АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2007, том 53, № 6, с. 760–765

## КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН

УДК 534:26

# ВЛИЯНИЕ ДИФРАКЦИОННОГО ПОЛЯ НА ПРОЦЕСС АКТИВНОГО ГАШЕНИЯ ЗВУКОВЫХ ПОЛЕЙ

© 2007 г. В. П. Иванов

*Институт машиноведения РАН*
*119334 Москва, ул. Бардина, 4*
*E-mail: Kosarev@imash.ru*

Поступила в редакцию 4.09.06 г.

Исследован механизм активного гашения звукового поля как интерференционно-дифракционный процесс взаимодействия стороннего поля и гасящего поля вспомогательных излучателей. Приведен пример задачи гашения звукового поля, когда дифракционный механизм гашения существенно превалирует над интерференционным.

PACS: 43.50+y, 47.35.Lf

Большинство акустиков, занимающихся исследованием процесса активного гашения звуковых полей, считают, что в основе этого процесса лежит интерференционный механизм взаимодействия стороннего поля и поля вспомогательных излучателей, реализующий задачу гашения. При этом предполагается, что дифракционное поле, возникающее в процессе гашения, априори является малой добавкой, которой можно пренебречь. Для иллюстрации сказанного выше приведу работу основоположника исследований по активному гашению звуковых полей Г.Д. Малюжинца [1] и современные исследования [2, 3], в основе которых лежит теория непрерывных приемно-излучающих антенн с точечными элементами, реализующих процесс активного гашения звукового поля на основе интерференционного механизма взаимодействия. Назовем такие устройства непрерывными точечными моделями процесса активного гашения. Пусть в трехмерном пространстве расположен набор излучателей стороннего поля $I_j$, $j = 1, \ldots, n$, и рассеивателей $D_j$, $j = 1, \ldots, m$. По методу гашения поля, предложенного Г.Д. Малюжинцем, предполагается существование звукопрозрачной поверхности $S_1$, охватывающей излучатели $I_j$, $j - 1, \ldots, n_1$, $n_1 < n$, и рассеиватели $D_j$, $j = 1, \ldots, m_1$, $m_1 < m$, на которой непрерывно распределены точечные приемники давления и нормальной скорости. По результатам измерения полного поля на поверхности $S_1$ из полного поля в области вне $S_1$ выделяется поле излучения и дифракции излучателей $I_j$, $j = 1, \ldots, n_1$ и рассеивателей $D_j$, $j = 1, \ldots, m_1$. Далее в этом методе предполагается, что существует звукопрозрачная поверхность $S_2$, охватывающая поверхность $S_1$, сплошь заполненная точечными вспомогательными излучателями монопольного и дипольного типа. Амплитуды монополей и диполей, расположенных на поверхности $S_2$, выбираются таким образом, что поверхность $S_2$ излучает в область вне $S_2$ гасящее поле, равное полю излучения и дифракции излучателей и рассеивателей, расположенных внутри поверхности $S_i$, взятому со знаком минус. Решение такой задачи существует и определяется выражением

$$
\begin{aligned}
U(r) &= \frac{1}{4\pi}\int\limits_{S_1}\Big[\tilde{U}(r')\frac{\partial}{\partial n'}\frac{\exp(ik|r-r'|)}{|r-r'|} - \\
&\quad - \frac{\partial\tilde{U}(r')}{\partial n'}\frac{\exp(ik|r-r'|)}{|r-r'|}\Big]ds', \\
\frac{\partial U(r)}{\partial n} &= \frac{1}{4\pi}\int\limits_{S_1}\Big[\tilde{U}(r')\frac{\partial^2}{\partial n'\partial n}\frac{\exp(ik|r-r'|)}{|r-r'|} - \\
&\quad - \frac{\partial\tilde{U}(r')}{\partial n'}\frac{\partial}{\partial n}\frac{\exp(ik|r-r'|)}{|r-r'|}\Big]ds',
\end{aligned}
\tag{1}
$$

