

УДК 534.232

ИЗЛУЧЕНИЕ ЗВУКА ЦИЛИНДРИЧЕСКИМ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕМ, ЗАПОЛНЕННЫМ УПРУГОЙ СРЕДОЙ

© 2004 г. В. Е. Глазанов, А. В. Михайлов

Центральный научно-исследовательский институт Морфизприбор

197376 Санкт-Петербург, Чкаловский просп. 46

E-mail: eugenia@dg3409.spb.edu

Поступила в редакцию 12.07.2003 г.

Предложен приближенный метод расчета акустического поля, создаваемого цилиндрическим преобразователем конечной высоты из пьезокерамики, заполненного упругой средой с произвольным коэффициентом Пуассона, с учетом излучения торцов его внутреннего объема. Учтены конструктивные особенности преобразователя (наличие герметизирующего компаунда и внутреннего экрана). Отмечено хорошее соответствие расчетных характеристик с результатами экспериментов, полученных для двух преобразователей (короткого – с отношением высоты к радиусу $h/a \approx 1$ – и длинного – с $h/a \approx 3$), внутренняя полость которых заполнена водой или жестким пенопластом.

При создании излучающих антенн в гидроакустике широко применяются пьезокерамические цилиндрические преобразователи, внутренняя полость которых заполнена водой [1]. В целом ряде случаев в полости размещают акустический экран, который представляет собой цилиндр, выполненный из материала с волновым сопротивлением меньшим, чем у воды. Точных методов расчета параметров таких преобразователей с учетом их конструктивных особенностей (наличия герметизирующего компаунда, внутреннего экрана и др.) не существует. Теоретические модели, развитые в ряде работ, относятся к идеализированным случаям. Например, в книге [2] получено строгое решение задачи об излучении звука при осесимметричных колебаниях конечной открытой трубы, толщина стенок которой мала по сравнению с другими ее размерами. В работе [3] приведены результаты расчета акустических свойств решетки из открытых цилиндрических пьезокерамических оболочек путем решения бесконечной системы уравнений колебаний оболочек. Однако использовать эти результаты для анализа поведения реальных преобразователей затруднительно. Приближенный метод расчета поля, создаваемого цилиндром конечной высоты, с учетом излучения торцов его внутреннего объема, заполненного изотропной упругой средой с произвольным коэффициентом Пуассона, предложен в работе [4]. Метод опирается на результаты работ [5, 6]. В статье [5] были получены выражения для расчета входного импеданса радиально возбуждаемого сплошного упругого цилиндра конечной высоты. Предполагалось, что его боковая поверхность возбуждалась постоянной по высоте силой, а для отношения высоты цилиндра к ради-

усу $h/a \geq 1$ в области до первого резонанса аксиальное смещение на торцах слабо зависит от радиуса, и при трансформации радиальных колебаний в продольные они колеблются как односторонние плоские поршни без экрана. Справедливость сделанных предположений подтверждается результатами работы [6], где показано, что точные значения активной и реактивной составляющих сопротивления излучения тонкостенного заполненного водой цилиндра, вычисленные в работе [2], по положению резонансов и максимальным величинам совпадают с этими результатами.

Применим описанные подходы для определения акустических характеристик цилиндрического преобразователя, заполненного водой или пре-

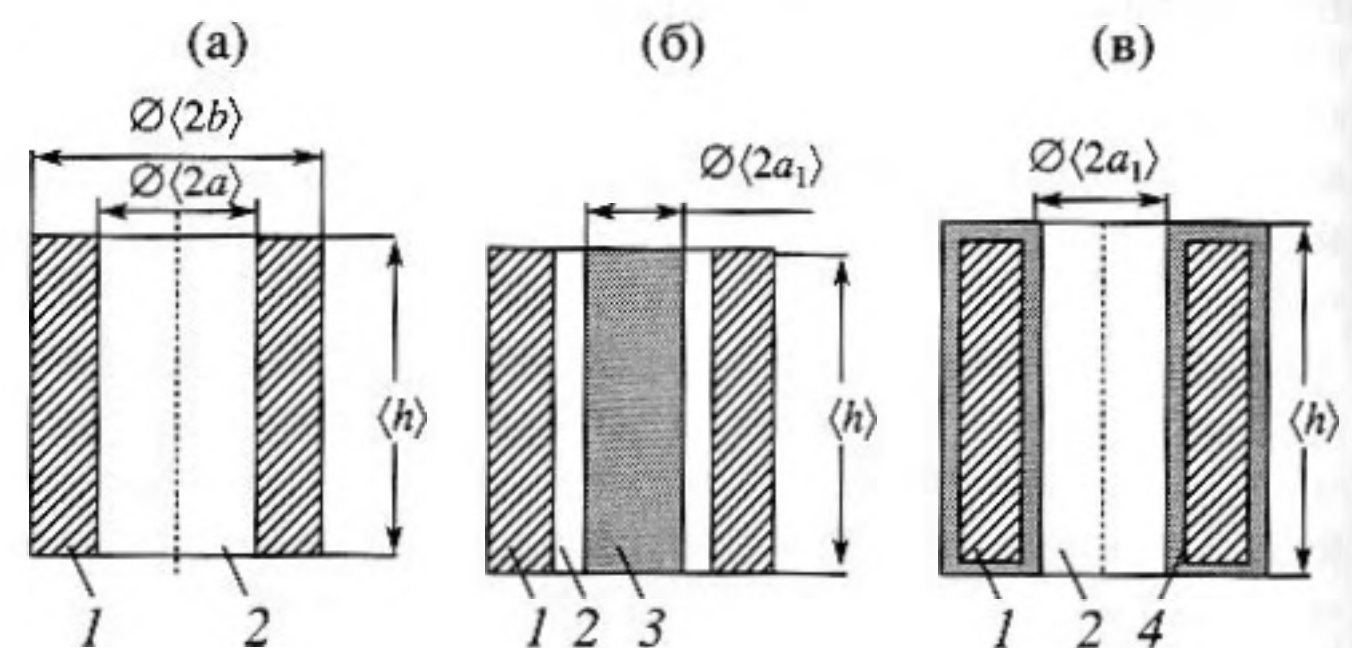


Рис. 1. Типы исследуемых преобразователей. а) Заполненный водой цилиндр; б) цилиндр с внутренним экраном; в) компаундированный цилиндр, заполненный водой. 1 – пьезокерамическое кольцо; 2 – вода; 3 – внутренний экран; 4 – герметизирующий компаунд.

