

УДК 534.222

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТОВ АМПЛИТУДНО-ЗАВИСИМОГО ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ В РЕЗОНАТОРЕ ИЗ ПЕСЧАНИКА

© 2004 г. В. Е. Назаров, А. В. Радостин

*Институт прикладной физики РАН
603950 Нижний Новгород, Ульянова 46*

E-mail: nazarov@hydro.appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 19.11.02 г.

Приведены результаты экспериментальных исследований эффектов амплитудно-зависимого внутреннего трения (нелинейных потерь, сдвига резонансной частоты и затухания звука на звуке) в стержневом акустическом резонаторе из крупнозернистого песчаника. Измерения проводились на первых пяти продольных модах резонатора. Аналитическое описание наблюдаемых проводится в рамках феноменологических уравнений состояния, содержащих гистерезисную и диссипативную нелинейности. Из сравнения экспериментальных и аналитических зависимостей нелинейных эффектов определены значения параметров гистерезисной и диссипативной нелинейностей песчаника.

ВВЕДЕНИЕ

Результаты экспериментальных исследований нелинейных эффектов в микронеоднородных средах (поликристаллических металлах [1–5] и горных породах [6–10]) свидетельствуют о том, что подобные среды обладают сильной акустической нелинейностью, содержащей, как правило, гистерезисную, а некоторые из них, и диссипативную составляющие. Одной из наиболее важных и отличительных особенностей этих двух нелинейностей является их различная зависимость от частоты акустического воздействия: гистерезисная нелинейность с ростом частоты, как правило, уменьшается, а диссипативная – растет [3–5, 9]. Это обстоятельство, наряду с амплитудными отличиями гистерезисной и диссипативной нелинейностей, позволяет разделять их вклады в проявление различных эффектов и проводить эксперименты таким образом, чтобы вклад той или другой нелинейности в конкретный исследуемый эффект был определяющим. Подробное экспериментальное изучение нелинейных эффектов способствует выявлению физических механизмов акустической нелинейности различных сред и созданию их моделей, что, в свою очередь, является основой для развития нелинейных акустических методов диагностики их структуры и состояния.

В настоящей работе приводятся результаты экспериментальных и теоретических исследований эффектов амплитудно-зависимого внутреннего трения (нелинейных потерь, сдвига резонансной частоты и затухания звука на звуке) в стержневом резонаторе из крупнозернистого песчаника (размер зерна около 0.2–0.3 мм). Аналитическое описание наблюдаемых эффектов про-

водится в рамках феноменологических уравнений состояния, содержащих гистерезисную и диссипативную нелинейности; предлагается адекватная реологическая модель песчаника, соответствующая этим уравнениям.

СХЕМА ЭКСПЕРИМЕНТА

Эксперименты проводились со стержневым резонатором, изготовленным из песчаника: длина стержня $L = 27$ см, его диаметр 2 см. Блок-схема эксперимента изображена на рис. 1. Резонатор 1 возбуждался низкочастотным (НЧ) пьезокерамическим излучателем 2, одна сторона которого бы-

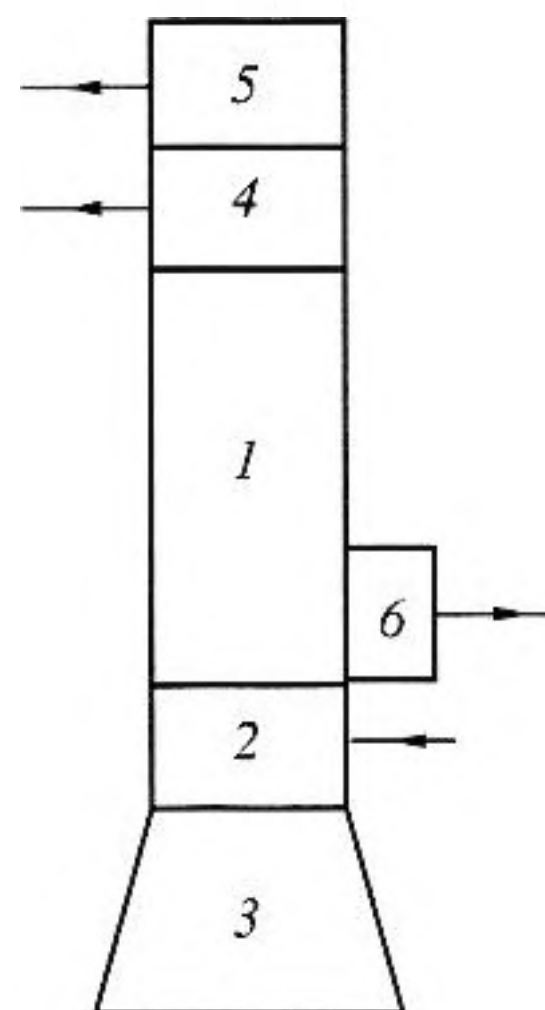


Рис. 1. Схема экспериментальной установки.

ла приклеена к массивной нагрузке 3, а другая – к торцу стержня. К другому – свободному его торцу приклеивались высокочастотный (ВЧ) пьезокерамический излучатель 4 для излучения ультразвуковых импульсов и акселерометр 5 – для измерения НЧ волны накачки. Вблизи НЧ излучателя накачки для приема ультразвуковых импульсов, прошедших через стержень, и измерения их амплитуды, приклеивался акселерометр 6, реагирующий на продольную (вдоль стержня) компоненту ускорения. Таким образом, стержень являлся акустическим резонатором с жесткой и мягкой границами, собственные частоты которого определяются выражением $F_p = \frac{C_0}{4L} (2p - 1)$, где C_0 – скорость продольной волны в стержне, p – номер моды. Резонансные частоты F_p и добротности Q_p резонатора для первых пяти продольных мод резонатора при малой амплитуде его возбуждения, когда нелинейные эффекты не наблюдались, приведены в табл. 1. Таким резонансным частотам соответствует скорость продольной волны, равная $C_0 \cong 2.3 \times 10^5$ см/с. Погрешности измерения частоты и амплитуды НЧ и ВЧ волн составили соответственно ± 0.5 Гц, $\pm 5 \times 10^{-2}$ дБ и $\pm 1.6 \times 10^{-1}$ дБ.

Перед проведением измерений проводились контрольные эксперименты со стеклянным стержнем. В этих экспериментах никаких нелинейных эффектов (даже при несколько больших амплитудах НЧ волны) не наблюдалось, и, следовательно, обнаруженные в песчанике эффекты амплитудно-зависимого внутреннего трения и установленные их амплитудно-частотные зависимости обусловлены исключительно физической (т.е. материальной), а не геометрической, нелинейностью исследуемого образца.