где $U(r)$, $\partial U(r)/\partial n$ – амплитуды монопольных и дипольных излучателей, расположенных на поверхности $S_2$, $\tilde{U}(r)'$, $\partial\tilde{U}(r')/\partial n'$ – амплитуды сигналов датчиков давления и нормальной скорости, принятые на поверхности $S_1$. Поскольку вспомогательные излучатели и приемники точечные, а поверхности $S_1$ и $S_2$ по предположению звукопрозрачны, то механизм гашения звукового поля излучателей и рассеивателей, расположенных внутри поверхности $S_1$, основан исключительно на интерференционном взаимодействии стороннего поля и поля вспомогательных излучателей, расположенных на поверхности $S_2$. Аналогичные модели исследуются в работах [2, 3]. Относительная простота решения задачи активного гашения для таких моделей имеет обратную сторону: в рамках точечных непрерывных моделей процесса активного гашения звукового поля решение задачи гашения физически не реализуемо по следующим соображениям. Из формулы (1) следует, что исследуемая модель физически не реализуема, во-первых, из-за бесконечного числа приемников и вспомогательных излучателей, решающих задачу гашения поля, и бесконечного числа связей между вспомогательным излучателем и всеми приемниками, а также из-за физически противоречивых предположений прозрачности поверхности и измерения поля на этой поверхности. Во-вторых, из-за точечности приемников и вспомогательных излучателей. Остановимся более подробно на последнем положении. Измерить поле в окрестности точки или в области означает задать функцию, описывающую распределение потенциала скорости в соответствующей области пространства. Функция задается либо ее значением в любой точки области, либо рядом Фурье по некоторой полной в области системе функций. Для измерения поля в окрестности точки необходимо в зависимости от физического принципа, лежащего в основе измерения, и конструктивных особенностей приемника указать процедуру измерения и определить измеряемый параметр. Если рассмотреть процесс измерения поля в окрестности точки, например, с помощью пьезокерамического датчика в виде сферической оболочки, охватывающей эту точку, то деформация внешней поверхности сферы при воздействии полного давления стороннего поля и поля дифракции на поверхность приемника приводит к появлению тока на внутренней стороне поверхности сферы, который измеряется в измерительном устройстве приемника и который пропорционален поверхности сферы. Для достаточно малой сферы ток будет достаточно мал. Но существует принципиально неустранимая погрешность измерения слабых токов из-за наличия тепловых шумов и дробовых эффектов в измерительном устройстве приемника. Поэтому волновой размер приемника нельзя стремить к нулю, то есть нельзя измерить поле в точке. Для надежного измерения тока в измерительном устройстве приемника волновой радиус сферы не должен быть слишком мал. Он не должен быть слишком велик, так как величина дифракционной составляющей полного поля является неустранимой ошибкой измерения стороннего падающего поля, поскольку падающее поле неизвестно. Точечный источник представляет собой модель излучателя, достаточно удаленного от объекта дифракции. Модель излучателя, связанная с точечным источником, используется или для построения функции Грина задачи, или в случае, когда априори можно пренебречь вторичной дифракцией на излучателе как объекте дифракции. В задачах активного гашения на практике можно реализовать простейшие управляемые вспомогательные излучатели монопольного и дипольного типа, либо их комбинации – триполи. Они обычно располагаются в окрестности тел, поле излучения и дифракции которых требуется погасить полем вспомогательных излучателей, поэтому нельзя пренебрегать полем дифракции на поверхности излучателя. Заметим, что волновой размер вспомогательного излучателя в задаче гашения должен быть достаточно мал, чтобы гашение поля можно было реализовать с помощью монополей и диполей, и достаточно велик, чтобы излучатель генерировал гасящее поле заданной интенсивности. В работах М.В. Федорюка [4], В.В. Тютекина [5], И.А. Урусовского [6], М.П. Завадской, А.В. Попова, Б.Л. Эгельского [7] и др. были рассмотрены дискретные точечные модели процесса гашения, построенные на дискретизации формул Малюжинца заменой интегралов интегральными суммами. В этом случае модель приемно-излучающего устройства гашения содержит конечное число элементов, что позволяет устранить бесконечное число связей между излучателем и приемниками, но от точечности модели гашения избавиться не удалось, так как в основе построенных моделей лежит представление поля по формулам Грина либо их аналогам. Поскольку элементы приемно-излучающих антенн точечные, то процесс гашения звукового поля в дискретных точечных моделях также основан на интерференционном взаимодействии стороннего поля и вспомогательного гасящего поля. Из сказанного выше следует, что для непрерывных и дискретных точечных моделей реализуется исключительно интерференционный механизм гашения звукового поля и эти модели физически не реализуемы.