образователя с внутренним экраном из пенопласта (рис. 1). При решении этой задачи не учитывается взаимодействие торцов внутренней полости и наружной боковой поверхности цилиндра, рассматриваемого как непрозрачный цилиндр в абсолютно жестких полубесконечных цилиндрических экранах. Кроме того, пренебрегается вкладом в общее поле излучения торцов тонкостенного цилиндрического преобразователя и зазора между цилиндром и внутренним экраном.

Для пояснения принципа расчета, следуя работе [4], рассмотрим вначале упрощенную модель (рис. 2). Если принять, что пьезокерамический цилиндр и торцы внутренней полости колеблются соответственно со скоростями \dot{u} и \dot{w} , то давления p_u и p_w , развиваемые в дальнем поле при любом угле α , записываются на основании работ [2, 7, 8] в следующем виде:

$$p_u(\alpha) = -i(\rho c)_в \dot{u} \frac{kh \sin\left(\frac{kh}{2} \cos \alpha\right) e^{ikR}}{i\pi \sin \alpha H_1(kb \sin \alpha) \frac{kh}{2} kR \cos \alpha}; \quad (1)$$

$$p_w(\alpha) = -i(\rho c)_в \dot{w} \frac{(ka)^2}{2} \left\{ \frac{(1 + \delta) 2J_1(ka \sin \alpha)}{2 ka \sin \alpha} + (1 - \delta) \frac{4}{3\pi} ka \left[1 + \left(\frac{ka}{5}\right)^2 \right] \right\} \frac{e^{ikR_1}}{kR_1}, \quad (2)$$

где a, b – внутренний и наружный радиусы цилиндра, $(\rho c)_в$ – волновое сопротивление воды. В формуле (2) при $ka \leq 2$ следует принять $\delta = 0$, что с достаточной степенью точности соответствует излучению плоского поршня без экрана; для $ka > 2$ значение $\delta = 1$, при этом давление, излученное поршнем без экрана, совпадает с давлением от поршня в абсолютно жестком экране [2].

Получим выражение для давления, излучаемого преобразователем в направлении $\alpha = 90^\circ$:

$$p_r = p_u(90^\circ) + 2p_w(90^\circ). \quad (3)$$

Появление множителя “2” перед p_w объясняется тем, что в этом случае излучают оба торца внутренней полости. Из выражения (3) с учетом формул (1) и (2) находим:

$$p_r = p_u \left[1 + \frac{\dot{w} a a_1}{\dot{u} h a} J_1\left(ka \frac{a_1}{a}\right) i\pi H_1(kb) \right], \quad (4)$$

где

$$p_u = -i(\rho c)_в \dot{u} kh \frac{1}{i\pi H_1(kb)} \quad (5)$$

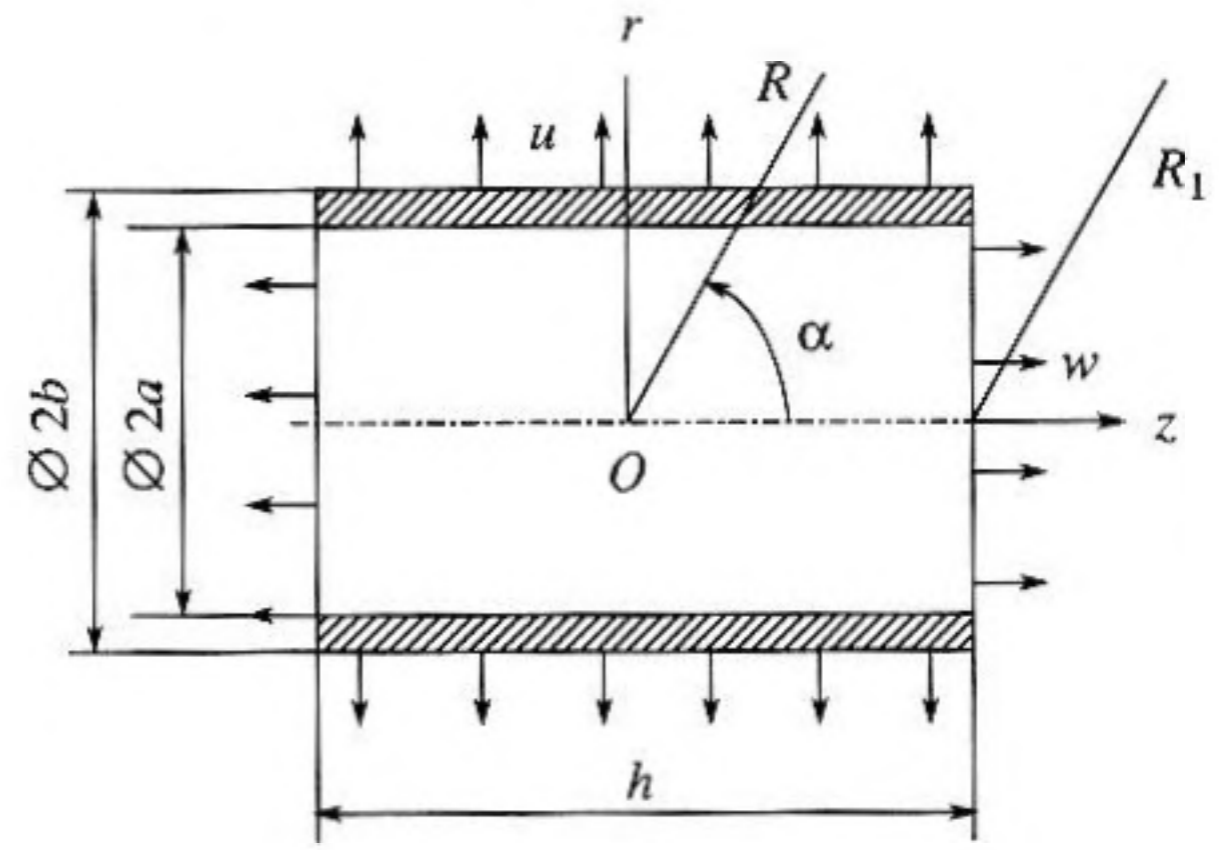


Рис. 2. К определению поля излучения цилиндрического преобразователя с внутренней полостью.