НЕЛИНЕЙНЫЕ СДВИГ РЕЗОНАНСНОЙ ЧАСТОТЫ И ПОГЛОЩЕНИЕ НЧ ВОЛНЫ

В первой серии экспериментов излучателем накачки 1 в резонаторе 2 возбуждались НЧ акустические колебания на одной из первых пяти его продольных мод и измерялись нелинейные амплитудные зависимости сдвига резонансной частоты ΔF_{nl} и коэффициента затухания μ_{nl} [1–4, 6]. На рис. 2 приведены зависимости амплитуды деформации ϵ_m (в условиях резонанса) от амплитуды электрического напряжения U на излучателе накачки, полученные для различных мод резонатора. Из этого рисунка видно, что зависимости $\epsilon_m = \epsilon_m(U)$ нелинейны; это свидетельствует о наличии амплитудно-зависимых потерь. На рис. 3а, 3б представлены графики зависимостей относительных значений нелинейного сдвига резонансной частоты $\Delta F_{nl}/F_p$ и коэффициента нелинейного затухания μ_{nl}/μ_p , где $\mu_p = (\Omega_p Q_p)^{-1}$, $\Omega_p = 2\pi F_p$. Из этих

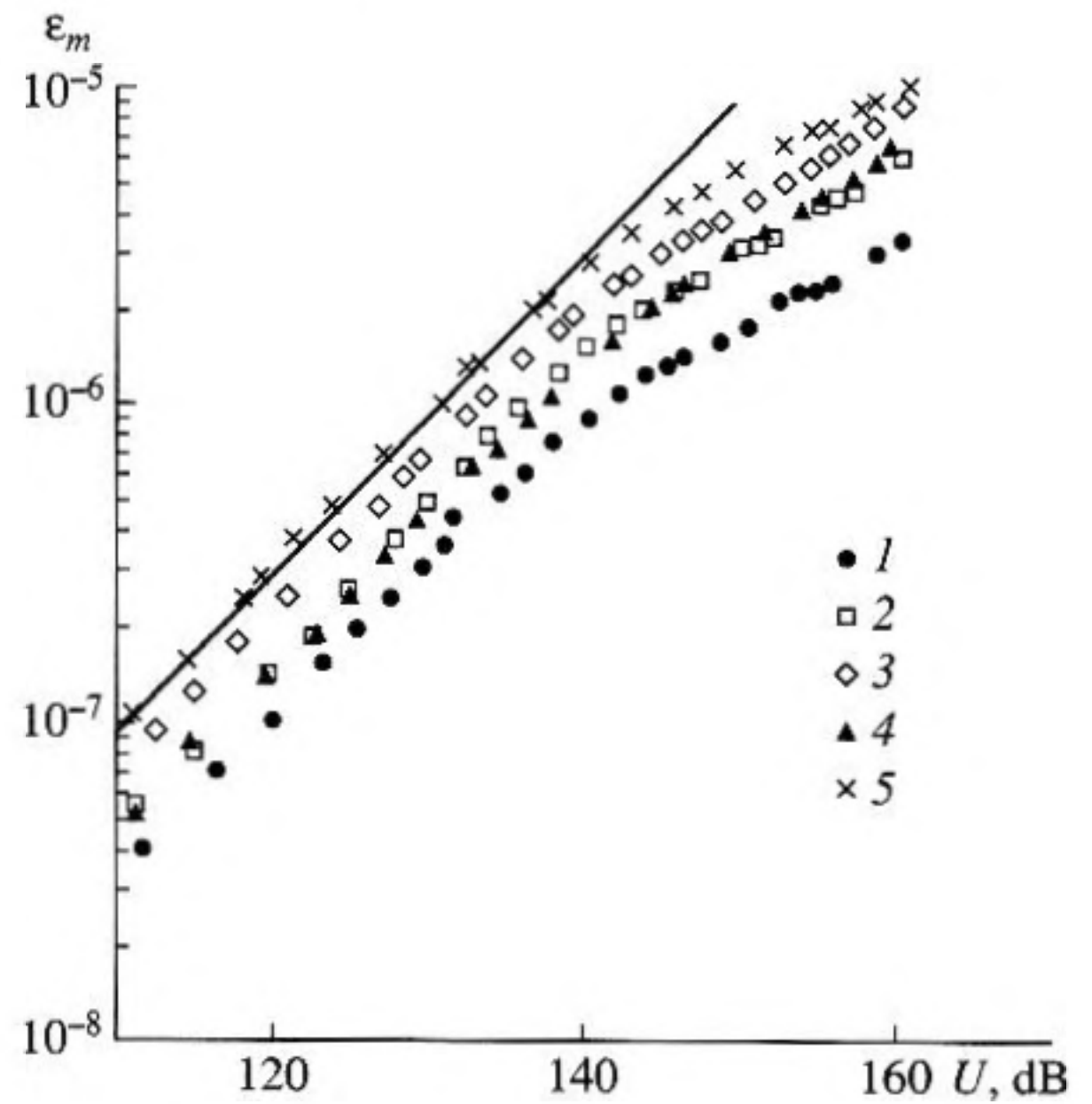


Рис. 2. Зависимости амплитуды волны в резонаторе от амплитуды напряжения на излучателе накачки (в дБ относительно 1 мкВ). Прямая линия соответствует зависимости $\epsilon_m \sim U$.

рисунков следует, что $\Delta F_{nl}/F_p \sim \epsilon_m^2$, $\mu_{nl}/\mu_p \sim \epsilon_m^2$, причем с ростом номера моды p (при $\epsilon_m = \text{const}$) значения $\Delta F_{nl}/F_p$ и μ_{nl}/μ_p заметно уменьшаются. Отметим, что квадратичные зависимости $\Delta F_{nl}/F_p$ и μ_{nl}/μ_p от ϵ_m наблюдались также в свинце [3], цинке [4] и мраморе [6].

Для каждой моды резонатора зависимости $\Delta F_{nl}/F_p \sim \epsilon_m^2$ и $\mu_{nl}/\mu_p \sim \epsilon_m^2$ можно описать в рамках феноменологического гистерезисного уравнения состояния [6]:

$$\sigma(\epsilon) = E[\epsilon - f(\epsilon, \dot{\epsilon})] + \alpha \rho \dot{\epsilon}, \tag{1}$$

$$f(\epsilon, \dot{\epsilon}) = \frac{1}{3} \begin{cases} \gamma_1 \epsilon^3, & \epsilon > 0, \dot{\epsilon} > 0; \\ -\gamma_2 \epsilon^3 + (\gamma_1 + \gamma_2) \epsilon_m^2 \epsilon, & \epsilon > 0, \dot{\epsilon} < 0; \\ -\gamma_3 \epsilon^3, & \epsilon < 0, \dot{\epsilon} < 0; \\ \gamma_4 \epsilon^3 - (\gamma_3 + \gamma_4) \epsilon_m^2 \epsilon, & \epsilon < 0, \dot{\epsilon} > 0, \end{cases} \tag{2}$$

где $\sigma, \epsilon, \dot{\epsilon}$ – продольные напряжение, деформация и скорость деформации стержня, E – модуль Юнга, α – коэффициент вязкости, ρ – плотность, γ_i – параметры гистерезисной нелинейности, ϵ_m –

Таблица 1

p	1	2	3	4	5
$F_p, \text{ Гц}$	2110	6170	10240	14010	18180
Q_p	73	56	64	69	74

Таблица 2

P	1	2	3	4	5
$a_1 \times 10^{-9}$	13.4	4.8	2.9	2.7	1.4
$b_1 \times 10^{-9}$	70.4	29.6	15.2	14	5.3
$(\gamma_1 - \gamma_3) \times 10^{-10}$	16	6.9	3.4	3.1	1.1
$(\gamma_2 - \gamma_4) \times 10^{-10}$	3.5	1.1	0.74	0.7	0.42

амплитуда деформации, $|\gamma_i \varepsilon_m^2| \ll 1$, $|\gamma_i| \gg 1$. Для такого резонатора выражения для $\Delta F_{nl}/F_p$ и μ_{nl}/μ_p имеют вид [6]

$$\Delta F_{nl}/F_p = -b_1 \varepsilon_m^2, \quad \mu_{nl}/\mu_p = a_1 Q_p \varepsilon_m^2, \quad (3)$$

где $a_1 = \frac{1}{16\pi} (\gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_3 - \gamma_4)$, $b_1 = \frac{1}{32} \left\{ (\gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_3 - \gamma_4) + \frac{3}{4} (\gamma_1 - \gamma_2 - \gamma_3 + \gamma_4) \right\}$, $Q_p = \frac{C_0^2}{\alpha \Omega_p}$. Из сравнения экспериментальных результатов (рис. 3) и выражений (3) можно определить коэффициенты a_1 , b_1 и параметры $\gamma_1 - \gamma_3$, $\gamma_2 - \gamma_4$; их значения для каждого номера моды p приведены в таблице 2.

