АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2007, том 53, № 6, с. 766–773

НЕЛИНЕЙНАЯ АКУСТИКА

УДК 539.2:621.3

НЕЛИНЕЙНЫЕ ПРОДОЛЬНЫЕ ВОЛНЫ С УЧЕТОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОЛЕЙ ДЕФОРМАЦИИ, ТЕМПЕРАТУРЫ И НЕРАВНОВЕСНЫХ АТОМНЫХ ДЕФЕКТОВ

© 2007 г. Ф. Х. Мирзаде, Л. А. Шелепин

Институт проблем лазерных и информационных технологий РАН
140700 Шатура Московской обл. E-mail: fmirzade@rambler.ru

Поступила в редакцию 12.01.06 г.

Исследуется распространение нелинейных продольных волн в пластине при учете взаимодействия продольной компоненты смещений среды с полями температуры и концентрации неравновесных атомных точечных дефектов. Выведено нелинейное эволюционное уравнение для описания термоупругих продольных самосогласованных полей деформаций. Показано, что влияние термоупругого эффекта на волны деформации сказывается в виде появления диссипативных членов, обусловленных процессами теплопередачи и термоупругим взаимодействием, возникающим благодаря деформационно-стимулированному тепловыделению при рекомбинации неравновесных атомных дефектов. Изучены солитонные решения полученного уравнения и характерные особенности затухания этих решений с учетом низкочастотных и высокочастотных потерь.

PACS: 43.25Dc, 61.72.Ji, 46.70 De

ВВЕДЕНИЕ

Исследование процессов генерации и распространения нелинейных волн деформаций в конденсированных средах при интенсивных внешних воздействиях (в частности, при лазерном и электронно-лучевом воздействиях, при высокоскоростном нагружении) является одним из интенсивно развивающихся направлений нелинейной волновой динамики [1–9]. Существование этих волн обычно связывается с наличием баланса двух конкурирующих процессов: расплывания из-за дисперсии среды и опрокидывания нарастающего фронта из-за нелинейности упругой системы. Дисперсия может быть обусловлена как геометрическими размерами системы (конечностью периода кристаллической решетки [10] или толщиной образца [3]), так и ее молекулярной структурой [1], регулярными неоднородностями среды. В качестве физической причины нелинейности, как правило, рассматривается нелинейная зависимость деформации от градиента смещений [1].

Для лазерной технологии полупроводников явление распространения волны деформации представляет интерес в связи с переносом акустическими волнами энергии лазерного излучения на расстояния, значительно превышающие размеры области ее поглощения. Если плотность переносимой энергии достаточно велика, акустические волны могут быть одним из источников так называемого "эффекта дальнодействия", возникающего при лазерном воздействии на полупроводниковые структуры [11]. Генерация волн деформаций активно используется также для понимания физических механизмов ионно-лучевого геттерирования, широко применяемого в современной микроэлектронике для улучшения электрофизических характеристик тех или иных приборных слоев [12]. Исследование возникновения и распространения нелинейных локализованных волн деформаций актуально как для развития общей теории нелинейных волновых процессов, так и для развития ряда современных методов неразрушающего контроля и тестирования материалов на содержание в них дефектно – обогащенных областей, а также для контроля качества покрытий.

Образование неравновесных атомных точечных дефектов (ТД) кристаллического строения (вакансий, междоузельных атомов) может происходить как в процессе воздействий интенсивных внешних потоков энергии (лазерного и корпускулярного излучений) на конденсированные среды, так и при механической, термической, электрической обработке материалов. Большая концентрация ТД является источником значительных внутренних механических напряжений. Эти напряжения возникают вследствие искажений (деформации) кристаллической решетки вблизи дефектов, связанных с разрывом атомных связей. Генерирующиеся дефекты могут диффундировать по кристаллу, рекомбинировать на различных внутренних неоднородностях в объеме (или выйти на поверхность) и друг с другом (взаимная рекомбинация). Рекомбинация дефектов может сопровождаться выделением тепла, приводя к локальному увеличению температуры матрицы решетки. Скорость рекомбинационного тепловыделения подчиняется активационному закону, и определяется как величиной активационного барьера движения дефектов (E_m), так и температурой среды (T). При распространении возмущений поля упругой деформации, за счет деформационного потенциала, активационный барьер E_m уменьшается, что приводит к деформационно-стимулированной рекомбинации, в результате которой температура матрицы увеличивается [13]. Возникающие при этом неоднородные распределения температуры, а также концентрации ТД создают силы пропорциональные их градиентам, дополнительно деформирующие решетку.

Наличие в среде неравновесных дефектов с большой концентрацией и их взаимосвязь с полями упругой деформации и температуры могут оказаться существенными для распространения нелинейных упругих возмущений в конденсированных средах и приводить к качественно новым физическим эффектам. Так, обусловленные атомными дефектами физические нелинейности, могут приводить к появлению релаксационных вкладов в решеточные параметры (как в линейные, так и нелинейные модули упругости). Наличие в среде дефектов с конечной скоростью релаксации может вызывать появление диссипативных слагаемых, отсутствующих в обычных уравнениях для упругих нелинейных волн.