– давление, излученное цилиндром в абсолютно жестких цилиндрических экранах. Множитель a_1/a введен для учета уменьшения радиуса площади торца внутренней полости (см. рис. 1в) или экрана (рис. 1б) по сравнению с радиусом пьезокерамического элемента преобразователя.

В формулу (4) входит отношение колебательной скорости \dot{w} к радиальной скорости наружной цилиндрической поверхности излучателя \dot{u} . Если цилиндр тонкостенный [9, 10], то его внутренняя поверхность колеблется со скоростью \dot{u} . Определение \dot{w}/\dot{u} , а также удельного входного импеданса радиально возбуждаемого упругого цилиндра $Z_{вх}$ проводится на основе уточненных выражений, полученных в работах [4–6]. Полагая для общности, что торцы нагружены неодинаковыми импедансами Z_I и Z_{II} , выражение для $Z_{вх}$ записывается в следующем виде:

$$Z_{вх} = Z + Z'. \quad (6)$$

Относя составляющие импеданса к волновому сопротивлению воды, получаем:

$$\frac{Z}{(\rho c)_в} = im \left[\frac{J_0(k_l a_1)}{J_1(k_l a_1)} - \frac{1 - 2\nu}{1 - \nu} \frac{1}{k_l a_1} \right]; \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{Z'}{(\rho c)_в} = & -im \left(\frac{\nu}{1 - \nu} \right)^2 \frac{2 \frac{a a_1}{h a}}{(k_l a_1)^2} \times \\ & \frac{1}{m} \left[\frac{Z_I}{(\rho c)_в} + \frac{Z_{II}}{(\rho c)_в} \right] - 2itg \frac{k_l h}{2} \\ & \times \frac{1}{m} ctg k_l h \left[\frac{Z_I}{(\rho c)_в} + \frac{Z_{II}}{(\rho c)_в} \right] - i \left[1 + \frac{1}{m} \frac{Z_I}{(\rho c)_в} \frac{Z_{II}}{(\rho c)_в} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

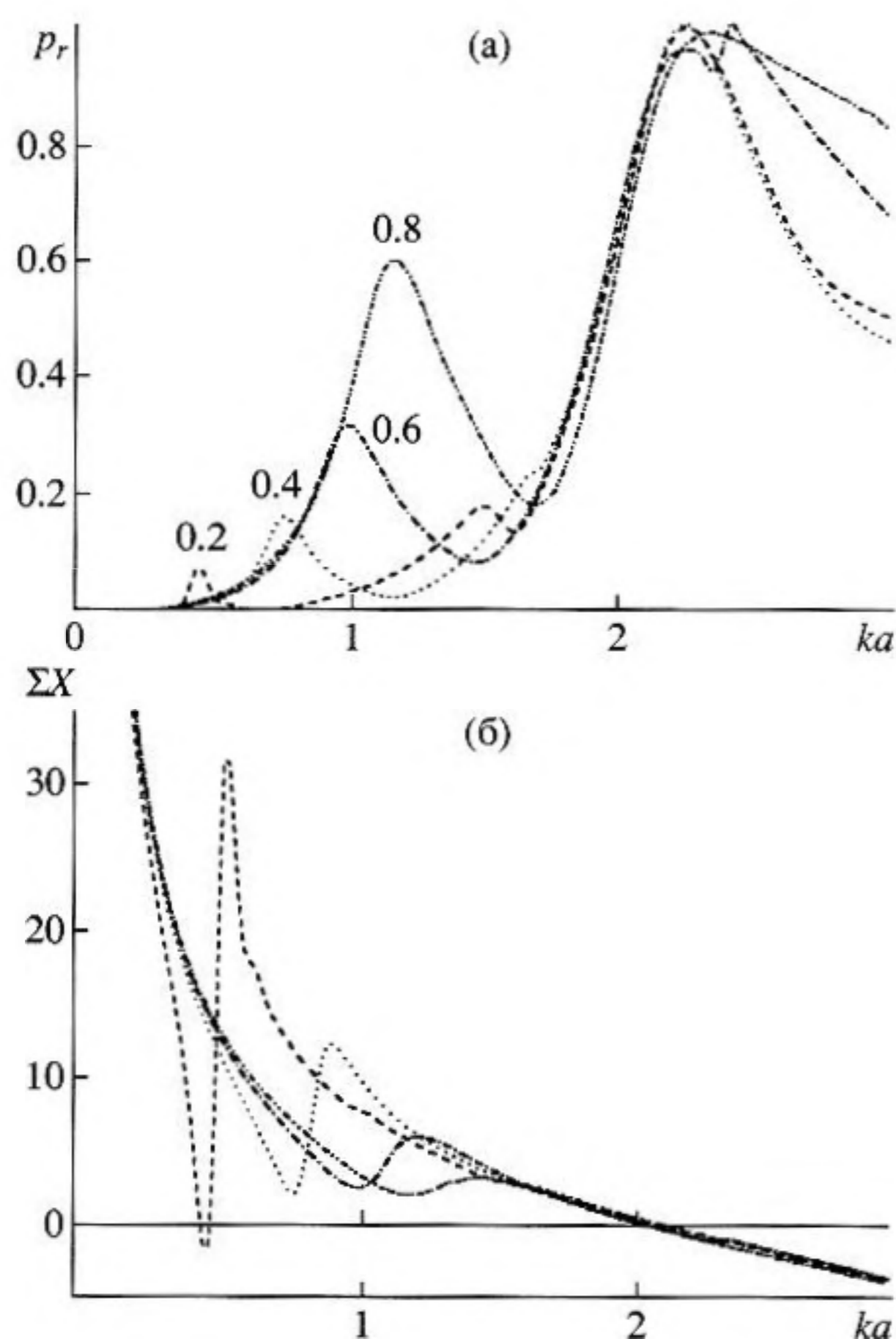


Рис. 3. Частотные зависимости давления, излученного цилиндрическим преобразователем вдоль радиуса (а), и суммы реактивных составляющих импеданса системы "преобразователь – внутренняя полость" (б). Числа на кривых – отношение внутреннего радиуса пьезокерамического кольца a к его высоте h .