Из этой таблицы видно, что при увеличении частоты возбуждения резонатора в 9 раз (с 2 кГц до 18 кГц) значения коэффициентов a_1 , b_1 (и параметров $\gamma_1 - \gamma_3$, $\gamma_2 - \gamma_4$) существенно уменьшаются

(почти в 10 и 13 раз соответственно). Аналогичные закономерности наблюдались в свинце [3] и цинке [4]. Таким образом, результаты эксперимента свидетельствуют о том, что для подобных поликристаллических сред эффективные параметры $\gamma_1 - \gamma_4$ являются частотно-зависимыми, в связи с чем гистерезисное уравнение состояния (1) следует модифицировать так, чтобы оно описывало частотную зависимость параметров гистерезисной нелинейности $\gamma_1 - \gamma_4$.

Для объяснения этой зависимости воспользуемся результатами работы [11], где была предложена реологическая модель микронеоднородной среды, состоящая из одномерной цепочки жестких линейных упругих элементов и относительно мягких нелинейных вязкоупругих дефектов. Здесь мы будем считать, что каждый такой дефект обладает гистерезисной нелинейностью (2) и характеризуется релаксационной частотой $W = \zeta_1 E / \eta_1$ и безразмерным параметром $\zeta_1 \ll 1$, определяющим относительную упругость дефекта по сравнению с упругостью линейных жестких элементов, т.е. уравнение движения гистерезисного дефекта имеет вид

$$\sigma(\xi) = \zeta_1 E [\xi - f(\xi, \dot{\xi})] + \eta_1 \dot{\xi}, \quad (4)$$

где ξ – деформация, η_1 – коэффициент вязкости. При малой концентрации таких дефектов уравнение состояния среды имеет вид [8]

$$\sigma(\varepsilon) = E \left[\varepsilon - \int_0^1 \int_0^1 R(\varepsilon) N(\zeta_1, W) d\zeta_1 dW - \int_0^1 \int_0^1 \zeta_1 R[f(R(\varepsilon))] N(\zeta_1, W) d\zeta_1 dW \right], \quad (5)$$

$$\left| \int_0^1 \int_0^1 \zeta_1 R[f(R(\varepsilon))] N(\zeta_1, W) d\zeta_1 dW \right| \ll \left| \int_0^1 \int_0^1 R(\varepsilon) N(\zeta_1, W) d\zeta_1 dW \right| \ll |\varepsilon|,$$

где $R(\varepsilon) = \frac{W}{\zeta_1} \int_{-\infty}^t \varepsilon(\tau) e^{-W(t-\tau)} d\tau$, $N_1 = N_1(\zeta_1, W)$ – функция распределения дефектов гистерезисного типа по параметрам ζ_1 и W . В этом случае выражения для $\Delta F_{nl}/F_p$ и μ_{nl}/μ_p имеют тот же вид, что и (3), в которых, однако, соответствующие коэффициенты зависят от частоты Ω_p и от функции распределения $N_1 = N_1(\zeta_1, W)$:

$$a_1(\Omega_p) = \int_0^1 \int_0^1 \frac{N_1(\zeta_1, W)}{\zeta_1^3 [1 + (\Omega_p/W)^2]^3} \times \{ a_1 [1 - (\Omega_p/W)^2] - 2b_1(\Omega_p/W) \} d\zeta_1 dW, \quad (6)$$

$$b_1(\Omega_p) = \int_0^1 \int_0^1 \frac{N_1(\zeta_1, W)}{\zeta_1^3 [1 + (\Omega_p/W)^2]^3} \times \{ 2a_1(\Omega_p/W) + b_1 [1 - (\Omega_p/W)^2] \} d\zeta_1 dW. \quad (7)$$

Из этих выражений видно, что релаксация гистерезисных дефектов приводит к тому, что, во-первых, коэффициенты, определяющие сдвиг резонансной частоты и нелинейные потери микронеоднородной среды, становятся частотно-зависимыми, и, во-вторых, каждый из этих коэффициентов является линейной комбинацией частотно-независимых коэффициентов a_1 и b_1 , определяемых выражениями (3). Из выражения

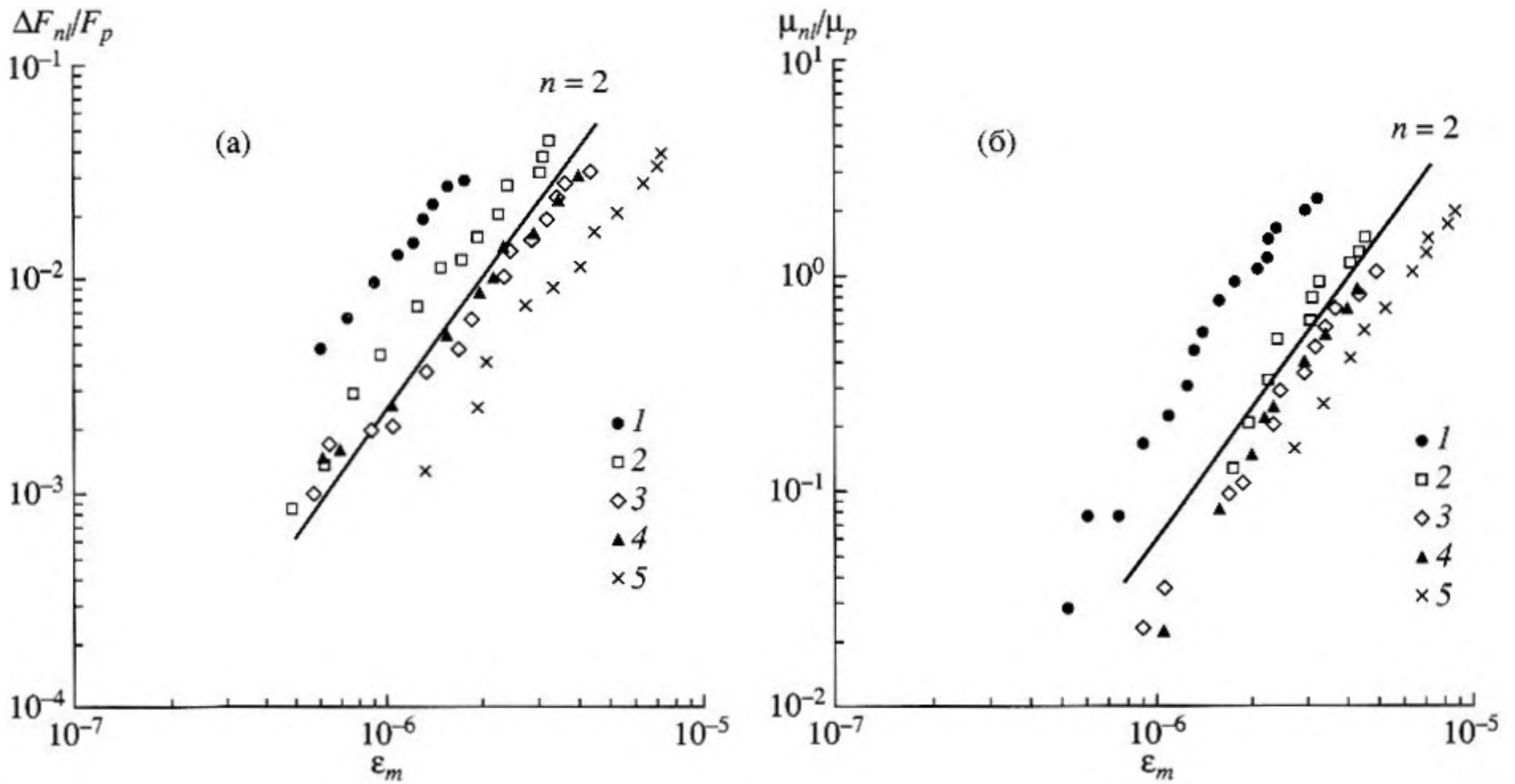


Рис. 3. Зависимости относительных нелинейных сдвига резонансной частоты (а) и коэффициента затухания (б) от амплитуды волны в резонансе. Прямые линии соответствуют зависимостям $\Delta F_{nl}/F_p \sim \epsilon_m^2$, $\mu_{nl}/\mu_p \sim \epsilon_m^2$.

