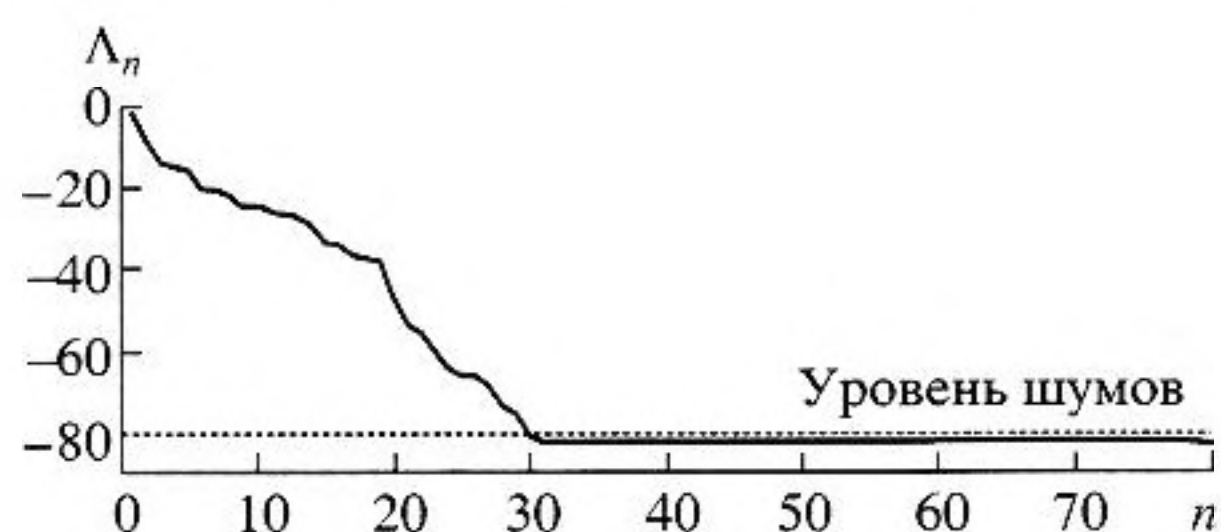


Рис. 5. Спектр собственных значений матрицы автокорреляции. Величины Λ_n нормированы на сумму $\Lambda_1 + \Lambda_2 + \dots + \Lambda_L$. Пунктиром показан уровень шума, отвечающий SNR = 80 дБ.

каждого из вариантов возбуждения, наибольшие погрешности имеют место в тех случаях, когда амплитуды резонансов A_k малы по сравнению со средними по трем вариантам размещения источника и приемника величинами. Эти ситуации соответствуют слабому возбуждению резонансов из-за несоответствия условий возбуждения поляризации отдельных мод. Поэтому производилось усреднение комплексных частот с весами, равными амплитудам резонансов, что позволяло учесть различие в коэффициентах возбуждения для различных вариантов расположения “датчиков”.

Среднеквадратичная разность значений исходных и найденных частот составляет $\sigma_F = 0.13\%$. Эта величина имеет тот же порядок, что и погрешность метода RUS при анализе упругих параметров кристаллов [4, 6]. Сумма величин δF и δQ

Таблица 2. Расчет частот для изотропного и слабоанизотропного ($V_p = 4670$ м/с вдоль оси симметрии, $V_p = 4717$ м/с – поперек) образцов песчаника

#	Изотр. F (кГц)	Анизотр. F (кГц)	δF (%)	#	Изотр. F (кГц)	Анизотр. F (кГц)	δF (%)
1	12.4537	12.4542	$\frac{+0.00}{+0.02}$	16	23.3672	23.5882	$\frac{+0.95}{-0.15}$
2	15.5390	15.5419	$\frac{+0.02}{+0.01}$	17	23.6520	23.8524	$\frac{+0.85}{+0.00}$
3	16.4020	16.4247	$\frac{+0.14}{+0.02}$	18	24.2568	24.4096	$\frac{+0.63}{+0.00}$
4	16.9395	16.9532	$\frac{+0.08}{+0.02}$	19	24.5761	24.7330	$\frac{+0.64}{-0.03}$
5	18.1063	18.1086	$\frac{+0.01}{+0.02}$	20	25.0455	25.0493	$\frac{+0.02}{-0.01}$
6	18.9322	19.0378	$\frac{+0.56}{+0.02}$	21	26.4100	26.4279	$\frac{+0.07}{+0.01}$
7	19.1992	19.2000	$\frac{+0.00}{+0.02}$	22	26.5124	26.5981	$\frac{+0.32}{+0.08}$
8	19.3831	19.4545	$\frac{+0.37}{+0.01}$	23	26.7925	27.1271	$\frac{+1.25}{+0.03}$
9	20.0660	20.0854	$\frac{+0.10}{+0.03}$	24	27.1603	27.1891	$\frac{+0.11}{+0.19}$
10	20.2603	20.3328	$\frac{+0.36}{+0.02}$	25	27.2730	27.2974	$\frac{+0.09}{+0.08}$
11	20.9836	20.9866	$\frac{+0.01}{+0.03}$	26	28.7180	27.3776	$\frac{-4.67}{+0.02}$
12	21.4389	21.4982	$\frac{+0.28}{+0.04}$	27	30.4847	28.7711	$\frac{-5.62}{+0.02}$
13	21.9013	22.0233	$\frac{+0.56}{+0.06}$	28	31.0302	28.8196	$\frac{-7.12}{+0.02}$
14	22.5558	22.5733	$\frac{+0.08}{+0.02}$	29	31.4355	30.5119	$\frac{-2.94}{+0.03}$
15	22.9449	23.1015	$\frac{+0.68}{-0.01}$	30	32.6128	31.1843	$\frac{-4.38}{-0.65}$