Теоретически распространение уединенных волн деформаций в упругих пластинах без учета взаимодействия со структурными дефектами обсуждалось в [6–9]. В работах [14–20] рассматривались модели эволюции нелинейных волн деформаций в упругих средах и в пластинах при учете взаимодействия с дефектами структуры. Было проанализировано [14–19] влияние деформационно-активированных процессов диффузии, генерации и рекомбинации неравновесных атомных дефектов на характер распространения возмущений упругой деформации, на их дисперсионные и диссипативные свойства. При этом эффекты изменения температуры среды и связанные с ними термоупругие напряжения не рассматривались.

Вместе с тем в последнее время уделяется значительное внимание исследованию возможности использования термоупругого эффекта для диагностики механических напряжений и различных дефектов кристаллической структуры [21, 22]. Несмотря на значительное число работ, возможности термоакустической диагностики в настоящее время остаются недостаточно изученными. Большой интерес вызывают исследование особенностей распространения термоупругих волн с учетом взаимодействия со структурными неоднородностями матрицы и определение механизма таково взаимодействия.

Данная работа посвящена исследованию распространения продольных волн в тонкой пластине с квадратичной упругой нелинейностью при учете взаимодействия полей деформации, температуры и концентрации неравновесных дефектов. Выведено нелинейное эволюционное уравнение для описания распространения продольных термоупругих волн, представляющее собой диссипативно возмущенным уравнением Кортевега-де Фриза (КдФ). Рассмотрено влияние релаксационных свойств ТД и теплообмена через поверхность пластины на характеристики волн и диссипативные параметры среды.

1. САМОСОГЛАСОВАННАЯ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ПОЛЕЙ СМЕЩЕНИЙ, ТЕМПЕРАТУРЫ И НЕРАВНОВЕСНЫХ АТОМНЫХ ДЕФЕКТОВ

Пусть $n^{(j)}(x, t)$ концентрация неравновесных атомных ТД типа j ($j = v$ для вакансий, $j = i$ – для междоузельных атомов), генерируемых внешним потоком энергий (например, лазерным облучением) в пластине (толщиной h). Рассматривается распространение вдоль оси x в пластине нелинейной продольной термоупругой волны малой, но конечной амплитуды. Длина распространяющейся волны (Λ) значительно превышает толщину пластины (длинноволновое приближение, $\Lambda \gg h$). Деформация происходит в плоскости тонкой пластинки (толщина пластины мала по сравнению с размерами в двух других направлениях) и не сопровождается ее изгибом. В таких волнах вектор смещений имеет единственную компоненту и может быть представлен в виде: $\mathbf{U} = (u, 0, 0)$. Если тепловое равновесие в пластине (время тепловой релаксации: $\tau_\chi = h^2/\chi$, χ – температуропроводность) устанавливается много быстрее, чем равновесие пластины с термостатом (характерное время теплообмена: $\tau_T = h\rho c_p/2b$, ρ – плотность, c_p – удельная теплоемкость, b коэффициент теплообмена), т.е. $\tau_\chi \ll \tau_i$ или $h \ll \rho c_p\chi/2b$, то можно считать что, распределение температуры в пластине однородно по толщине, а вдоль плоскости пластины определяется деформационно-стимулированной рекомбинацией дефектов и процессами теплопередачи. Основными процессами, контролирующими поведение во времени подсистемы атомных дефектов являются рекомбинация на нейтральных центрах и их объемная взаимная аннигиляция. Взаимодействие тепловых, деформационных и концентрационных полей происходит по прямому механизму, благодаря модуляции скорости рекомбинационного тепловыделения за счет деформационного потенциала.

С учетом вышеперечисленных допущений, нелинейное динамическое уравнение, описывающее распространение одномерных волн продольных смещений в пластине (в континуальном приближении) с учетом влияния концентрационных (обусловленных неравновесными дефектами) и температурных напряжений, запишем в виде

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - s^2\left(1 + \beta\frac{\partial u}{\partial x}\right)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(g_1\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - g_2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) = \\ = \frac{1}{\rho}\sum_{j = v, i}\vartheta_d^{(j)}\frac{\partial n^{(j)}}{\partial x} - \frac{\vartheta_T}{\rho}\frac{\partial T}{\partial x}, \quad (1)$$

где $u(x, t)$ – проекция вектора смещения $\mathbf{U}$ на ось x; $s = (E/\rho(1 - \sigma^2))^{1/2}$ – скорость продольных волн в пластине в отсутствие дефектов, E – модуль Юнга, σ – коэффициент Пуассона, $\vartheta_d^{(j)} = K\Omega_d^{(j)}$ – деформационный потенциал дефектов; K – модуль всестороннего сжатия; $\Omega_d^{(j)}$ – упругая объемная деформация, вызванная релаксацией объема дефекта типа j, причем для вакансий $\Omega_d^{(v)} = -\delta^{(v)}\Omega < 0$ (коэффициент $\delta^{(v)} = 0.2$–0.4, Ω – атомный объем), для междоузельных атомов $\Omega_d^{(i)} = \delta^{(i)}\Omega > 0$ (коэффициент $\delta^{(i)} = 1.7$–2.2). Вакансия и междоузельный атом представляются в виде замещающего атома, соответственно, меньшего и большего объема по отношению к атомам матрицы; $\vartheta_T = K\alpha_T$, α_T – коэффициент объемного термического расширения.