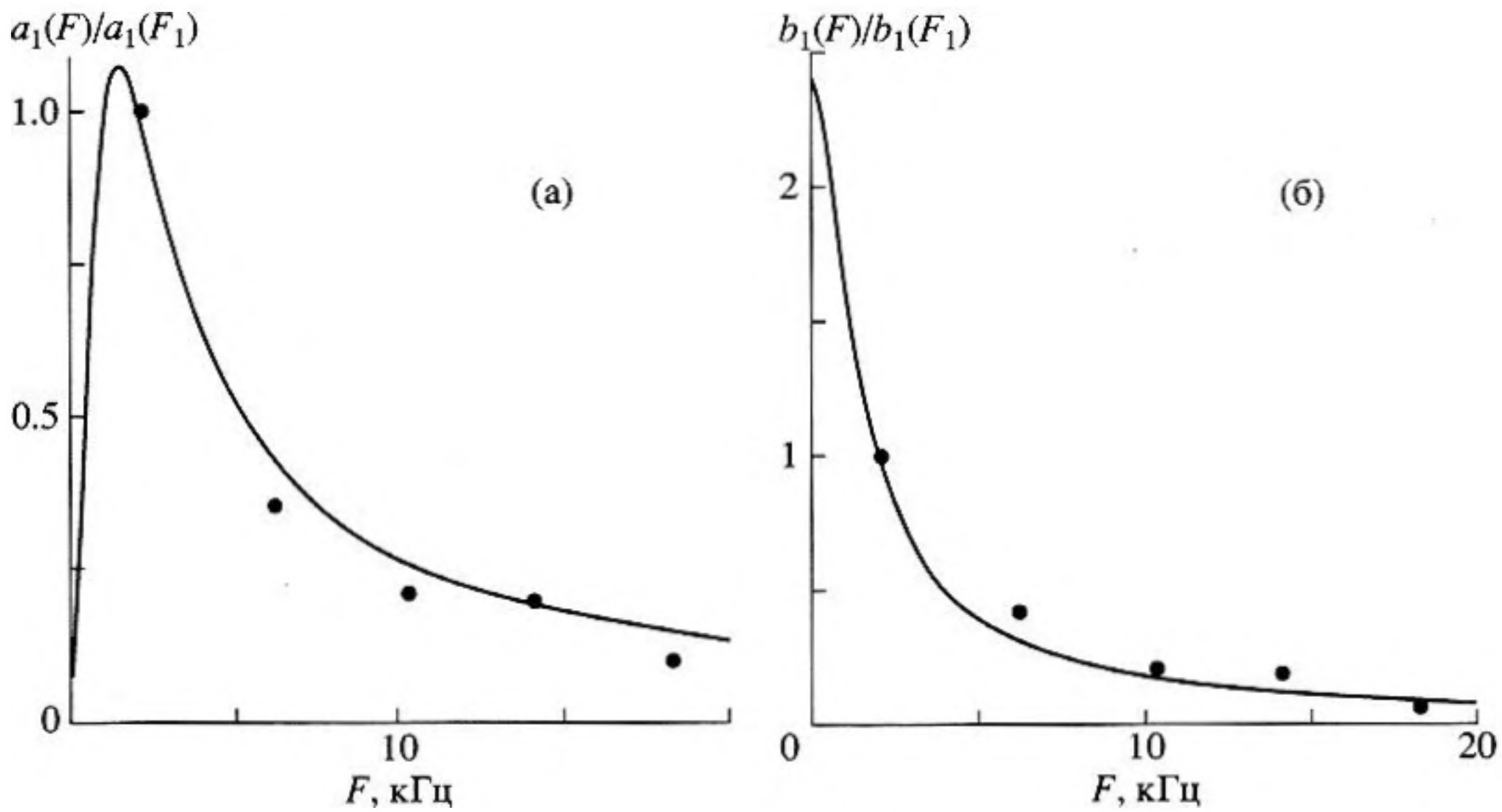


Рис. 4. Зависимость параметров $a_1(F)/a_1(F_1)$ (а) и $b_1(F)/b_1(F_1)$ (б) от частоты F .

(6), (7) следует связь статических коэффициентов нелинейности $a_1(0)$ и $b_1(0)$ микронеоднородной среды с параметрами нелинейности a_1 и b_1 одного гистерезисного дефекта:

$$a_1(0) = a_1 \int_0^1 \int_0^1 \frac{N_1(\zeta_1, W)}{\zeta_1^3} d\zeta_1 dW,$$

$$b_1(0) = b_1 \int_0^1 \int_0^1 \frac{N_1(\zeta_1, W)}{\zeta_1^3} d\zeta_1 dW.$$

Используя выражения (6), (7) и результаты эксперимента (табл. 2), можно попытаться определить функцию распределения дефектов $N_1 = N_1(\zeta_1, W)$, так чтобы получилось соответствие между экспериментальными и аналитическими результатами. При решении этой задачи для упрощения расчетов мы будем полагать, что дефекты распределены только по релаксационным частотам W , а параметр $\zeta_1 = \text{const}$. Методом перебора степенных функций $N_1 = N_1(W)$ такое распределение удалось подобрать. На рис. 4а, 4б