В формулах (1), (2), (4), (7), (8): k, k_l – волновые числа в воде и в экране, ν – коэффициент Пуассона заполняющей внутреннюю полость упругой среды (экрана), $m = \rho c_l / (\rho c)_в$ – ее относительное волновое сопротивление, J_0, J_1 – функции Бесселя.

Исходя из (6)–(8), найдем выражения для активной и реактивной составляющих входного импеданса $Z_{вх} = R_{вх} + iX_{вх}$ при одинаковых нагрузках на торцах полости, что соответствует случаю рис. 2, т.е. примем $Z_1 = Z_{II} = Z_T$, где $Z_T = R_T - iX_T$ – импеданс плоского поршня без экрана:

$$\frac{R_{вх}}{(\rho c)_в} = \frac{R''}{(\rho c)_в} = \frac{R_T}{(\rho c)_в} \frac{aa_1 \left(\frac{\nu}{1-\nu} \right)^2 \left(\frac{2}{k_l a_1} \right)^2}{\left[\frac{R_T}{(\rho c)_в} \frac{1}{m} \right]^2 + \left[\frac{X_T}{(\rho c)_в} \frac{1}{m} - \text{ctg} \frac{k_l h}{2} \right]^2}; \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{X_{вх}}{(\rho c)_в} &= \frac{Z'}{(\rho c)_в} + \frac{X''}{(\rho c)_в} = \\ &= -m \left[\frac{J_0(k_l a_1)}{J_1(k_l a_1)} - \frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{1}{k_l a_1} \right] + \\ &+ \frac{m \frac{aa_1}{h a} \left(\frac{2}{k_l a_1} \right)^2 \left(\frac{\nu}{1-\nu} \right)^2 \left[\text{ctg} \frac{k_l h}{2} - \frac{X_T}{(\rho c)_в} \frac{1}{m} \right]}{\left[\frac{R_T}{(\rho c)_в} \frac{1}{m} \right]^2 + \left[\frac{X_T}{(\rho c)_в} \frac{1}{m} - \text{tg} \frac{k_l h}{2} \right]^2}. \end{aligned} \quad (10)$$

Отношение колебательных скоростей, входящее в выражение (6), определяется как:

$$\frac{\dot{w}}{\dot{u}} = \text{Re} \left(\frac{\dot{w}}{\dot{u}} \right) + \text{Im} \left(\frac{\dot{w}}{\dot{u}} \right), \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} \text{Re} \left(\frac{\dot{w}}{\dot{u}} \right) &= \\ &= \frac{2}{k_l a_1} \frac{\nu}{1-\nu} \frac{\frac{R_T}{(\rho c)_в} \frac{1}{m}}{\left[\frac{R_T}{(\rho c)_в} \frac{1}{m} \right]^2 + \left[\frac{X_T}{(\rho c)_в} \frac{1}{m} - \text{ctg} \frac{k_l h}{2} \right]^2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Im} \left(\frac{\dot{w}}{\dot{u}} \right) &= \\ &= \frac{2}{k_l a_1} \frac{\nu}{1-\nu} \frac{\frac{X_T}{(\rho c)_в} \frac{1}{m} - \text{ctg} \frac{k_l h}{2}}{\left[\frac{R_T}{(\rho c)_в} \frac{1}{m} \right]^2 + \left[\frac{X_T}{(\rho c)_в} \frac{1}{m} - \text{ctg} \frac{k_l h}{2} \right]^2}. \end{aligned}$$

Для того, чтобы рассчитать зависимость $p_r(ka)$ как функции волнового радиуса в воде, в формулах (9)–(11) следует использовать следующие соотношения:

$$k_l a_1 = ka \frac{c_в a_1}{c_l a}; \quad k_l h = ka \frac{c_в h}{c_l a}, \quad (12)$$

где c_l – скорость продольных волн в экране.

В выражение (5) для определения P_u входит радиальная колебательная скорость \dot{u} , значение которой для излучателя из пьезокерамики определяется по известной из теории преобразователей [11] формуле:

$$\dot{u} = B/Z_{уд}, \quad (13)$$

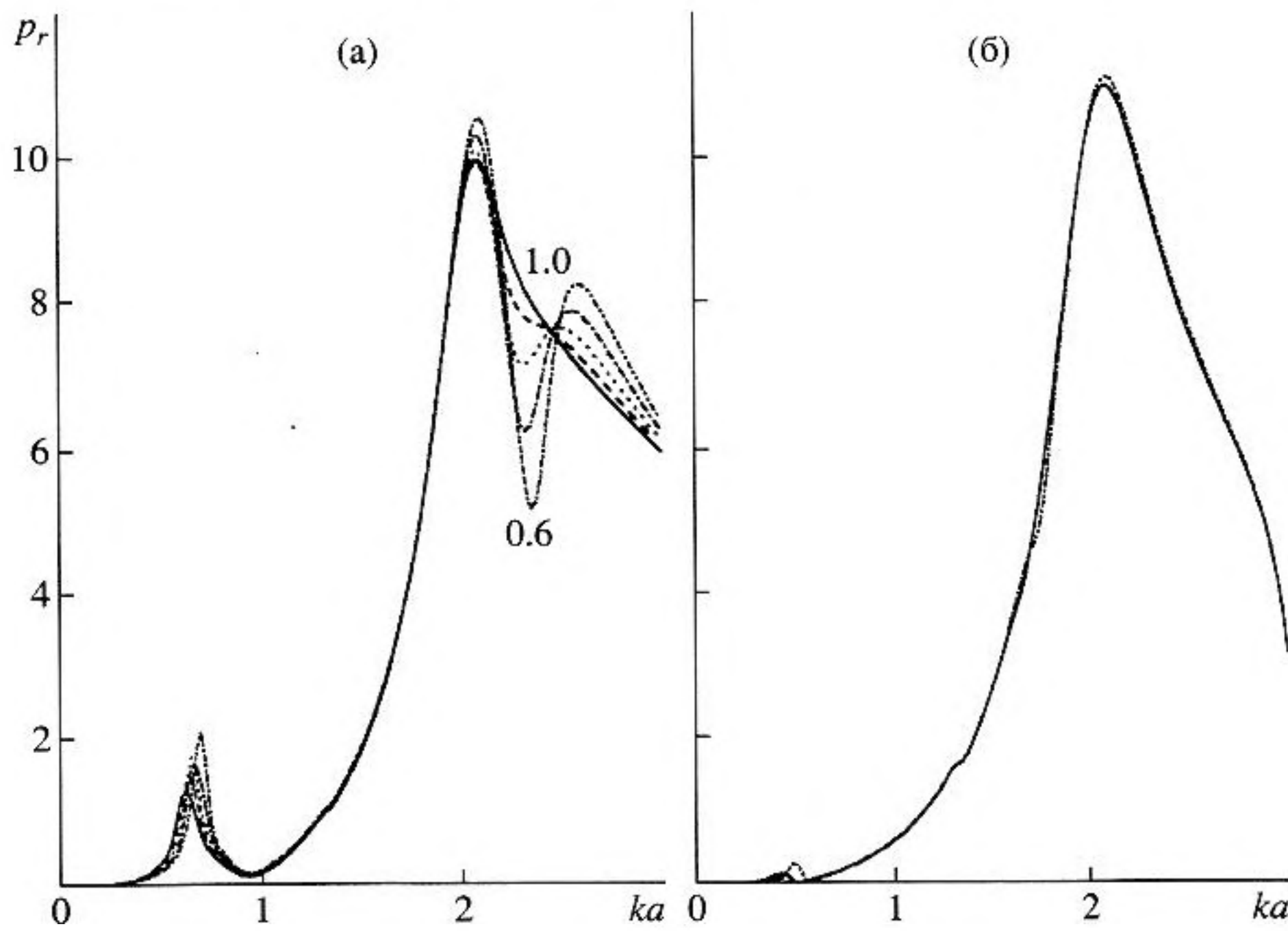


Рис. 4. Влияние отношения a_1/a (от 1 до 0.6) на зависимость $p_r(ka)$ для случаев внутреннего заполнения полости водой (а) или пенопластом (б). Числа на кривых – отношения a_1/a .

где

$$Z_{уд} = Z_{МС} + \frac{Z_{вх}}{(\rho c)_в} + \frac{z_s}{(\rho c)_в S_b} \quad (14)$$

– сумма удельных импедансов собственно преобразователя $Z_{МС}$, его внутренней полости $Z_{вх}$ и внешней поверхности цилиндра (с площадью S_b) – z_s ; B – коэффициент, зависящий от постоянных пьезокерамики, толщины пьезокерамического кольца и подводимого к преобразователю напряжения. В дальнейшем расчет проводится при $B = 1$. Следуя работе [12], выражение для $Z_{МС}$ запишем в виде:

$$Z_{МС} = R_{МС} - iX_{МС} = m_k \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} \left\{ \frac{1}{Q} - i \left[\frac{ka}{(ka)_0} - \frac{(ka)_0}{ka} \right] \right\}, \quad (15)$$

где $m_k = (\rho c)_к / (\rho c)_в$ – относительное волновое сопротивление пьезокерамики, Q – добротность преобразователя в воздухе, $\epsilon = a/b$ – отношение внутреннего радиуса преобразователя к его наружному радиусу (по пьезокерамике), $(ka)_0 = \frac{c_k}{c_v} \frac{2\epsilon}{1 + \epsilon}$ – резонансный волновой радиус пьезокерамического кольца в воздухе.

С учетом выражений (13) и (14) значение $|i|$ представим в виде:

$$|i| = \frac{1}{\sqrt{\left[\frac{R_{вх}}{(\rho c)_в} + R_{МС} + \frac{r_s}{\epsilon} \right]^2 + \left[\frac{X_{вх}}{(\rho c)_в} + X_{МС} + \frac{x_s}{\epsilon} \right]^2}}. \quad (16)$$

Формулы (4), (5), (9)–(16) позволяют рассчитывать поле излучения цилиндра и анализировать зависимости $P_r(ka)$ при варьировании параметрами преобразователя и внутренней полости. Для выявления общих закономерностей на рис. 3а построено семейство нормированных к 1 кривых для различных a/h и $a_1/a = 1$. При расчете принималось: отношение скорости в пьезокерамике к скорости в воде $c_k/c_v = 2.33$; $m_k = 16.8$; $Q = 20$; параметры пенопласта (см. [13]) $m = 0.35$; $v = 0.3$. Укажем на два резонанса характеристики p_r , один из которых – при $(ka)_2$ – обусловлен радиальными колебаниями пьезокерамического цилиндра, а другой – низкочастотный – при $(ka)_1$ – определяется, в основном, колебаниями внутренней цилиндрической полости. С увеличением относительной высоты цилиндра h/a положение этого низкочастотного резонанса сдвигается влево по оси ka , а его уровень – по сравнению с уровнем давления, излученного на частоте основного (радиального) резонанса $(ka)_2$, – уменьшается. Положение обоих резонансов в существенной степени управляется