В уравнении (1) третье слагаемое в левой части характеризует упругую нелинейность среды (β – коэффициент нелинейности). Четвертое и пятое слагаемые описывают дисперсию (временную (g_1) и пространственную (g_2)), обусловленную толщиной пластины [7, 23]. Правая часть уравнения (1) учитывает действующие на решетку силы, обусловленные термо-деформационным взаимодействием.

Уравнение (1) представляет собой обобщение известного уравнения (носящего название уточненного уравнения с двумя дисперсиями (g_1, g_2)) для нелинейной продольной волны упругих деформаций в пластинах [3, 7, 23], на случай наличия в системе концентрационных и термоупругих напряжений [10], обусловленных генерационно-рекомбинационными процессами в подсистеме неравновесных ТД. Такое обобщение может быть осуществлено путем добавления в плотность свободной энергии системы слагаемых $\sum_{j = i, v} n^{(j)}\vartheta_d^{(j)}\mathrm{div}\,\mathbf{u}$ и $T\vartheta_T\mathrm{div}\,\mathbf{u}$ [13], учитывающих взаимодействие полей упругой деформации пластины с полями ТД и температуры соответственно.

Концентрация неравновесных (релаксирующих) дефектов $n^{(j)}(x, t)$ подчиняется активационному кинетическому уравнению, которое с учетом влияния поля упругой деформации может быть записано в виде

$$\frac{\partial n^{(j)}}{\partial t} = -\frac{n^{(j)}}{\tau_d^{(j)}}\exp\left(\frac{\vartheta_m^{(j)}e}{k_B T}\right) - \\ - \gamma^{(iv)}n^{(v)}n^{(i)}\exp\left(\frac{\vartheta_m^{(i)}e}{k_B T}\right). \quad (2)$$

Здесь $e = \partial u/\partial x$ – деформация среды, $\tau_d^{(j)} = \tau_0^{(j)}\exp(E_{m0}^{(j)}/k_B T)$ – время релаксации дефектов типа j в отсутствие поля деформации ($E_{m0}^{(j)}$ – энергия активации диффузии в отсутствие деформации, $\tau_0^{(j)}$ – константа скорости релаксации, k_B – постоянная Больцмана); $\vartheta_m^{(j)}$ – деформационный потенциал, характеризующий изменение энергии активации диффузии дефектов при деформации решетки. В (2) первое слагаемое определяет деформационно-стимулированную рекомбинацию дефектов типа j на внутренних неоднородностях (например, границах блоков и фаз, дислокациях, примесях внедрения и т.д.), играющих роль нейтральных центров; второе слагаемое – взаимную рекомбинацию разноименных дефектов ($\gamma^{(iv)} = 4\pi\bar{R}D_0^{(i)}$ – скорость взаимной рекомбинации в отсутствие деформации, $\bar{R}$ – радиус зоны рекомбинации $D_0^{(i)}$ – коэффициент дифузии).

Соответствующее уравнение для распределения температуры $T(x, t)$ в пластине имеет вид [13]

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \chi\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{T}{\tau_T} = \frac{E_k^{(j)}n^{(j)}}{\rho c_p\tau_d^{(j)}}\exp\left(\frac{\vartheta_m^{(j)}e}{k_B T}\right) + \\ + \frac{E_k^{(iv)}}{\rho c_p}\gamma^{(iv)}n^{(i)}n^{(v)}\exp\left(\frac{\vartheta_m^{(i)}e}{k_B T}\right). \quad (3)$$

Здесь $E_k^{(j)}$ – энергия, выделяемая в единице объема при рекомбинации дефектов типа j на центрах (по порядку величины $E_k^{(j)} \propto E_f^{(j)}$, $E_f^{(j)}$ – энергия образования дефектов), $E_k^{(iv)}$ – энергия, выделяемая при взаимной рекомбинации дефектов; $E_k^{(i)} + E_k^{(v)} < E_k^{(iv)}$. Слагаемые в правой части (3) определяют мощности тепловыделений соответственно, за счет рекомбинации дефектов на центрах и их взаимной аннигиляции. При записи (3) пренебрегаются малыми эффектами саморазогрева за счет объемных деформаций (слагаемые типа $3K\alpha_T T\partial^2 u/\partial x\partial t$) по сравнению с релаксационным тепловыделением и теплоотдачей через поверхность.

Совокупность уравнений (1)–(3) образует замкнутую систему уравнений для описания распространения одномерных слабо-нелинейных продольных волн в пластине с квадратичной нелинейностью упругого континуума, с учетом взаимодействия полей деформации, концентрации дефектов и температуры.

3. ЭВОЛЮЦИОННОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ВОЛНЫ

Пусть ε, n_0, T_0 – характерные масштабы изменения упругой деформации, концентрации дефектов и температуры, s и Λ характерные скорость и длина волны. В дальнейшем ограничимся системой с одним типом дефектов, и в (1)–(3) будем опускать индекс j, то есть, $n^{(j)}(x, t) \equiv n(x, t)$, $\tau_d^{(j)} \equiv \tau_d$, $D^{(j)} = D$, $\vartheta_m^{(j)} = \vartheta_m$, $\Omega_d^{(j)} = \Omega_d$ и т.д.