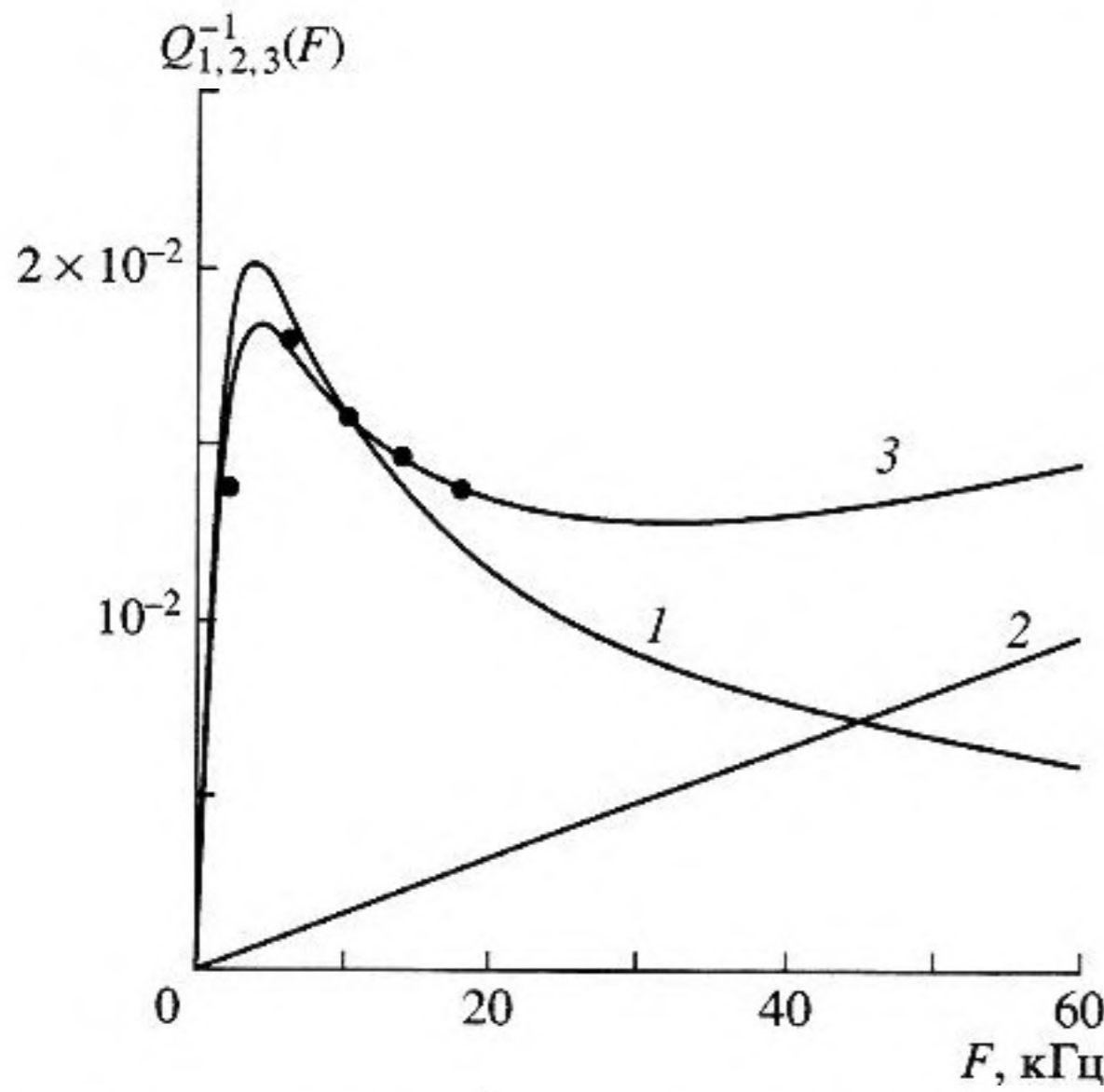


Рис. 5. Зависимость Q_p^{-1} от частоты F : кривая 1 – потери, обусловленные гистерезисными дефектами; кривая 2 – диссипативными; кривая 3 – потери, обусловленные гистерезисными и диссипативными дефектами.

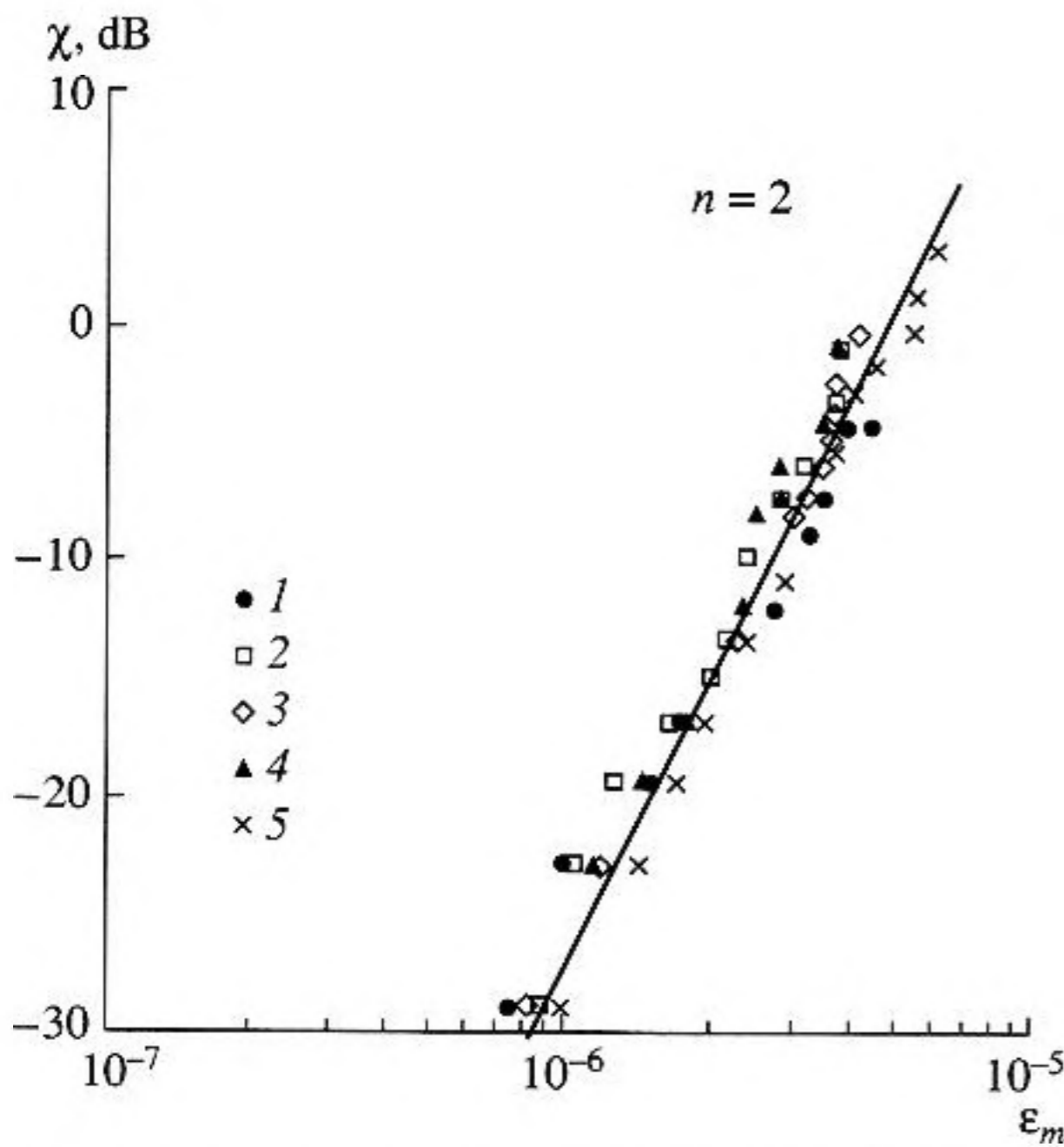


Рис. 6. Зависимость коэффициента нелинейного затухания импульса от амплитуды волны накачки. Прямая линия соответствует зависимости $\chi(\epsilon_m) \sim \epsilon_m^2$.

нанесены экспериментальные точки и приведены графики зависимостей нормированных коэффициентов $a_1(\Omega_p)/a_1(\Omega_1)$ и $b_1(\Omega_p)/b_1(\Omega_1)$ для следующей функции распределения:

$$N_1(W) = n_1 W^{-2} / (W_a^{-1} - W_b^{-1}), \quad (8)$$

$$W_a = 12.5 \times 10^3 \text{ с}^{-1}, \quad W_b = 12.5 \times 10^6 \text{ с}^{-1},$$

где $n_1 = \int_0^\infty N_1(W) dW$ – концентрация дефектов гистерезисного типа. Из этого рисунка видно, что при таком распределении гистерезисных дефектов по релаксационным частотам имеет место совпадение аналитических расчетов с результатами эксперимента, при этом $a_1(0) = 1.3 \times 10^8$, $b_1(0) = 1.3 \times 10^{10}$.

Используя функцию распределения (8), можно также определить отношение концентрации дефектов n_1 к параметру ζ_1 . Из уравнения состояния (5) можно получить выражение для добротности резонатора:

$$Q_p^{-1} = \frac{1}{\zeta_1} \int_0^\infty \frac{\Omega_p/W}{1 + (\Omega_p/W)^2} N_1(W) dW. \quad (9)$$

Подставляя (8) в (9) находим:

$$Q_p^{-1} = \frac{n_1}{2\zeta_1 \Omega_p (W_a^{-1} - W_b^{-1})} \ln \left(\frac{1 + (\Omega_p/W_a)^2}{1 + (\Omega_p/W_b)^2} \right). \quad (10)$$

На рис. 5 представлен график зависимости Q^{-1} от F при $n_1/\zeta_1 = 5 \times 10^{-2}$ и нанесены экспериментальные точки. Видно, что при этом значении n_1/ζ_1 имеется соответствие аналитических расчетов с экспериментальным результатом. Используя значение этого параметра можно оценить отношения коэффициентов a_1 и b_1 к квадрату относительной упругости дефектов: $a_1/\zeta_1^2 = 2.6 \times 10^9$, $b_1/\zeta_1^2 = 2.6 \times 10^{11}$.