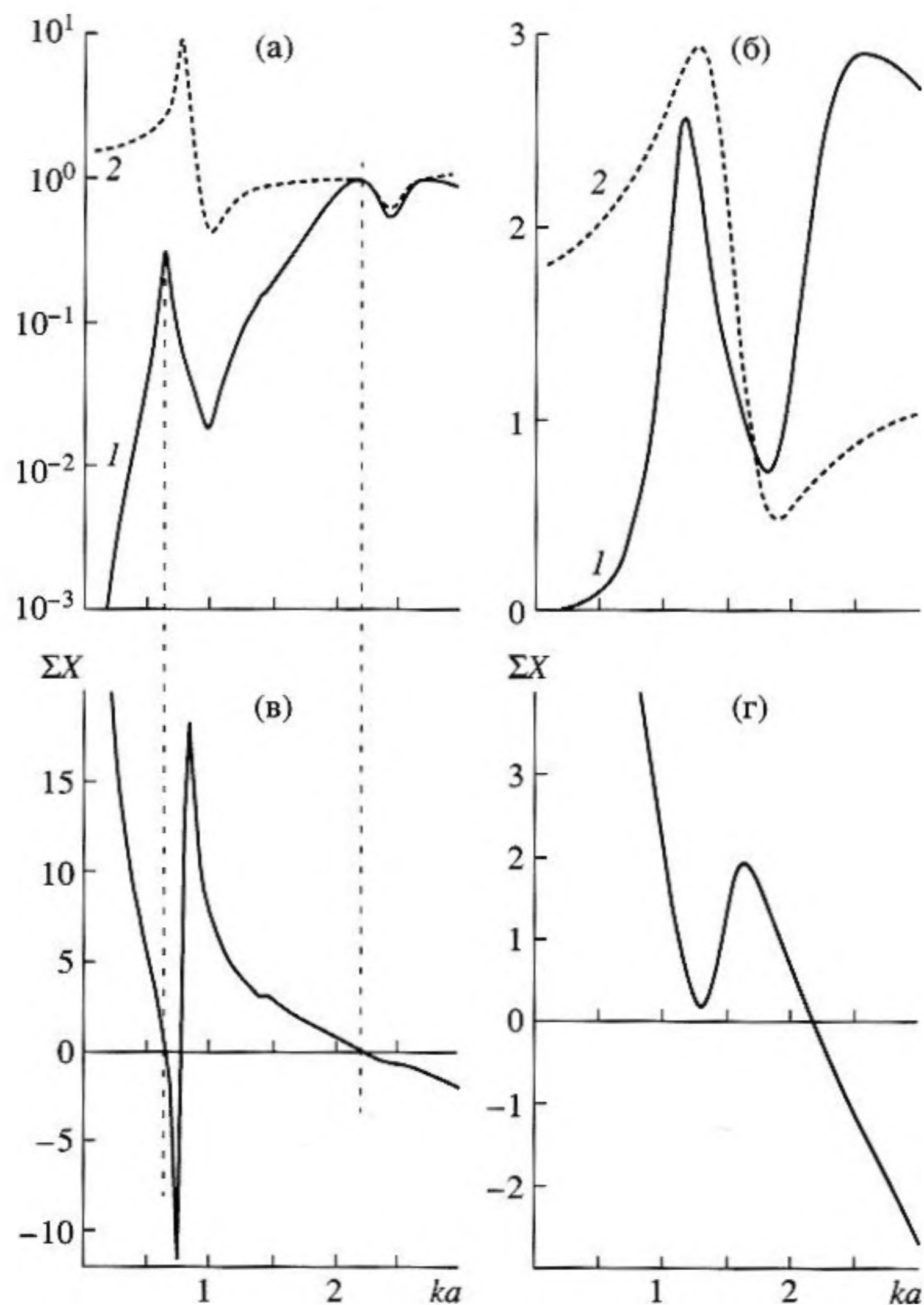


Рис. 5. Характеристики давления $p_r(ka)$ (кривые 1) и отношения p_r/p_u (кривые 2) (верхние графики), а также зависимости $\Sigma X(ka)$ (нижние графики) для преобразователей 1 (а, в) и 2 (б, г) (см. таблицу).

функцией ΣX (рис. 3б) – суммой реактивных составляющих импедансов системы “преобразователь – внутренняя полость” (см. второй член в знаменателе выражения (16)). Из рис. 3 видно, что при определенных значениях $(ka)_1$, когда характеристика давления $p_r(ka)$ имеет первый максимум, величина ΣX минимальна. В области $(ka)_2$ наблюдается второй резонанс при $\Sigma X \cong 0$.

Отношение a_1/a влияет на положение максимумов p_r (рис. 4). С уменьшением a_1/a на частотной характеристике давления появляется дополнительный резонанс (см. рис. 4а), обусловленный – как будет показано ниже – изменением вклада излучения торца полости в общее поле излучения преобразователя. Для случая полости с внутренним экраном из пенопласта этого не происходит (рис. 4б). (Отметим, что на рис. 4 нормирование кривых не проводилось, и можно оценить аб-

солютные величины давления p_r , которые для случая воды и пенопласта практически не отличаются.)

Проведем исследование характеристик $p_r(ka)$ применительно к двум случаям цилиндрических излучателей: длинного ($a/h = 0.31$) – преобразователь № 1 – и короткого ($a/h \cong 1$) – преобразователь № 2. Конкретно для таких излучателей появилась возможность сопоставить теорию с экспериментом. Размеры преобразователей и составляющих элементов приведены в таблице.

Сравним характеристики $p_r(ka)$ с рассчитанным на основании формулы (6) отношением p_r/p_u – давления, излученного преобразователем с внутренней полостью, к давлению, создаваемому цилиндром в абсолютно жестких цилиндрических экранах, т.е. без учета излучения торцов полости (см. рис. 5, верхние графики). Видно, что в низкочас-