Физически реализуемые модели процесса активного гашения звука, когда волновые размеры элементов приемно-излучающих антенн отличны от нуля, исследованы в работе [8]. Функционалами физической реализации процесса гашения при подходящих краевых условиях выбраны волновой размер приемника, который пропорционален его чувствительности и дифракционному полю на приемнике, и волновой размер излучателя, который пропорционален удельной мощности излучателя и полю дифракции на излучателе. Волновые размеры элементов для моделей, исследуемых в [8], выбраны достаточно малыми, исходя из условия малости погрешности измерения поля и условия, что на практике можно реализовать управляемые вспомогательные излучатели только в виде монополей и диполей малых волновых размеров. Механизм гашения звука для физически реализуемых моделей всегда интерференционно-дифракционный. Для каждой конкретной задачи гашения в [8] дана оценка влияния дифракционного поля на процесс гашения. Малость модуля дифракционного поля достигается за счет выбора достаточно малых, но отличных от нуля волновых размеров элементов устройства гашения и подходящих краевых условий на поверхности элементов антенны. Покажем, что специальный выбор краевых условий на элементах устройства в физически реализуемой модели процесса активного гашения звуковых полей может привести не к ослаблению, а к усилению поля даже для модели с элементами, волновые размеры которых достаточно малы.

Для этих целей исследуем решение простейшей задачи гашения плоской волны в волноводе с абсолютно жесткими стенками (стенки волновода достаточно толстые и жесткие) поперечного размера $2h$. Предварительно изучим структуру поля излучателя произвольной формы, помещенного внутрь узкого волновода с абсолютно жесткими стенками, когда волновой размер $2kh \le 1$. Пусть в волноводе $S = \{(x, y): -\infty < x < \infty, -h \le y \le h\}$ расположен излучатель, представляющий собой замкнутую кривую $L$, на которой задано распределение нормальной скорости, характеризующее поле излучения. Поле $U$ излучения излучателя удовлетворяет внутри $S$ и вне кривой $L$ однородному уравнению Гельмгольца $(\Delta + k^2)U = 0$, $k = \omega/c$, $k$ – волновое число, $\omega$ – круговая частота, $c$ – скорость звука в среде, краевому условию $\partial U/\partial n|_L = f$, $f$ – непрерывное распределение нормальной скорости на $L$, $\partial/\partial n$ – производная по нормали к кривой $L$, $\partial U/\partial y|_{y=\pm h} = 0$, и условию погашаемости на бесконечности. Решение такой задачи ищется в виде $U = \int_L \mu\, G dL$, где $\mu$ – плотность потенциала скорости, заданная на кривой $L$, $G$ – функция Грина для уравнения Гельмгольца в волноводе $S$ с абсолютно жесткими стенками. Функция $\mu$ определяется из решения интегрального уравнения на кривой $L$ с ядром $\partial G/\partial n$ и правой частью $f$. Функция $G$ определяется по формуле

$$G(x, y, \xi, \eta) = \frac{1}{4\pi}\int_C \frac{\exp\left[i\frac{x-\xi}{h}t\right]}{\sqrt{t^2-(kh)^2}} \times \\ \times \frac{\operatorname{ch}\left[\left(1-\left|\frac{y-\eta}{h}\right|\right)\sqrt{t^2-(kh)^2}\right]}{\operatorname{sh}\sqrt{t^2-(kh)^2}}dt, \tag{2}$$