составляет $\sum_{j=1}^M \delta F_j / M = 10^{-3}\%$ и $\sum_{j=1}^M \delta Q_j / M = -0.9\%$, что меньше дисперсии оценки параметров. Это позволяет предположить отсутствие смещения оценки комплексных резонансных частот.

Среднеквадратичная разность частот максимумов и исходных значений резонансных частот составляет 0.47%. При этом определение всех ре-

зонансных частот, как частот максимумов отклика невозможно, поскольку ряд резонансов не проявляется в виде максимумов спектральной плотности мощности из-за сильного перекрытия резонансных откликов для всех трех вариантов положения источника и приемника. По той же причине невозможна сколько-нибудь достоверная оценка добротности.

3. ВОЗМОЖНОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СЛАБОЙ АНИЗОТРОПИИ ГОРНЫХ ПОРОД МЕТОДОМ RUS

Выше упоминалось, что анизотропия горных пород связана с особенностями распределения внутренних дефектов. Поэтому измерение анизотропии методом RUS представляет несомненный интерес. Достоверность измерений слабой анизотропии обеспечивается превышением среднеквадратичной разности рассчитанных и измеренных частот над погрешностью измерений. Проверим возможность использования предлагаемого способа измерений резонансных частот для определения слабой анизотропии.

Слабую анизотропию принято характеризовать тремя величинами, каждая из которых много меньше единицы по модулю [2]:

$$\varepsilon = \frac{C_{11} - C_{33}}{2C_{33}}, \quad (6)$$

$$\gamma = \frac{C_{11} - C_{12} - 2C_{44}}{4C_{44}}, \quad (7)$$

$$\delta = \frac{(C_{13} + C_{44})^2 - (C_{33} - C_{44})^2}{2C_{33}(C_{33} - C_{44})}. \quad (8)$$

Величины C_{ij} представляют собой компоненты тензора упругости в стандартных двухиндексных обозначениях [1, 2].

Предположим, что частичное разрушение привело к появлению максимума плотности распределения внутренних дефектов в каком-то направлении. Это направление будет определять направление оси симметрии. Положим в выражениях (6)–(8) $\gamma = \delta = 0$ и $\varepsilon = 0.01$, что соответствует отличию скорости звука вдоль и поперек оси симметрии на 1% при неизменной величине скорости сдвиговых волн независимо от направления распространения и поляризации. Результат расчета собственных частот представлен в Таблице 2. Числитель δF соответствует относительной разности частот слабо анизотропного и изотропного образцов; в знаменателе приведены ошибки реконструкции из Таблицы 1. Среднеквадратичная разность частот анизотропного и изотропного образцов равна 2.2%. В то же время погрешность реконструкции частотного отклика, как видно из Таблицы 1, составляет 0.13%, т.е. в 17 раз меньше. Следовательно анизотропия скорости звука в 1% может быть надежно измерена методом RUS при использовании предложенного способа обработки экспериментальных данных.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрены возможности измерения резонансных частот и добротности колеба-

ний образцов горных пород с последующим использованием метода резонансной акустической спектроскопии для определения комплексного тензора упругости. Разработан алгоритм, позволяющий найти количество резонансов в полосе анализа и их параметры. Показано, что:

1) Предложенный способ измерений, опирающийся на модифицированный метод линейного предсказания [12], позволяет провести реконструкцию параметров колебательной системы при условии частичного или полного перекрытия резонансных откликов;