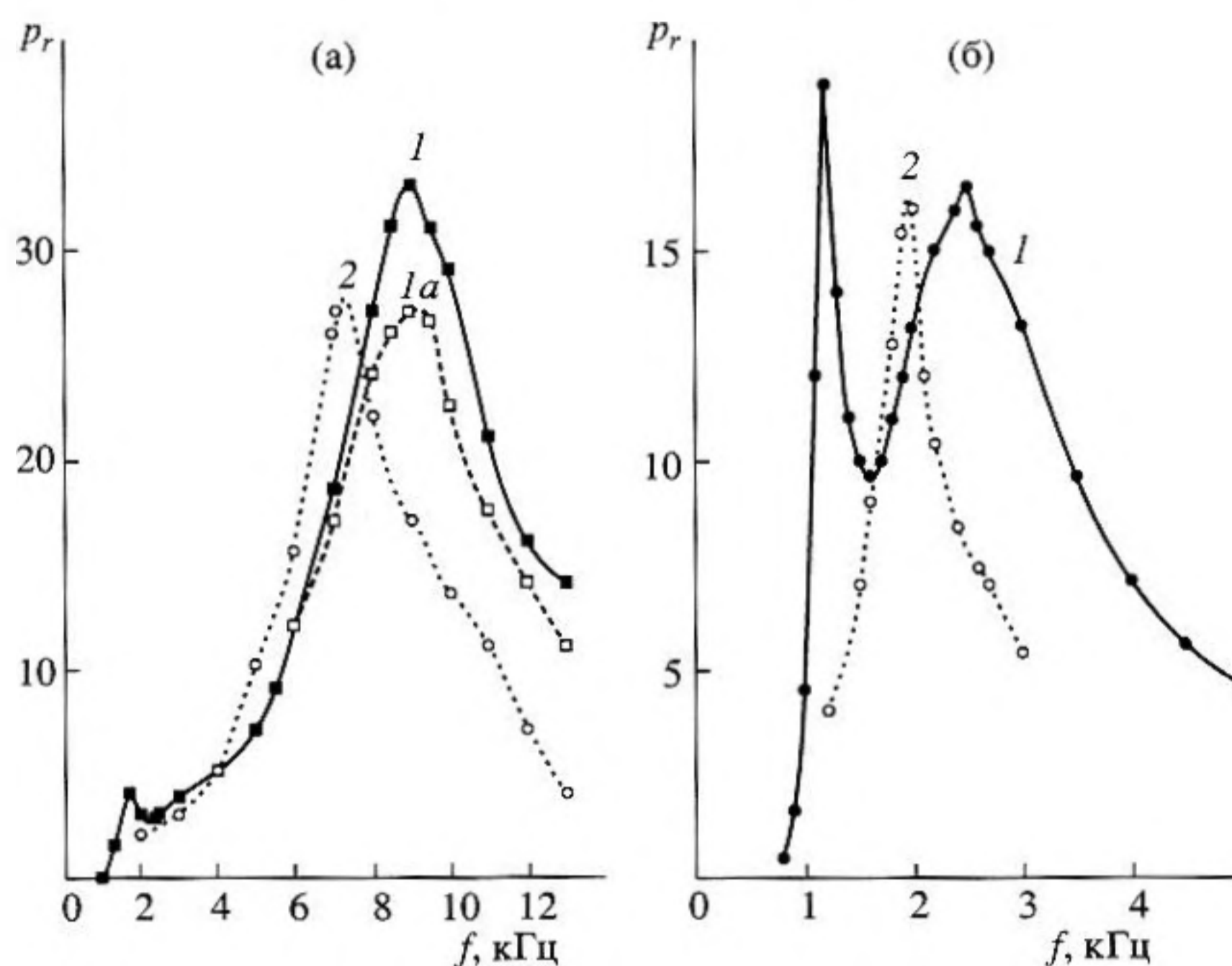


Рис. 6. Экспериментальные зависимости от частоты давления p_r (Пам/В), излученного преобразователями 1 (а) и 2 (б) вдоль радиуса. Кривые 1, 1а – внутри полости вода; кривые 2 – внутри полости пенопласт.

тотной области в районе первого резонанса для длинного цилиндра (преобразователь 1) отношение $p_r/p_u \geq 1$. Это означает, что преимущественным является излучение торцов полости в направлении $\alpha = 90^\circ$ (вдоль радиуса). В области второго резонанса зависимость $p_r(ka)$ повторяет ход характеристик p_r/p_u , что свидетельствует об исчезающе малом влиянии свойств полости на общее поле излучения. (При расчете характеристики $p_r(ka)$ принималось отношение $a_1/a = 0.73$, что соответствует геометрическим размерам этого преобразователя, см. таблицу.) Для длинного цилиндра, когда $a_1/a < 1$, в частотной характеристике излучения появляются два “горба”. Первый наблюдается при $\Sigma X = 0$, а второй – в случае, когда влияние полости становится несущественным. В таком случае определяющим в области основного резонанса является излучение цилиндра в абсолютно жестких цилиндрических экранах. Отметим, что при $a_1/a = 1$ кривая давления имеет только один резонанс. Для короткого цилиндра (преобразователь 2) первый и второй резонансы характеристики $p_r(ka)$ наблюдаются в области

$\Sigma X \approx 0$, а характеристика p_r/p_u не оказывает существенного влияния на величину давления в области второго резонанса, как это наблюдалось для преобразователя 1.

Экспериментальные частотные характеристики давления $p_r(f)$, излученного преобразователями № 1 и № 2 с различными относительной высотой и заполнением внутренней полости (вода или пенопласт), приведены на рис. 6. Для того, чтобы сравнить их с расчетными зависимостями $p_r(ka)$, необходимо пересчитать масштаб по оси f (в кГц) в масштаб по ka через коэффициент M , т.е. принять $ka = Mf$. Численный анализ показал, что удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных характеристик p_r (см. рис. 4–7) в случае внутреннего заполнения водой или пенопластом наблюдается, когда значение M приближенно равно отношению внутреннего радиуса пьезокерамического преобразователя к его высоте $M \approx a/h$.

Полученные результаты могут служить для оценочного расчета характеристик преобразова-

Размеры преобразователей и их элементов

Параметры	a (см)	b (см)	h (см)	ϵ	a/h	a_1 (см)	b_1 (см)	h_1 (см)
Преобразователь 1	5.1	5.7	16.5	0.89	0.31	3.75	7	20.3
Преобразователь 2	16.75	19.25	18.5	0.87	0.9	15	20.5	23