где $(x, y)$ – точка наблюдения, $(\xi, \eta)$ – точка интегрирования на контуре $L$, у функции $\sqrt{t^2-(kh)^2}$ выбрана ветвь, которая при $\operatorname{Re} t \longrightarrow \infty$, $\operatorname{Jm} t = 0$ дает $\sqrt{t^2-(kh)^2} \longrightarrow +\operatorname{Re} t$. Контур интегрирования $C$ на комплексной плоскости $t$ идет по вещественной оси, огибая точки ветвления $\pm kh$ в верхней полуплоскости $\operatorname{Jm} t > 0$ при $\operatorname{Re} t < 0$ и в нижней полуплоскости $\operatorname{Jm} t < 0$ при $\operatorname{Re} t > 0$. Функция $G$ отвечает фундаментальному решению вида $iH_0^{(1)}/4$. Вне контура $L$ для поля $U$ легко получить представление в виде ряда, заменяя интеграл рядом вычетов. Обозначим через $\xi^+ = \underbrace{\max}_{(\xi,\eta)\in L} \xi$, $\xi^- = \underbrace{\min}_{(\xi,\eta)\in L} \xi$. При $x > \xi^+$ для поля $U$ получим выражение

$$U = \exp(ikx)\frac{i}{4kh}\int_L \mu \exp(-ik\xi)dL + \\ + \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \exp\left(-\frac{x}{h}\sqrt{(\pi n)^2-(kh)^2}\right) \times \\ \times \int_L \mu \exp\left(\frac{\xi}{h}\sqrt{(\pi n)^2-(kh)^2}\right)\frac{\cos\left[\left(1-\left|\frac{y-\eta}{h}\right|\right)\pi n\right]}{\sqrt{(\pi n)^2-(kh)^2}}dL. \tag{3}$$

При $x < \xi^-$ имеем представление

$$U = \exp(-ikx)\frac{i}{4kh}\int_L \mu \exp(-ik\xi)dL + \\ + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \exp\left(\frac{x}{h}\sqrt{(\pi n)^2-(kh)^2}\right) \times \\ \times \int_L \mu \exp\left(-\frac{\xi}{h}\sqrt{(\pi n)^2-(kh)^2}\right)\frac{\cos\left[\left(1-\left|\frac{y-\eta}{h}\right|\right)\pi n\right]}{\sqrt{(\pi n)^2-(kh)^2}}dL. \tag{4}$$

Из представлений (3), (4) следует, что если функция $\mu$ задана произвольно, то поле излучения любого излучателя, помещенного в узкий абсолютно жесткий волновод представляет собой плоскую волну вида $\exp(ikx)$, распространяющуюся вправо от излучателя, плюс неоднородные затухающие волны и плоскую волну вида $\exp(-ikx)$, распространяющуюся влево от излучателя, плюс неоднородные затухающие волны.

Вернемся к задаче активного гашения и рассмотрим задачу гашения плоской волны точечными приемниками и вспомогательными излучателями и задачу гашения той же плоской волны приемниками и излучателями с отличными от нуля волновыми размерами. Рассмотрим сначала точечную модель процесса гашения. Задача гашения ставится следующим образом. В волноводе $S = \{(x, y): -\infty < x < \infty, -h \le y \le h\}$ распространяется плоская волна $U_0 = B_0\exp(ikx)$, причем амплитуда $B_0$ заранее неизвестна. В силу того, что поле $U_0$ и поле вспомогательного излучателя имеют структуру плоской волны, систему гашения можно выбрать в виде точечного приемника, расположенного в начале координат в точке $(0, 0)$, и точечного вспомогательного излучателя, расположенного в точке с координатами $(l, 0)$. Полный потенциал скорости $U$ является решением следующей задачи