НЕЛИНЕЙНОЕ ЗАТУХАНИЕ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ИМПУЛЬСА ПОД ДЕЙСТВИЕМ НЧ ВОЛНЫ

Во второй серии экспериментов наблюдался и исследовался эффект затухания звука на звуке, связанный с проявлением диссипативной нелинейности песчаника. Здесь, кроме возбуждения НЧ волны накачки, ВЧ излучателем 4 в стержне 2 создавались слабые ультразвуковые импульсы. После прохождения через стержень импульсы принимались акселерометром 6, сигналы с которого поступали на спектроанализатор, где производилось измерение их амплитуды $U_2(\epsilon_m)$. При увеличении амплитуды деформации ϵ_m волны накачки амплитуда принимаемого импульса $U_2(\epsilon_m)$ заметно уменьшалась. На рис. 6 приведены зависимости коэффициента нелинейного затухания импульса $\chi(\epsilon_m) = \ln[U_0/U_2(\epsilon_m)]$ (U_0 – амплитуда импульса без накачки) с частотой $f = 180$ кГц от амплитуды деформации ϵ_m (в резонансе) при различных частотах возбуждения резонатора. Из рис. 6 видно, что для всех пяти мод резонатора коэффициент $\chi(\epsilon_m)$ не зависит от частоты F_p и является квадратичной функцией амплитуды деформации

ϵ_m , т.е. $\chi(\epsilon_m) \sim \epsilon_m^2$. Такие же зависимости наблюдались и для ультразвуковых импульсов с другими частотами. На рис. 7 показаны экспериментальные точки, полученные при измерении коэффициента нелинейного затухания импульса в зависимости от частоты f (при постоянной амплитуде деформации $\epsilon_m = 3.3 \times 10^{-6}$ на первой моде резонатора). Из рисунка видно, что в диапазоне от 40 кГц до 400 кГц эта зависимость близка к степенной, т.е. $\chi(\epsilon_m) \sim f^n$, где $n \cong 1/2$.

Из сравнения рис. 3, 4 с рис. 6, 7 следует, что гистерезисная и диссипативная нелинейности песчаника (как, впрочем, и других поликристаллов) качественно отличаются друг от друга, поскольку с ростом частоты F_p волны накачки первая нелинейность уменьшается, вторая же от частоты F_p не зависит, а при увеличении частоты f импульса — растет. На основе этого факта, можно сделать утверждение о том, что причины гистерезисной и диссипативной нелинейностей песчаника различны и независимы.

Необходимо, однако, отметить, что небольшое изменение амплитуды слабого ультразвукового импульса в поле мощной НЧ волны накачки возможно и в среде с гистерезисной нелинейностью, но при этом зависимости коэффициента $\chi(\epsilon_m)$ от частот Ω_p и ω будут отличаться от экспериментально установленных. Расчеты показывают, что для резонатора с гистерезисной релаксационной нелинейностью (5), коэффициент $\chi(\epsilon_m)$ определяется выражением:

$$\chi(\epsilon_m) = \frac{(5\gamma_1 - \gamma_2 - 5\gamma_3 + \gamma_4)\epsilon_m^2}{24\zeta_1^3} \times \int_0^\infty \frac{(W^2 - \omega^2)W^4 N_1(W) dW}{(W^2 + \Omega_p^2)[W^2 + \omega^2]^2}.$$

Подставляя в это выражение значения параметров $\gamma_1 - \gamma_3$ и $\gamma_2 - \gamma_4$ на частоте первой моды резонатора (табл. 1), функцию распределения (8) и используя найденные значения $n_1/\zeta_1 = 5 \times 10^{-2}$, $a_1/\zeta_1^2 = 2.6 \times 10^9$ и $b_1/\zeta_1^2 = 2.6 \times 10^{11}$, получим:

$$\sigma(\epsilon) = E \left(\epsilon - \frac{2}{\zeta_2} \int_0^\infty \frac{w^2 N_2(w) dw}{\lambda} \int_{-\infty}^t \epsilon(t_1) \exp\left(\frac{d}{2}(t_1 - t)\right) \sin\left(\frac{\lambda}{2}(t - t_1)\right) dt_1 \right) - \frac{2^{S+2} \mu d E}{\zeta_2^{S+1}} \int_0^\infty \frac{w^{2S+3} N_2(w) dw}{\lambda^{S+2}} \int_{-\infty}^t \int_{-\infty}^{t_1} D[\epsilon(t_1)] \epsilon(t_2) \exp\left(\frac{d}{2}(t_2 - t)\right) \sin\left(\frac{\lambda}{2}(t_1 - t_2) - \arctg\left(\frac{\lambda}{d}\right)\right) \sin\left(\frac{\lambda}{2}(t - t_1)\right) dt_2 dt_1, \quad (12)$$

$$\chi(\epsilon_m) = 7 \times 10^8 \epsilon_m^2 \int_{w_a}^{w_b} \frac{(W^2 - \omega^2)W^2 dW}{(W^2 + \Omega_1^2)[W^2 + \omega^2]^2}.$$

Из численного анализа этих интегралов следует, что с увеличением частот Ω_p и ω коэффициент $\chi(\epsilon_m)$ уменьшается до нуля и может быть отрицательным. Так, например, при $\epsilon_m = 3.3 \times 10^{-6}$ и $\Omega_p = \Omega_1$ значение $\chi(\epsilon_m)$ уменьшается от 6.5×10^{-5} (при $f = 40$ кГц) до -1.8×10^{-7} (при $f = 400$ кГц), а при $f = 84$ кГц $\chi(\epsilon_m) = 0$, и, следовательно, в таком резонаторе на высоких частотах ($f > 84$ кГц) имело бы место не уменьшение, а увеличение амплитуды ультразвукового импульса (правда, незначительное), т.е. наблюдалось бы не затухание звука на звуке, а “усиление звука звуком”. В этом случае на частоте $f = 180$ кГц значение $\chi(\epsilon_m)$ составляет ничтожно малую величину порядка -10^{-5} , что (по абсолютной величине) более чем на 5 порядков меньше экспериментально измеренной (см. рис. 6). Все это противоречит результатам эксперимента и позволяет не учитывать вклад гистерезисной нелинейности в затухание ВЧ импульса в поле НЧ волны, обусловленное нелинейностью диссипативной. В связи с этим, для аналитического описания эффекта затухания звука на звуке необходимы, вообще говоря, другая модель и другое уравнение состояния, отличные от рассмотренных выше. Однако и здесь можно воспользоваться аналогичной реологической моделью микронеоднородной среды [11], считая, что, кроме дефектов гистерезисного типа, среда также содержит и другие дефекты, обладающие диссипативной нелинейностью. Здесь мы будем считать, что движение каждого диссипативного дефекта описывается нелинейным дифференциальным уравнением второго порядка:

$$\sigma(\xi) = \zeta_2 E \xi + \eta_2 [1 + \mu |\xi|^S] \dot{\xi} + m \ddot{\xi}, \quad (11)$$