Введем следующие безразмерные переменные и параметры

$$u' = \frac{u}{\Lambda\varepsilon},\quad e' = \frac{e}{\varepsilon},\quad x' = \frac{x}{\Lambda},\quad t' = \frac{st}{\Lambda},$$

$$T' = \frac{T}{T_0},\quad n' = \frac{n}{n_0},$$

$$\beta' = \beta\varepsilon,\quad \chi' = \frac{\chi}{s\Lambda},\quad g_1' = \frac{g_1}{\Lambda^2},\quad g_2' = \frac{g_2}{s^2\Lambda^2},$$

$$\vartheta_d' = \frac{\vartheta_d n_0}{\rho s^2\varepsilon},\quad \vartheta_T' = \frac{\vartheta_T T_0}{\rho s^2\varepsilon},\quad \vartheta_m' = \frac{\vartheta_m\varepsilon}{k_B T},$$

$$E_k' = \frac{E_k n_0}{\rho c_p T_0},\quad \tau_{T,d}' = \frac{\tau_{T,d}s}{\Lambda}.$$

Тогда полагая в (1)–(3) $E_k^{(iv)} = \gamma^{(iv)} = 0$, и переходя к безразмерным переменным (штрихи над безразмерными переменными опускаем), приходим к системе уравнений

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{n}{\tau_d}\exp\left(\vartheta_m\frac{\partial u}{\partial x}\right), \tag{4}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{T}{\tau_T} - \chi\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -E_k\frac{\partial n}{\partial t}, \tag{5}$$

$$\begin{gathered}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \left(1 + \beta\frac{\partial u}{\partial x}\right)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(g_1\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - g_2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) = \\ = -\vartheta_d\frac{\partial n}{\partial x} - \vartheta_T\frac{\partial T}{\partial x}.\end{gathered} \tag{6}$$

Представим решение системы (4) и (5) в виде суммы пространственно однородных ($n^{(0)}$, $T^{(0)}$) и неоднородных решений ($n^{(1)}$, $T^{(1)}$):

$$n = n^{(0)} + n^{(1)},\quad T = T^{(0)} + T^{(1)}.$$

Подставляя эти решения в (4) и (5), в линейном приближении получим систему уравнений

$$\frac{\partial n^{(1)}}{\partial t} + \frac{n^{(1)}}{\tau_d} = -\frac{n^{(0)}\vartheta_m}{\tau_d}\frac{\partial u}{\partial x}, \tag{7}$$

$$\frac{\partial T^{(1)}}{\partial t} + \frac{T^{(1)}}{\tau_T} - \chi\frac{\partial^2 T^{(1)}}{\partial x^2} = -E_k\frac{\partial n^{(1)}}{\partial t}. \tag{8}$$

При условии $\omega\tau_d \gg 1$ (ω – частота) в левой части уравнения (7) можно пренебречь слагаемым, пропорциональным $n^{(1)}$. Далее комбинируя получающееся уравнение с (8) имеем

$$\frac{\partial T^{(1)}}{\partial t} + \frac{T^{(1)}}{\tau_T} - \chi\frac{\partial^2 T^{(1)}}{\partial x^2} = E_k\frac{n^{(0)}\vartheta_m}{\tau_d}\frac{\partial u}{\partial x}. \tag{9}$$

Из (8) в пренебрежении переносом тепла ($\chi = \tau_T^{-1} = 0$), имеем следующую связь, отражающую закон сохранения энергии:

$$n^{(1)} \approx -E_k^{-1}T^{(1)}. \tag{10}$$

Тогда после предварительного дифференцирования по x и постановки $\partial T/\partial x$ из (6), уравнение (9) с учетом (10), принимает вид

$$\begin{gathered}\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \left(1 + \beta\frac{\partial u}{\partial x}\right)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \right. \\ \left. - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(g_1\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - g_2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)\right] = -\eta_0\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \\ + \left(\chi\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{\tau_T}\right)\left[\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \left(1 + \beta\frac{\partial u}{\partial x}\right)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \right. \\ \left. - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(g_1\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - g_2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)\right],\end{gathered} \tag{11}$$

где $\eta_0 = n^{(0)}\vartheta_m(E_k\vartheta_T - \vartheta_d)\tau_d^{-1}$.

Уравнение (11) является дифференциальным аналогом уравнений, характерных для диссипативных сред с деформационной памятью (или с релаксацией) [1]. В отсутствие генерации дефектов и изменения температуры ($\vartheta_m = \chi = \tau_T^{-1} = 0$), оно совпадает с уравнением продольной упругой волны в среде с локальными взаимодействиями [1].