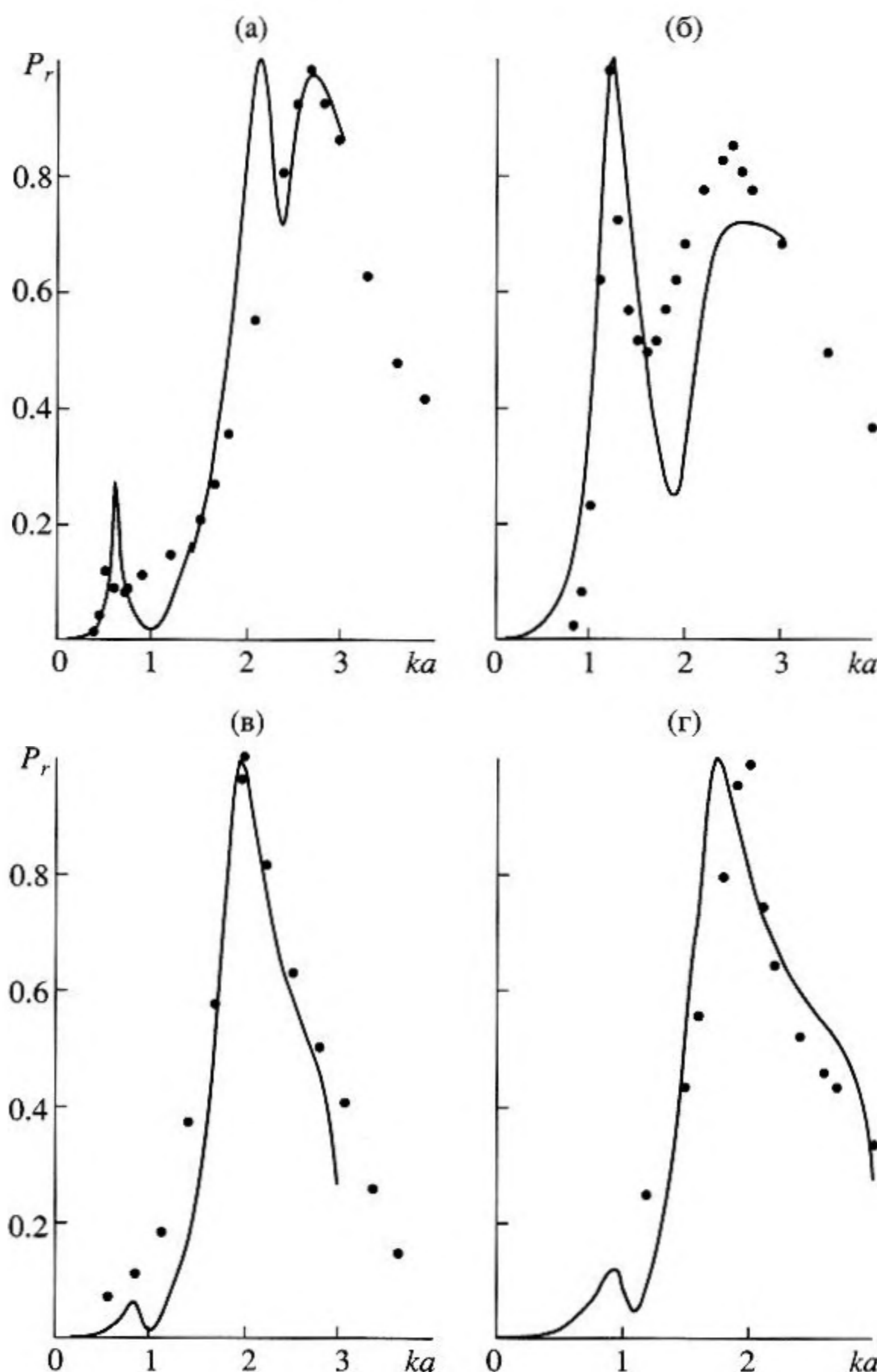


Рис. 7. Нормированное к единице давление, излученное вдоль радиуса преобразователем № 1 (а, в) и преобразователем № 2 (графики б, г). Сплошная кривая – расчет, точки – эксперимент. Графики а, б – внутри полости вода; графики в, г – внутри полости пенопласт.

телей с геометрическими параметрами, лежащими в следующих пределах: $a/h = (0.2-1.0)$, $\varepsilon = a/b = (0.8-0.9)$, и волновым радиусом $ka \leq 3$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Подводные электроакустические преобразователи. Расчет и проектирование / Справочник под ред. Богородского В.В. Л.: Судостроение, 1983.
2. Шендеров Е.Л. Излучение и рассеяние звука. Л.: Судостроение, 1989.
3. Вовк И.В. Излучение звука конечной решеткой, состоящей из открытых цилиндрических пьезоэлектрических оболочек // Акуст. журн. 1992. Т. 38. № 3. С. 427–434.
4. Глазанов В.Е. Экранирование гидроакустических антенн. Л.: Судостроение, 1986.
5. Глазанов В.Е. Входной импеданс на боковой поверхности радиально возбуждаемого цилиндра // Акуст. журн. 1968. Т. 14. № 4. С. 532–537.
6. Глазанов В.Е. О сопротивлении излучения водозаполненного цилиндра // Акуст. журн. 1989. Т. 35. № 5. С. 801–804.
7. Смартышев М.Д. Направленность гидроакустических антенн. Л., Судостроение, 1973.

8. Гутин Л.Я. О звуковом поле поршневых излучателей // Гутин Л.Я. Избранные труды. Л.: Судостроение, 1977. С. 95–105.
9. Ebenzer D.D., Sujatha A.J. New method to characterize radially polarized piezoelectric ceramic cylindrical shells of finite length // JASA. 1997. V. 102. № 3. P. 1540–1548.
10. Ebenzer D.D., Pushpa Abraham. Eigenfunction analysis of radially polarized piezoelectric cylindrical shells of finite length // JASA. 1997. V. 102. № 3. P. 1549–1558.
11. Свердлин Г.М. Гидроакустические преобразователи и антенны. Л.: Судостроение, 1980.
12. Глазанов В.Е., Михайлов А.В. Об одном способе построения низкочастотного излучателя с использованием водозаполненных труб // Акуст. журн. 1996. Т. 42. № 5. С. 609–614.
13. Завалина И.Н., Глазанов В.Е., Орлова В.И. Статические и динамические характеристики жесткого пенополиуретана ППУ-10 // Вопросы судостроения. Серия "Общетехническая". 1975. № 11. С. 77–80.

Sound Radiation from a Cylindrical Transducer Filled with an Elastic Medium

V. E. Glazanov and A. V. Mikhailov

An approximate method is proposed for calculating the acoustic field produced by a finite-height cylindrical piezoceramic transducer with allowance for the radiation from the ends of its inner volume, which is filled with an elastic medium characterized by an arbitrary Poisson's ratio. Structural features of the transducer (the presence of a sealing compound and an inner baffle) are taken into account. A good agreement is obtained between calculations and experiment for two transducers (a short one with a height-to-radius ratio $h/a \approx 1$ and a long one with $h/a \approx 3$) whose inner cavities are filled with either water or foam plastic.