$$(\Delta + k^2)U = -Q\delta(x - l, y), \tag{5}$$

$Q$ – плотность распределения объемной скорости вспомогательного излучателя, $\partial U/\partial y = 0$ на жестких стенках волновода. На бесконечности выполняется условие погашаемости вида $|U - U_0| < \infty$ при $\mathrm{Jm}kh > 0$. Требуется найти величину $Q$, если известно значение $U(0, 0) = U^*$, чтобы выполнялось условие $|U/U_0| < \varepsilon$ при $x \geq L$ (6), где $\varepsilon$ – достаточно малое число. Предполагается, что $l \geq R$, $L - l \geq R$, причем число $R$ выбрано так, что модуль суммы неоднократных волн не превосходит $\varepsilon$. Решение задачи гашения определяется из условия, что поле вспомогательного излучателя при $x \geq L$ равно $-B_0\exp(ikx) + U_1$, $|U_1/U_0| \leq \varepsilon$, тогда суммарное поле плоской волны и поля излучения излучателя при $x \geq L$ не превосходит по модулю $\varepsilon$. Выпишем решение задачи гашения

$$B_0 = \frac{iU^*\exp(-ikl)}{2\sin(kl)}, \quad Q = -\frac{2khU^*}{\sin(kl)}, \quad \sin(kl) \neq 0, \quad UG = 20\lg\left|\frac{1}{\varepsilon}\right|. \tag{6}$$

Здесь $UG$ – уровень гашения полного поля. Дополнительное условие разрешимости $\sin(kl) \neq 0$ возникает из-за того, что полное поле в окрестности приемника представляет собой две плоские волны, распространяющиеся навстречу друг другу. Требуется, чтобы приемник не находился в узле стоячей волны. Для константы $R$ справедлива оценка $R \geq \frac{h}{3}\ln\left[\frac{2kh + 3\varepsilon}{3\varepsilon|}\right]$. Таким образом, решение задачи гашения плоской волны в рамках точечной модели существует, задается простыми формулами и механизм гашения исключительно интерференционный.

Можно предложить другую схему гашения, когда вспомогательный излучатель за счет специального выбора функции $\mu$ генерирует при $x > \xi^+$ плоскую волну плюс неоднородные волны, а при $x < \xi^-$ – только неоднородные волны. В этом случае условие разрешимости $\sin(kl) \neq 0$ отпадает, а вспомогательный излучатель будет иметь более сложную структуру – структуру триполя.

Рассмотрим задачу гашения с учетом дифракции. Пусть внутри волновода расположены два цилиндра $S_1$ и $S_2$ с осью, параллельной оси $z$: цилиндр $S_1$ с осью, проходящей через начало координат, радиуса $a_1$ с произвольным однородным краевым условием на своей поверхности и цилиндр $S_2$ с осью, проходящей через точку $(l, 0)$, радиуса $a_2$ и распределением нормальной скорости $f$ на своей поверхности. Поскольку исследуется плоская задача, то далее через $S_1$ и $S_2$ обозначим контуры поперечного сечения цилиндров. Если радиус $a_1$ стремится к $h$, то очевидно, что поле за приемником стремится к нулю. Это означает, что задача гашения плоской волны решается автоматически в процессе измерения без использования поля вспомогательного излучателя и реализуется чисто дифракционный механизм гашения. Рассмотрим более интересный с точки зрения приложений случай, когда волновые радиусы $ka_1$ и $ka_2$ много меньше единицы, причем $ka_1$ и $ka_2$ одного порядка малости, волновой радиус $ka_1$ обеспечивает достаточную точность измерения тока в измерительном устройстве, а поверхность приемника абсолютно мягкая. Предполагается, что приемник усредняет результат измерения по своей поверхности, то есть измеряет нулевую моду дифракционного поля. Представим потенциал полного поля $W$ в виде суммы $W = U_0 + W_1$, где $W_1$ есть решение следующей задачи

$$\begin{gathered}(\Delta + k^2)W_1 = 0 \\ \partial W_1/\partial n|_{y=\pm h} = 0, \quad W_1|_{S_1} = -B_0\exp(ik\xi_1), \\ \partial W_1/\partial n|_{S_2} = f - \partial/\partial n_2(B_0\exp(ik\xi_2)).\end{gathered} \tag{7}$$