Пренебрегая нелинейными слагаемыми в (11), и представляя решение получающегося уравнения в виде плоских волн

$$u = u_k\exp[-i(wt - kx)],$$

(w и k частота и длина волны соответственно) получаем дисперсионное уравнение линейных термоупругих волн в среде с релаксирующими дефектами:

$$(w^2 - k^2 - g_1 w^2 k^2 + g_2 k^4)(iw + \chi k^2 + \tau_T^{-1}) = \eta_0 k^2. \quad (12)$$

Эффекты диссипации энергии за счет теплопереноса и роль решеточных дисперсий в динамике упругих волн достаточно подробно исследовались в литературе [1, 3]. Поэтому при анализе влияния генерационно-релаксационных процессов на распространение линейных гармонических волн, для упрощения, полагаем, что $g_1 = g_2 = \chi = 0$. Тогда считая правую часть дисперсионного уравнения малой (при больших временах релаксации τ_d), имеем

$$w = k - \eta_0 \frac{k\tau_T}{1 + ik\tau_T} + O(\eta_0^2),$$

$$\mathrm{Re}(w) = k - \eta_0 \frac{k}{1 + k^2\tau_T^2}, \quad \mathrm{Im}(w) = \eta_0 \frac{k^2\tau_T}{1 + k^2\tau_T^2}.$$

Распространение гармонических возмущений деформаций будет устойчивым при $\mathrm{Im}(w) < 0$, неустойчивым при $\mathrm{Im}(w) > 0$. Заметим, что, при $\eta_0 > 0$, $\mathrm{Im}(w) > 0$ для всех волновых чисел (k). Следовательно, наличие рекомбинационных процессов в подсистеме дефектов в термоупругой среде может приводить к неустойчивости акустических волновых возмущений.

В общем виде уравнение (11) допускает решение по-видимому только численно. Однако если эффекты диссипации, связанные с термо-деформационным взаимодействием малы, то правую часть (11) можно рассматривать как малое отклонение волновых процессов от "невозмущенного" состояния. Тогда, полагая, что в нулевом приближении $u_{tt} \approx u_{xx}$, из (11) имеем следующее уравнение для самосогласованного поля упругих смещений

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \left(1 + \beta\frac{\partial u}{\partial x}\right)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - g\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = -\eta_0\frac{\partial u}{\partial t} + \eta_1\frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} - \eta_2\frac{\partial^5 u}{\partial x^4 \partial t}, \quad (13)$$

где

$$g = g_1 - g_2, \quad \eta_1 = g/\tau_T, \quad \eta_2 = \chi g.$$

3. РЕШЕНИЕ ЭВОЛЮЦИОННОГО УРАВНЕНИЯ

Для упрощения анализа, следуя работе [9], перейдем от уравнения (13) к уравнениям связанных нормальных волн. Вводя новые (волновые) переменные e_1 и e_2 для длинноволновых возмущений (малой дисперсии) по формулам

$$\frac{\partial u}{\partial t} = e_1 - e_2, \quad \frac{\partial u}{\partial x} = -(e_1 + e_2) + \frac{g}{2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}(e_1 + e_2),$$

приходим к следующей системе уравнений

$$\pm\frac{\partial e_{1,2}}{\partial t} + \frac{\partial e_{1,2}}{\partial x} + \frac{g}{2}\frac{\partial^3 e_{1,2}}{\partial x^3} + \frac{\beta}{4}\frac{\partial}{\partial x}(e_1 + e_2)^2 \pm \eta_0 e_{1,2} - \eta_1\frac{\partial^2 e_{1,2}}{\partial x^2} + \eta_2\frac{\partial^4 e_{1,2}}{\partial x^4} = 0, \quad (14)$$

где верхний знак соответствует уравнению для e_1, а нижний знак – для e_2.

Уравнения (14) – эволюционные уравнения с нелинейностью типа Бюргерса и КдФ. Общепринятой для таких уравнений является интерпретация e как плотности потока импульса, а $e^2/2$ – плотности потока энергии. Из (14) следуют следующие законы сохранения импульса и энергии для локализованных возмущений

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\int_{-\infty}^{+\infty} e\,dx\right) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{-\infty}^{+\infty}(e^2/2)dx = \mp\eta_0\int_{-\infty}^{\infty}(e^2/2)dx - \eta_1\int_{-\infty}^{+\infty}e_x^2 dx - \eta_2\int_{-\infty}^{+\infty}e_{xx}^2 dx$$

(в случае периодических волн интегрирование в этих выражениях производится по периоду волны λ). Так как коэффициенты η_0, η_1, $\eta_2 > 0$, последние три слагаемых в левой части (14) отвечают за диссипацию энергии волны. Причем коэффициент η_0 характеризует диссипацию энергии волны на низких частотах, а коэффициенты η_1 и η_2 на высоких частотах.

Таким образом, влияние термоупругого эффекта на волны деформации ($e_{1,2}$) сказывается в виде появления диссипативных слагаемых, обусловленных процессами теплопередачи и термоупругим взаимодействием, возникающим благодаря деформационно-стимулированному рекомбинационному тепловыделению.

Как видно из системы уравнений (14), функции e_1 и e_2 представляют собой бегущие навстречу друг другу волны, взаимодействующие за счет квадратичной нелинейности. Переход от уравнения (13) к уравнениям связанных волн упрощает исследование поставленной задачи, которое можно проводить в два этапа [9]. Вначале не проводится учет взаимодействия встречных волн, а учитываются только эффекты, ответственные за формирование нелинейных волн. При этом система (14) распадается на два независимых уравнения одноволнового приближения. Эти уравнения допускают аналитические решения в виде бегущих стационарных нелинейных (локализованных или периодических) волн, форма которых зависит от соотношения величин параметра нелинейности (β) и дисперсии (g) среды. На втором этапе учитывается эффекты встречного взаимодействия бегущих волн. Здесь используется метод усреднения по стационарным решениям, полученным на первом этапе.