где ζ_2 , η_2 , μ и m — относительная упругость, коэффициент вязкости, параметр диссипативной нелинейности и приведенная (к единице длины) масса дефекта. Из этого уравнения можно получить уравнение состояния среды и следующие из него выражения для коэффициентов линейного $\beta(\omega)$ и нелинейного затухания импульса $\chi(\epsilon_m)$:

$$D[\varepsilon(t_1)] = \left| \int_{-\infty}^{t_1} \varepsilon(t_2) \exp\left(\frac{d}{2}(t_2 - t_1)\right) \sin\left(\frac{\lambda}{2}(t_1 - t_2)\right) dt_2 \right|^S,$$

$$\beta(\omega) = \frac{dL\omega^2}{2\zeta_2 C_0} \int_0^\infty \frac{w^2 N_2(w) dw}{(w^2 - \omega^2)^2 + d^2 \omega^2}, \quad (13)$$

$$\chi(\varepsilon_m) = \frac{\mu d \varepsilon_m^S L \omega^2}{2\pi C_0 \zeta_2^{S+1}} \left(\frac{\Gamma[(S+1)/2]}{\Gamma[(S+2)/2]} \right)^2 \int_0^\infty \frac{w^{2S+2} [(w^2 - \omega^2)^2 - d^2 \omega^2] N_2(w) dw}{[(w^2 - \Omega_p^2)^2 + d^2 \Omega_p^2]^{S/2} [(w^2 - \omega^2)^2 + d^2 \omega^2]^2}, \quad (14)$$

где $\lambda^2 = 4w^2 - d^2$, $w = (\zeta_2 E/m)^{1/2}$ – резонансная частота дефекта, $d = \eta_2/m$ – его параметр демпфирования, $N_2 = N_2(w)$ – функция распределения диссипативных дефектов по резонансным частотам. (Здесь мы также полагаем, что $\zeta_2 = \text{const.}$) Очевидно, что для исследуемого образца песчаника $S = 2$. Подбором функции распределения $N_2 = N_2(w)$ можно добиться соответствия экспериментальной и аналитической (14) зависимостей коэффициента нелинейного затухания от частоты ω . На рис. 7 приведена зависимость (14) при $N_2(w) = n_2 w^{-1} / \ln(w_2/w_1)$, $w_2 \leq w \leq w_1$, $w_1 = 4 \times 10^7 \text{ с}^{-1}$, $w_2 = 10^9 \text{ с}^{-1}$, $d = 5 \times 10^9 \text{ с}^{-1}$, $\varepsilon_m = 3.3 \times 10^{-6}$, $\mu n_2 / \zeta_2^3 = 2.5 \times 10^{10}$; видно, что при этих параметрах имеет место соответствие аналитических расчетов с результатами эксперимента. Из выражения (14), пользуясь измеренным значением линейного затухания $\beta = 0.7$ на частоте $f = 180 \text{ кГц}$, можно оценить отношение концентрации диссипативных де-

фектов n_2 к параметру ζ_2 : $n_2/\zeta_2 = 2.4 \times 10^{-1}$. Используя это значение, получаем: $\mu/\zeta_2^2 = 10^{11}$.

Наконец, подобно тому, как ранее было показано, что гистерезисная нелинейность не влияет на эффект затухания звука на звуке, можно также показать, что и диссипативная нелинейность не влияет на НЧ эффекты сдвига резонансной частоты и нелинейные потери резонатора. Для этого необходимо сравнить (полагая, что $\varepsilon = \varepsilon_m \sin \Omega t$) гистерезисную и диссипативную нелинейности. Численный анализ показывает, что при $F < F^* \cong \cong 300 \text{ кГц}$ гистерезисная нелинейность преобладает над диссипативной и, следовательно, в диапазоне $F \ll F_{nl}$ нелинейные потери μ_{nl}/μ_p и сдвиг резонансной частоты $\Delta F_{nl}/F_p$ определяются гистерезисной нелинейностью. Аналогично, можно определить и граничную частоту F_{lin} , ниже которой линейные потери резонатора определяются, в основном, гистерезисными дефектами, а выше – диссипативными. На рис. 5 (кривая 2) показана частотная зависимость линейных потерь резонатора $Q_2^{-1}(F) = \beta(F)C_0/\pi FL$, обусловленных диссипативными дефектами. По точке пересечения кривых 1 и 2 можно определить, что $F_{lin} \cong 45 \text{ кГц}$. Вблизи этой частоты добротность резонатора определяется суммарными потерями: $Q_p^{-1} = Q_1^{-1} + Q_2^{-1}$. На рис. 5 (кривая 3) показана частотная зависимость общих линейных потерь Q_p^{-1} , обусловленных гистерезисными и диссипативными дефектами (при $n_1/\zeta_1 = 4.4 \times 10^{-2}$); видно, что кривая 3 еще лучше (чем кривая 1) согласуется с результатами измерений Q_p . При уточненном значении параметра $n_1/\zeta_1 = 4.4 \times 10^{-2}$ получаем уточненные значения отношения коэффициентов a_1 и b_1 к квадрату относительной упругости гистерезисных дефектов: $a_1/\zeta_1^2 = 2.9 \times 10^9$, $b_1/\zeta_1^2 = 2.9 \times 10^{11}$. Из рис. 5 (кривая 3) также следует, что в довольно широком диапазоне частот (практически от 2 кГц до, по крайней мере, 60 кГц) линейный декремент затухания исследуемого образца песчаника почти