Здесь $(\xi_1, \eta_1)$ – координаты точки на контуре $S_1$, $(\xi_2, \eta_2)$ – координаты точки на контуре $S_2$, $\partial/\partial n_2$ – производная по нормали к контуру $S_2$. На бесконечности выполняется условие погашаемости. Требуется найти распределение нормальной скорости $f$ такое, что выполняется условие $|W/U_0| \leq \varepsilon$ при $x \geq L$ (9). Будем искать решение задачи (8), (9) в виде суммы колебательных потенциалов двойного и простого слоя

$$W_1 = \int_{S_1}\mu_1\frac{\partial}{\partial n_1}Gds + \int_{S_2}\mu_2 Gds, \tag{8}$$

где $\mu_1$ и $\mu_2$ – плотности потенциалов двойного и простого слоя, заданных соответственно на контурах $S_1$ и $S_2$. Подставим представление (10) в краевые условия на контурах цилиндров $S_1$ и $S_2$. В результате получим соотношения

$$\frac{1}{2}\mu_1(\xi_1^1, \eta_1^1) + \int_{S_1}\mu_1(\xi_1, \eta_1)\frac{\partial}{\partial n_1}G(\xi_1, \eta_1, \xi_1^1, \eta_1^1)ds_1 + \int_{S_2}\mu_2(\xi_2, \eta_2)G(\xi_2, \eta_2, \xi_1^1, \eta_1^1)ds_2 = -B_0\exp(ik\xi_1), \tag{9}$$

$$-\frac{1}{2}\mu_2(\xi_2^1, \eta_2^1) + \int_{S_1}\mu_1(\xi_1, \eta_1)\frac{\partial}{\partial n_2}\times$$

$$\times \frac{\partial}{\partial n_1} G(\xi_1, \eta_1, \xi_2^1, \eta_2^1) ds_1 +$$
$$+ \int_{S_2} \mu_2(\xi_2, \eta_2) \frac{\partial}{\partial n_2} G(\xi_2, \eta_2, \xi_2^1, \eta_2^1) ds_2 = \tag{10}$$
$$= \left( f - B_0 \frac{\partial}{\partial n_2} \exp(ik\xi_2) \right).$$

Здесь $\frac{\partial}{\partial n_1}$ – производная по нормали к контуру $S_1$ в точке $(\xi_1, \eta_1) \in S_1$, $\frac{\partial}{\partial n_2}$ – производная по нормали к контуру $S_2$ в точке $(\xi_2^1, \eta_2^1) \in S_2$, $(\xi_1, \eta_1)$, $(\xi_1^1, \eta_1^1)$ – координаты точек интегрирования и наблюдения соответственно на контуре $S_1$ $(\xi_2, \eta_2)$, $(\xi_2^1, \eta_2^1)$ – координаты точек интегрирования и наблюдения соответственно на контуре $S_2$. Воспользуемся представлениями (3), (10) и выпишем выражение для поля $W_1$ при $x \geq L$, сохраняя только члены при распространяющейся плоской волне и пренебрегая неоднородными затухающими модами из-за условия $L - 1 \geq R$

$$W_1 = \exp(ikx) \left\{ \frac{i}{4kh} \int_{S_1} \mu_1 \frac{\partial}{\partial n} \exp(-ik\xi_1) ds_1 + \right.$$
$$\left. + \frac{i}{4kh} \int_{S_2} \mu_2 \exp(-ik\xi_2) ds_2 \right\} + W_{11}, \quad |W_{11}| \leq \varepsilon. \tag{11}$$