Ниже ограничимся рассмотрением эволюции одной волны деформации $e_1 = e(x, t)$, распространяющейся в положительном направлении оси x. Заметим, что уже в таком приближении задача представляет самостоятельный интерес и используется для изучения динамики нелинейных деформационно-концентрационных структур в твердых телах.

Из (14) для $e(x, t)$ имеем следующее нелинейное уравнение

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial e}{\partial x} + g\frac{\partial^3 e}{\partial x^3} + \frac{\beta}{2}\frac{\partial}{\partial x}(e^2) = -\eta_0 e + \eta_1\frac{\partial^2 e}{\partial x^2} - \eta_2\frac{\partial^4 e}{\partial x^4}. \quad (15)$$

Считаем, что диссипативные члены в этом уравнении малы по сравнению с нелинейным и дисперсионным членами и вводим обозначения $\eta_0 = \delta\tilde{\eta}_0$, $\eta_1 = \delta\tilde{\eta}_1$, $\eta_2 = \delta\tilde{\eta}_2$, $\delta \ll 1$.

Будем искать решение (15) в виде бегущих волн [2]:

$$e = e(\xi, \theta), \quad \xi_x = 1, \quad \xi_t = -V(\theta), \quad \theta = \delta t.$$

После подстановки в уравнение (15), имеем

$$(1-V)\frac{\partial e}{\partial \xi} + g\frac{\partial^3 e}{\partial \xi^3} + \frac{\beta}{2}\frac{\partial}{\partial \xi}(e^2) = \delta\left(\frac{\partial e}{\partial \theta} - \tilde{\eta}_0 e + \tilde{\eta}_1\frac{\partial^2 e}{\partial x^2} - \tilde{\eta}_2\frac{\partial^4 e}{\partial x^4}\right). \quad (16)$$

Представим решение (16) в виде

$$e = e^{(0)} + \delta e^{(1)} + \delta^2 e^{(2)} + \ldots.$$

Тогда в нулевом приближении для $e^{(0)}$ имеем стационарное уравнение КдФ

$$(1-V)\frac{\partial e^{(0)}}{\partial x} + g\frac{\partial^3 e^{(0)}}{\partial \xi^3} + \frac{\beta}{2}\frac{\partial}{\partial \xi}(e^{(0)})^2 = 0. \quad (17)$$

Оно допускает решения в виде уединенных волн (солитонов) или кноидальных волн [2]. Решение уравнения (17) в виде уединенных волн, исчезающих при $\xi \longrightarrow \pm\infty$:

$$e^{(0)}(\xi) = a\,\mathrm{ch}^{-2}(k_m\xi),$$

$$a = 3(V-1)/\beta, \quad k_m = \sqrt{-\beta/6g}\,a^{1/2} = k_0 a^{1/2}.$$

В следующем приближении для $e^{(1)}$ получим уравнение

$$\hat{L}e^{(1)} = (1-V)\frac{\partial e^{(1)}}{\partial \xi} + g\frac{\partial^3 e^{(1)}}{\partial \xi^3} + \frac{\beta}{2}\frac{\partial}{\partial \xi}(e^{(0)}e^{(1)}) = \frac{\partial e^{(0)}}{\partial \theta} - \tilde{\eta}_0 e^{(0)} + \tilde{\eta}_1\frac{\partial^2 e^{(0)}}{\partial \xi^2} - \tilde{\eta}_2\frac{\partial^3 e^{(0)}}{\partial \xi^3} = \hat{\psi}^{(1)}(e^{(0)}). \quad (18)$$

Оператор, сопряженный к $\hat{L}$, имеет вид

$$\hat{L}^A = V\frac{\partial}{\partial \xi} - \beta e^{(0)}\frac{\partial}{2\partial \xi} - g\frac{\partial^3}{\partial \xi^3}.$$

Очевидно, что $\hat{L}^A e^{(0)} = 0$.

Используя далее условие ортогональности первого и нулевого приближений

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{(0)}\hat{\psi}^{(1)}(e^{(0)})d\xi = 0$$

получим уравнение для амплитуды нелинейной волны

$$\frac{da}{dt} = -\frac{4}{3}\eta_0 a + 14k_0^2\eta_1 a^2 - 26\eta_2 k_0^3 a^3. \quad (19)$$

Для пластины из стали с параметрами: $\chi = 10^{-5}$ м^2 с$^{-1}$, $c_p = 10^3$ Дж кг$^{-1}$ К$^{-1}$, $b = 10^2$ Вт м$^{-2}$ К$^{-1}$, $\rho = 8 \times 10^3$ кг м$^{-3}$, $\beta = 10^{11}$ Дж м$^{-3}$, $\sigma = 0.29$, $\vartheta_m = 1.6 \times 10^{-18}$ Дж, $\vartheta_d = 1.6 \times 10^{-17}$ Дж, $E = 2 \times 10^{11}$ Па, $\alpha_T = 10^{-5}$ К$^{-1}$, и при характерных значениях: $n^{(0)} = 5 \times 10^{24}$ м$^{-3}$, $\tau_d = 10^{-3}$ с, оценки коэффициентов, входящих в уравнение (19), показывают, что

$$\eta_0 \propto 10^{-12}(\Lambda/h), \quad 14k_0^2\eta_1 \propto 8\times 10^{-14}(\Lambda/h),$$
$$26\eta_2 k_0^3 \propto 10^{-14}(\Lambda/h).$$