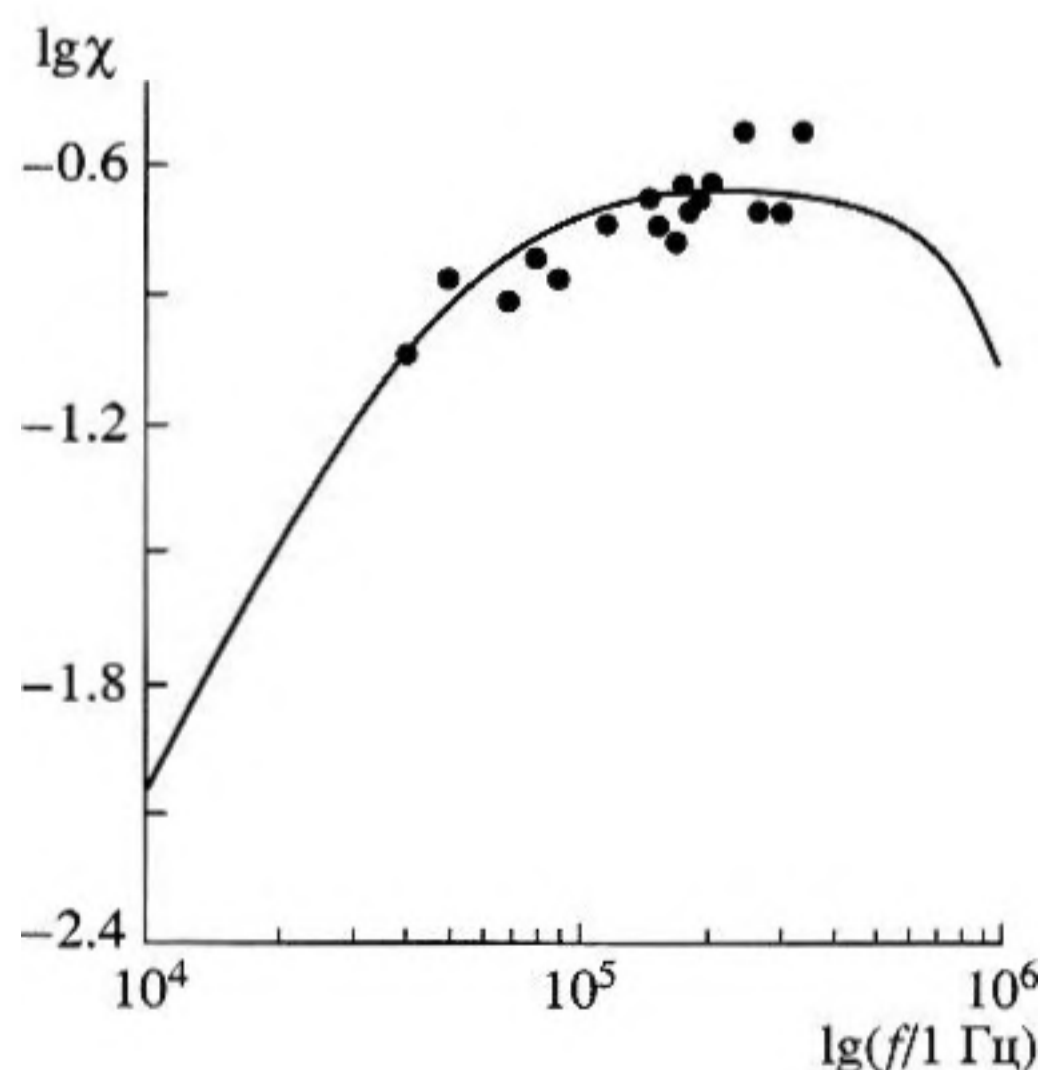


Рис. 7. Зависимость коэффициента нелинейного затухания импульса от частоты f при $\varepsilon_m = 3.3 \times 10^{-6}$.

не зависит от частоты; его добротность (в этом диапазоне) приблизительно равна 65. Такой результат полностью согласуется с давно и надежно экспериментально установленной закономерностью практически частотно-независимой добротности (в широком частотном диапазоне) для многих твердых тел, в частности, для горных пород и металлов [12–15]. Вне этого диапазона добротность $Q(\omega)$ таких сред должна зависеть (и зависит) от частоты ω , причем на низких частотах с ростом ω она падает, а на высоких – растет, так что на средних частотах – $Q(\omega) \approx \text{const}$ [12–15]; именно такая зависимость и показана на рис. 5 (кривая 3).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе приведены результаты экспериментальных исследований амплитудных и частотных зависимостей нелинейных эффектов АЗВТ (потерь, сдвига резонансной частоты и затухания звука на звуке) в стержневом акустическом резонаторе из крупнозернистого песчаника. Анализ установленных амплитудно-частотных зависимостей этих эффектов показал, что акустическая нелинейность песчаника содержит две составляющие – НЧ гистерезисную и ВЧ диссипативную, каждая из которых является кубичной по амплитуде, но одна отличается от другой частотной зависимостью. Для объяснения этого факта предполагается, что песчаник содержит два вида дефектов, обладающих соответственно гистерезисной и диссипативной нелинейностью и имеющих различные релаксационные и резонансные частоты. Аналитическое описание установленных зависимостей проведено в рамках реологической модели микронеоднородной среды, содержащей эти дефекты; получены уравнения состояния сред с такими дефектами и определены выражения для нелинейных потерь, сдвига резонансной частоты и коэффициента нелинейного затухания слабого ультразвукового импульса под действием мощной НЧ волны накачки. Подобраны функции распределения обоих видов дефектов по релаксационным и резонансным частотам, дающие хорошее соответствие аналитических расчетов с экспериментальными результатами и определены эффективные параметры нелинейности песчаника. Показано, что при $F \ll 45$ кГц и $F < 300$ кГц, соответственно, линейные потери и нелинейность песчаника определяются, в основном, гистерезисными дефектами, а при $F \gg 45$ кГц и $F > 300$ кГц – диссипативными.

Из результатов проведенных здесь (и ранее [3–7, 9]) экспериментальных и теоретических исследований можно сделать вывод о том, что причиной гистерезисной и диссипативной акустической нелинейности многих микронеоднородных сред являются дефекты разного вида, обладающие со-

ответствующими нелинейными релаксационными и резонансными свойствами. В поликристаллических металлах и горных породах роль таких дефектов могут играть, например, дислокации или их скопления, микротрещины границы зерен. Вообще говоря, для каждой конкретной среды эти дефекты могут быть различными и, конечно, одни только акустические измерения не могут определить какие именно дефекты отвечают за проявления той или иной нелинейности среды – для этого необходимо привлечение физических моделей известных дефектов и их нелинейных уравнений состояния. Тем не менее, описанная методика вполне успешно позволяет определять качественные и количественные реологические свойства и параметры нелинейности этих дефектов, что может быть использовано для классификации и диагностики различных микронеоднородных сред.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (гранты № 04-05-64173, № 02-02-16237, № 02-02-08021 ИННО).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Nazarov V. E., Ostrovsky L.A., Soustova I.A., Sutin A.M.* Nonlinear acoustics of micro-inhomogeneous media // *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. 1988. V. 50. № 1. P.65–73.
2. *Назаров В.Е.* Нелинейные акустические эффекты в отожженной меди // *Акуст. журн.* 1991. Т. 37. № 1. С. 150–156.
3. *Назаров В.Е.* Амплитудно-зависимое внутреннее трение свинца // *ФММ*. 1999. Т. 88. № 4. С. 82–90.
4. *Назаров В.Е.* Об амплитудной зависимости внутреннего трения цинка // *Акуст. журн.* 2000. Т. 46. № 2. С. 542–546.
5. *Назаров В.Е.* Диссипативная акустическая нелинейность поликристаллического цинка // *Акуст. журн.* 2001. Т. 47. № 4. С. 509–519.
6. *Зименков С. В., Назаров В.Е.* Нелинейные акустические эффекты в образцах горных пород // *Физика Земли*. 1993. № 1. С. 13–18.
7. *Зименков С. В., Назаров В.Е.* Нелинейное распространение акустических волн в горных породах // *Физика Земли*. 1994. № 5. С. 62–64.
8. *Guyer R.A., Johnson P.A.* Nonlinear mesoscopic elasticity: evidence for a new class materials // *Physics Today*. 1999. № 4. P. 30–36.
9. *Назаров В.Е., Радостин А.В., Соустова И.А.* Экспериментальное исследование влияния мощной звуковой волны на акустические характеристики резонатора из песчаника // *Акуст. журн.* 2002. Т. 48. № 1. С. 85–90.
10. *Ostrovsky L.A., Johnson P.A.* Dynamic nonlinear elasticity in geomaterials // *La Rivista del Nuovo Cimento*. 2001. V. 24. Ser. 4. № 7. P. 1–46.

11. *Nazarov V.E., Zaitsev V.Yu., Belyaeva I.Yu.* Nonlinear transformation of acoustic waves in microinhomogeneous media with relaxation // *Acta Acustica. Acustika.* 2002. V. 88. № 1. P. 40–49.
12. *Коган С.Я.* Краткий обзор теорий поглощения сейсмических волн. I // *Физика Земли*, 1966. № 11. С. 3–16.
13. *Коган С.Я.* Краткий обзор теорий поглощения сейсмических волн. II // *Физика Земли*, 1966. № 11. С. 17–28.
14. *Кнопов Л.* Затухание упругих волн в Земле. В кн.: *Физическая акустика*, под ред. У. Мезона. Т. 3. Ч. Б. Динамика решетки, М.: Мир, 1968.
15. *Аки К., Ричарде П.* Количественная сейсмология. Т. 1. М.: Мир, 1983.

Experimental Study of the Effects of Amplitude-Dependent Internal Friction in a Sandstone Bar Resonator

V. E. Nazarov and A. V. Radostin

Results of an experimental study of the effects of amplitude-dependent internal friction (nonlinear loss, resonance frequency shift, and sound-by-sound damping) in an acoustic bar resonator made of sandstone are presented. The measurements were carried out for the first five longitudinal modes of the resonator. The analytical description of the observed effects is performed within the framework of the phenomenological equations of state that include hysteretic and dissipative components of nonlinearity. The parameters of the hysteretic and dissipative components of sandstone nonlinearity are obtained from the comparison of the experimental data with analytical dependences describing the nonlinear effects.