Потребуем, чтобы коэффициент при плоской волне равнялся $-B_0$, чтобы обеспечить гашение падающей плоской волны. В силу малости волновых размеров приемника и вспомогательного излучателя будем вычислять главный член асимптотики плотности потенциала $\mu_2^0$ на вспомогательном излучателе. Поскольку приемник усредняет результат измерения по своей поверхности, то проинтегрируем левую и правую части соотношения (11) по контуру $S_1$ и будем считать измеренной величину $b_1 = \int \mu_1 ds_1 = 2\pi a_1 \mu_1^0$, $\mu_1^0$ – нулевая гармоника и она же главный член асимптотики плотности потенциала на контуре $S_1$. Воспользуемся представлением функции Грина $G$ в виде ряда

$$G(\xi, \eta, x, y) = \frac{i}{4} \{ H_0^{(1)}(k\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}) +$$
$$+ \sum_{n=1}^{\infty} H_0^{(1)}(k\sqrt{(x-\xi)^2 + (y - \eta \pm 4nh)^2}) +$$
$$+ \sum_{n=1}^{\infty} H_0^{(1)}(k\sqrt{(x-\xi)^2 + (y - \eta \pm 2(2n-1)h)^2}),$$

где символ $\pm$ означает, что берутся две суммы, причем одна со знаком плюс, а другая со знаком минус. Вычислим интегралы в соотношениях (11) и (13), пользуясь теоремой сложения для цилиндрических функций. В результате получим следующую систему для вычисления коэффициентов $B_0$ и $\mu_2^0$

$$2B_0 = -2\pi k a_1 J_0'(ka_1) \mu_1^0 D(kh) -$$
$$- i a_2 \mu_2^0 [H_0^{(1)}(kl) + 2D_1(l, h)],$$
$$D(kh) = \sum_{n=1}^{\infty} (H_0^{(1)}(4khn) + H_0^{(1)}(2kh(2n-1))),$$
$$D_1(l, h) = \sum_{n=1}^{\infty} H_0^{(1)}[k\sqrt{l^2 + (4nh)^2}] + \tag{12}$$
$$\left. + 2\sum_{n=1}^{\infty} H_0^{(1)}[k\sqrt{l^2 (2(2n-1)h)^2}] \right\},$$
$$\mu_2^0 = \frac{\exp(ikl)}{2\pi a_2} [4ikhB_0 - 2\pi k a_1 \mu_1^0 J_0'(ka_1)].$$

Здесь $J_0(x)$, $H_0^{(1)}(x)$ – функции Бесселя и Ханкеля. Функция $f$ определяется из соотношения (12). Таким образом, решение задач для точечной и физически реализуемой моделей существует и вычисляется по формулам (7), (14). Из явного вида решений задач (5), (6) и (8), (9) не видно, как соотносятся эти решения друг с другом, поэтому исследуем еще одну вспомогательную задачу. Оценим, какую часть поля отражает и пропускает приемник $S_1$, расположенный в волноводе, при падении на него плоской волны $B_0\exp(ikx)$, где $B_0$ известно. Пусть $V = U_0 + V_1$, где $V_1$ – потенциал скорости, который является решением задачи

$$(\Delta + k^2)V_1 = 0, \quad \partial V_1/\partial n|_{y = \pm h} = 0,$$
$$V_1 = -B_0 \exp(ik\xi_1)|_{S_1}.$$

На бесконечности выполняется условие погашаемости. Будем искать $V_1$ в виде $V_1 = \int \mu \partial/\partial n G ds$ (15), где $G$ – функция Грина абсолютно жесткого волновода без цилиндра, $\partial/\partial n$ – производная по нормали к контуру $S_1$ в точке интегрирования, $\mu$ – плотность потенциала на $S_1$. Ограничимся главным членом разложения плотности при малых $ka_1$. Решение задачи сводится к решению интегрального уравнения (11) без интеграла по поверхности $S_2$. Главный член асимптотики реше-

**Таблица**

| kh | Reα | Jmα |
|---|---|---|
| 0.05 | −0.031 | 0.147 |
| 0.1 | 0.044 | 0.263 |
| 0.2 | 0.034 | 0.472 |
| 0.3 | 0.156 | 0.661 |
| 0.4 | 0.097 | 0.831 |
| 0.5 | 0.207 | 0.979 |

ния имеет вид $\mu_0 = \dfrac{iB_0}{\pi k a_1 J_0'(ka_1)D(kh)}$. Воспользуемся представлениями (3) и (15) и выпишем поле $V$ при $x \geq L$. $V = \alpha B_0 \exp(ikx)$, $\alpha = [1 - 1/(2khD(kh))]$. Вычислим поле $V$ при $x \geq L$ для значения $kh = 0.05, 0.1, \ldots, 0.5$.