Следовательно, для характерных значений амплитуды $a \le 1$ ($e \le 10^{-4}$) диссипация энергии на высоких частотах мала, и поэтому вторым и третьим слагаемыми в правой части уравнения (19) можно пренебречь. Тогда имеем $da/dt = -4\eta_0 a/3$. Отсюда для амплитуды нелинейной волны (или ее скорости) получаем экспоненциальное затухание $a = a_0\exp(-\Gamma_c t)$ с инкрементом

$$\Gamma_c = 4n^{(0)}\vartheta_m(E_k\vartheta_T - \vartheta_d)/3\tau_d.$$

В другом предельном случае $a \longrightarrow 0$, из уравнения (19) также имеем экспоненциальное затухание для амплитуды нелинейной волны, но с другим инкрементом затухания $\Gamma_c = n^{(0)}\vartheta_m(E_k\vartheta_T - \vartheta_d)/\tau_d$. Интересно отметить, что характерное время затухания уединенной волны $\Gamma_c^{-1} \sim \tau_d$, пропорционально времени рекомбинации дефектов.

Из уравнения (18) с учетом (19) имеем решение

$$e^{(1)} = \frac{\eta_0}{6k_m}[\operatorname{th}\phi - 1 + \\ + [3(1-\phi\operatorname{th}\phi) + \phi(2-\phi\operatorname{th}\phi)]\operatorname{ch}^{-2}\phi], \\ |\phi| \ll O(\delta^{-1/2}) \quad (20)$$

где $\phi = k_m\xi$.

В асимптотике из (20) находим выражения

$$e^{(1)} \longrightarrow -(\eta_0/3k_m)[1 - 2\phi^2\exp(2\phi)], \\ \text{при } 1 \ll -\phi < O(\delta^{-1/2}), \\ e^{(1)} \longrightarrow -(2\eta_0/3k_m)\exp(-2\phi), \\ \text{при } 1 \ll \phi < O(\delta^{-1/2}),$$

показывающие наличие "полочки" за возмущенным солитоном. Появление такой полочки, очевидно, связано с диссипативным членом, обусловленным рекомбинационным тепловыделением в подсистеме атомных дефектов.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена и развита физическая модель распространения одномерных нелинейных продольных термоупругих волн в нелинейно-упругих изотропных пластинах с неравновесными (релаксирующими) атомными дефектами структуры. Она базируется на уравнениях, единым образом описывающих совместную динамику полей продольных смещений, концентрации ТД и температуры среды. Неравновесные концентрации структурных дефектов в пластине создаются благодаря поглощению внешних потоков энергии (электромагнитного лазерного излучения). Показано, что эволюция слабонелинейных возмущений термоупругой деформации в пластине, где вследствие модуляции скорости рекомбинационного тепловыделения за счет деформации в упругой волне происходит взаимодействие поля деформации с подсистемой неравновесных ТД и полем температуры среды, описывается диссипативно-возмущенным уравнением КдФ, характерным для сред с диссипацией и дисперсией. В одноволновом приближении получено уравнение, описывающее эволюцию во времени амплитуды нелинейных локализованных волн, и на его основе исследованы инкременты затухания этих волн с учетом низкочастотных и высокочастотных потерь.

Следует заметить, что значительный интерес также представляет исследование распространения уединенных волн деформаций в среде с кластерами ТД (вакансионных микропор, междоузельных дисков и т. д.). Нелинейно взаимодействуя с ассоциатами ТД, уединенные волны могут создавать в области взаимодействия локальное уменьшение активационного барьера (энергии активации самодиффузии дефектов) распада кластеров, следовательно, увеличение скоростей рекомбинационных процессов. Последние в свою очередь сопровождаются локальным тепловыделением и деформацией среды. При моделировании распространения нелинейных волн в таких системах вместо уравнения (2) для концентрации атомных дефектов, следует пользоваться релаксационным уравнением для объемной доли кластеров p $(0 \le p \le 1)$ вида [14]:

$$dp/dt = -p\tau_{p0}^{-1}\exp(\vartheta_p e/k_B T),$$

где $\tau_{p0} = \tau_0\exp(Q/k_BT)$ (τ_0 – константа скорости распада кластеров, Q – энергия активации распада кластеров в отсутствие поля деформации, ϑ_p – деформационный потенциал). Дальнейшее изучение нелинейного взаимодействия полей деформации и температуры с дефектами структуры (как атомными дефектами, так и их кластерами) представляет несомненный интерес как с точки зрения исследования фундаментальных свойств материалов, так и с точки зрения приложений, в частности диагностики разнообразных дефектов структуры конденсированных сред.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Красильников В.А., Крылов В.В.* Введение в физическую акустику. М.: Наука, 1984. 400 с.
2. *Абловиц М., Сигур Х.* Солитоны и метод обратной задачи. М.: Мир, 1987. 479 с.
3. *Porubov A.V.* Amplification of nonlinear strain waves in solids. Word Scientific, Singapore, 2003. P. 213.
4. *Samsonov A.M., Dreiden G.V., Porubov A.V.* and Semenova I. V. Longitudinal-strain solution focusing in a narrowing nonlinearly elastic rod // Phys. Rev. B. 1998. V. 57. № 10. P. 5778–5787.
5. *Самсонов А.М., Дрейден Г.В., Порубов А.В., Семенова И.В.* Генерация и наблюдение солитона продольной деформации в пластинах // Письма в ЖТФ. 1996. Т. 22. № 21. С. 61–68.
6. *Ерофеев В.И., Клюева Н.В.* Солитоны и нелинейные периодические волны в стержнях, пластинах и оболочках // Акуст. журн. 2002. V. 48. № 6. С. 643–655.
7. *Porubov A.V., Maugin G.A., Mareev V.V.* Localization of two-dimensional non-linear strain waves in a plate // Int. J. Non-linear Mech. 2004. V. 39. № 8. P. 1359–1370.
8. *Потапов А.И., Солдатов И.Н.* Квазиплоские пучки нелинейных продольных волн в пластине // Акуст. журн. 1984. Т. 30. С. 486–488.

9. *Ostrovsky L.A., Potapov A.I.* Modulated Waves. Theory and Applications. The Johns Hopkins UniV. Press., Baltimore and London. 1999. P. 235.
10. *Косевич А.М.* Основы механики кристаллической решетки. М.: Наука, 1972. 280 с.
11. *Власенко А.И., Байдуллаева А., Кузнецов Э.И. и др.* Возбуждение поверхностных акустических волн в кристаллах p-CdTe при воздействии импульсным лазерным излучением // Физика и техника полупроводников. 2001. Т. 35. № 8. С. 960–965.
12. *Скупов В.Д., Оболенский С.В.* Влияние ионно-лучевого геттерирования на параметры GaAs – транзисторных структур при нейтронном облучении // Письма в ЖТФ. 2000. Т. 26. № 15. С. 1–5.
13. *Мирзаде Ф.Х., Панченко В.Я., Шелепин Л.А.* Лазерное управление процессами в твердом теле // Успехи физических наук. 1996. Т. 166. № 1. С. 3–32.
14. *Мирзаде Ф.Х.* Распространение нелинейной продольной волны упругой деформации, взаимодействующей с кластерами атомных дефектов // Поверхность. Рентг., синхротр. и нейтрон. исслед. 2005. № 9. С. 90–93.
15. *Mirzade F.Kh.* Nonlinear longitudinal strain wave interacting with atomic defects in metal plates // J. Appl. Phys. 2005. V. 97. № 8. P. 4911–4916.
16. *Mirzade F.Kh.* Nonlinear elastic longitudinal strain-wave propagation in a plate with laser-generated point defects // Phys. B. 2005. V. 268. № 1. P. 231–242.
17. *Mirzade F.Kh.* Longitudinal–strain waves in a nonlinearly elastic plate with defect generation // Phys. B. 2006. V. 271. № 1. P. 163–169.
18. *Mirzade F.Kh.* Nonlinear longitudinal strain-wave propagating in an elastic plate with nonequilibrium laser-generated atomic defects // Phys. Stat. Sol. (b). 2005. V. 242. № 15. P. 3099–3112.
19. *Мирзаде Ф.Х.* Нелинейные продольные волны взаимодействующих полей деформации и концентрации дефектов в германии и кремнии // Физика и техника полупроводников. 2006. Т. 40. № 3. С. 269–275.
20. *Коробов А.И., Изосимова М.Ю.* Нелинейные волны Лэмба в металлической пластине с дефектами // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 5. С. 589–598.
21. *Гусев В.Э., Карабутов А.А.* Основы лазерной акустооптики. М.: Наука, 1991. 304 с.
22. *Муратиков К.Л.* Теория генерации механических колебаний лазерным излучением в твердых телах с внутренними напряжениями на основе термоупругого эффекта // Журнал технической физики. 1999. Т. 69. № 7. С. 59–63.
23. *Григолюк Э.И., Селезов И.Т.* Неклассические теории колебаний стержней, пластин и оболочек // Итоги науки и техники. Сер.: Механика твердых деформируемых тел. Т. 5. М.: ВИНИТИ, 1973.

Nonlinear Longitudinal Waves in the Presence of the Interaction between the Strain and Temperature Fields and the Field of Nonequilibrium Atomic Defects

F. Kh. Mirzade and L. A. Shelepin

Institute of Problems of Laser and Information Technologies, Russian Academy of Sciences, Shatura, Moscow oblast, 140700 Russia

e-mail: fmirzade@rambler.ru

Abstract—The propagation of nonlinear longitudinal waves in a plate is studied by taking into account the interaction of the longitudinal displacement component with the temperature field and the field of concentration of nonequilibrium atomic point defects. A nonlinear evolution equation is derived for describing the self-consistent thermoelastic longitudinal strain fields. It is shown that the thermoelastic effect on the strain waves manifests itself in the appearance of dissipative terms, which describe the heat transfer and the thermoelastic interaction caused by the strain-induced heat release due to the recombination of nonequilibrium atomic defects. The soliton solutions to the evolution equation are investigated, and the characteristic features of their damping are considered with allowance for the low-frequency and high-frequency losses.