2) Достижимая точность RUS близка к той, что имеет место для кристаллических образцов при уверенном разрешении каждого резонансного отклика;

3) Приведенный численный пример показывает возможность измерения слабой анизотропии, что позволяет диагностировать внутреннее состояние горных пород на предварительных стадиях разрушения.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта МНТЦ № 1369 и грантов Российского фонда фундаментальных исследований № 00-15-96741, № 00-05-64252.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1987. 246 с.
2. Mavko G., Mukerji T., Dvorkin J. The Rock Physics Handbook. Tools For Seismic Analysis in Porous Media. Cambridge univ. press, 1998. 329 p.
3. White J.E. Underground Sound, Application of Seismic Waves. Elsevier, N.Y., 1983. 253 p.
4. Migliori A., Sarrao J.L. Resonant Ultrasound Spectroscopy. John Wiley & Sons, Inc., 1997. 201 p.
5. Demarest H. Cube-resonance method to determine the elastic constants of solids // Journ. Acoust. Soc. Amer. 1971. V. 49. № 3. P. 768–775.
6. Sumino Y., Ohno I., Kumazawa M. Measurement of elastic constants and internal frictions on single-crystal MgO by rectangular parallelepiped resonance // Journ. Phys. Earth. 1976. V. 24. P. 263–273.
7. Mason W.P., Marfurt K.J., Beshers D.N., Kuo J.T. Internal friction of metal spheres showing the effect of the anisotropy of the component metals // Journ. Acoust. Soc. Amer. 1977. V. 62. № 5. P. 1206–1212.
8. Migliori A. et al. Elastic constants and specific-heat measurements on single crystals of La_2CuO_4 // Phys. Rev. B. 1990. V. 41. P. 2098–2101.
9. Brown D.L. Future Developments in Experimental Modal Analysis / Proceedings of Second International Congress on Recent Developments in Air and structure-Born Sound and Vibrations. 1992. V. 3. P. 1555–1564. Mechanical Engineering Department, Auburn University, AL, USA; Краткий обзор методов, используемых в модальном анализе можно найти по адресу: "www.sem.org/downloads.htm".

10. Fyfe K., McKay B., Muradali A., Sorensen C., Geisler K.J., Olofsson T., Skoczylas P., Toogood R. Tutorials ANSYS Finite Elements Analysis / Internet address: "www.csa.ru/@slash/docs/ansys/tut2"; Краткое содержание на русском языке и список ссылок можно найти по адресу: "www.csa.ru/@slash/docs/ansys/tut1-rus".
11. Skudrzyk E. The mean-value method of predicting the dynamic response of complex vibrators // Journ. Acoust. Soc. Amer. 1980. V. 67. № 4. P. 1105–1135.
12. Тафтис Д.У., Кумаресан Р. Оценивание частот суммы нескольких синусоид: Модификация метода линейного предсказания, сравнимая по эффективности с методом максимального правдоподобия // ТИИЭР. 1982. Т. 70. № 9. С. 77–94.
13. Отнес Р., Энноксон Л. Прикладной анализ временных рядов. Основные методы. М.: Мир, 1982. 428 с.
14. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. М.: Мир, 1976. 755 с.
15. Ostrovsky L.A., Lebedev A.V., Matveyev A.L., Potapov A.I., Sutin A.M., Soustova A.I., Johnson P.A. Application of three-dimensional resonant acoustic spectroscopy method to rock and building materials // Journ. Acoust. Soc. Amer. 2001. V. 110. № 4. P. 1770–1777.

Method of Linear Prediction in the Ultrasonic Spectroscopy of Rock

A. V. Lebedev

*Institute of Applied Physics, Russian Academy of Sciences, ul. Ul'yanova 46, Nizhni Novgorod, 603950 Russia
e-mail: swan@hydro.appl.sci-nnov.ru*

Abstract—The possibility of using the resonant acoustic spectroscopy method for testing the internal state of rock is considered. This method can be used for the determination of the concentration of defects and their spatial distribution. A rock specimen with defects is characterized by a high loss of vibrational energy, which leads to overlapping of the resonant responses. In this case, the complex resonant frequencies are determined as the parameters of a model that describes the measured transfer function of the response of the mechanical system. The linearity of the vibratory system is used as the *a priori* information for presetting the functional dependences of the model. An algorithm is developed for the determination of the parameters of the resonances in the conditions of their partial overlapping. Examples are presented to demonstrate the possibility of analyzing the complex elastic constant tensor of rock by the acoustic spectroscopy method. The proposed method of experimental data processing provides the possibility for the determination of the weak anisotropy that occurs in the velocity of sound because of a partial fracture of rock.