Если гасить поле по алгоритму точечной модели без учета дифракции на приемнике, то вспомогательный излучатель при $x \geq L$ должен сформировать поле $-U_0$ плюс экспоненциально затухающие волны, которыми можно пренебречь в силу условия $L - 1 \geq R$. Прошедшая направо волна будет равна сумме поля излучателя и поля дифракции за приемником и, например, для $kh = 0.1$ поле равно $V^* = B_0\exp(ikx)[-0.044 + i0.263] - B_0\exp(ikx)$. Уровень гашения в этом случае равен $UG = 20\lg|U_0/V^*| = -0.64$, то есть вместо гашения имеем усиление звука. При $kh = 0.5$ $UG = -2.0$. Этот эффект имеет простое объяснение. Дело в том, что задача дифракции на приемнике с абсолютно мягкой поверхностью в узком волноводе эквивалентна задаче дифракции плоской волны на периодической решетке приемников. Известно, что такая решетка при малых $kh$ почти полностью отражает плоскую волну и уже за решеткой образуется область тени. Если вернуться к задаче гашения, то в приведенном случае уже в процессе измерения амплитуды $B_0$ автоматически осуществляется гашение плоской волны в области $x \geq L$. Поле вспомогательного излучателя, помещенного в область тени, даст область света. При немалых $kh$ в процессе дифракции сильно искажается фаза измеряемого поля и стороннее поле и поле вспомогательного излучателя, возбужденное без учета дифракции на приемнике, усиливают друг друга.

Приведенный пример показывает, что учет дифракции кардинально усложняет алгоритм решения задачи гашения, а не учет явлений дифракции в процессе гашения приводит вместо ослабления к усилению поля.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Малюжинец Г.Д.* Об одной теореме для аналитических функций и ее обобщениях для волновых потенциалов. 3-й Всесоюзн. симп. по дифракции волн. М.: Наука, 1964.
2. *Бойко А.И., Тютекин В.В.* Плоская активная система гашения звука, основанная на применении пространственных гармоник // Акуст. журн. 2004. Т. 50. № 1. С. 5–13.
3. *Бобровницкий Ю.И.* Новое решение задачи об акустически прозрачном теле // Акуст. журн. 2004. Т. 50. № 6. С. 751–755.
4. *Коняев С.И., Лебедев В.И., Федорюк М.В.* Дискретная аппроксимация сферических поверхностей Гюйгенса // Акуст. журн. 1977. Т. 23. Вып. 4. С. 650–651.
5. *Мазаников А.А., Тютекин В.В., Федорюк М.В.* Активное гашение звуковых полей методом пространственных гармоник // Акуст. журн. 1980. Т. 26. Вып. 5. С. 759–763.
6. *Урусовский И.А.* Об активной звукоизоляции в волноводе // Акуст. журн. 1977. Т. 23. Вып. 2. С. 304–312.
7. *Завадская М.П., Попов А.В., Эгельский Б.Л.* Вопросы аппроксимации и устойчивости систем активного гашения с конечным числом связей // Акуст. журн. 1977. Т. 23. Вып. 3. С. 480–482.
8. *Иванов В.П.* Задачи дифракции волн в низкочастотной акустике. М.: Наука, 2004. 470 с.


# The Effect of the Diffraction Field on the Process of Active Suppression of Sound Fields


**V. P. Ivanov**

*Institute of Mechanical Engineering, Russian Academy of Sciences, ul. Bardina 4, Moscow, 117334 Russia*

*e-mail: Kosarev@imash.ru*



**Abstract**—The mechanism of the active suppression of a sound field is studied as an interference–diffraction process of interaction between the external field and suppressing field produced by auxiliary radiators. An example of the sound field suppression is considered for the case where the diffraction suppression mechanism considerably prevails over the interference one.