

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ И ОБЪЕМНЫХ ВОЛН В МЕЛКОМ МОРЕ С ПЛАВНО МЕНЯЮЩЕЙСЯ ГЛУБИНОЙ

© 2007 г. О. А. Годин

CIRES, University of Colorado at Boulder and NOAA / Earth System Research Laboratory, Boulder, CO 80305, USA

E-mail: Oleg.Godin@noaa.gov

Поступило в редакцию 6.09.06 г.

Поверхностные сейсмо-акустические волны способны распространяться вдоль покрытого морскими осадками дна в глубоком и мелком море и даже на берегу. Вследствие сильного поглощения волн сжатия и особенного сдвиговых волн в осадках, поверхностные волны могут вносить значительный вклад в звуковое поле вдали от берега только в результате их взаимодействия с объемными волнами в водной толще. В статье представлен теоретический анализ возбуждения акустических мод сейсмо-акустическими поверхностными волнами в нерегулярном волноводе в мелком море с наклонным дном, покрытым неконсолидированными морскими осадками. Показано, что взаимодействие поверхностной волны с акустической модой происходит, главным образом, в окрестности ее критического сечения. Исследовано влияние геоакустических параметров и стратификации мягких морских осадков на эффективность обмена энергией между поверхностными и объемными волнами.

PACS: 43.30.Ma, 43.30.Vp

ВВЕДЕНИЕ

Решение ряда актуальных проблем требует физического понимания взаимодействия между акустическими модами, распространяющимися в океаническом волноводе, и сейсмо-акустическими поверхностными волнами, распространяющимися вдоль упругого дна. К числу таких проблем относятся возбуждение Т-фазы землетрясения [1–5], генерация сигналов и шума под водой находящимися на берегу источниками [6, 7], и возбуждение мод высоких номеров томографическими источниками, расположенными вблизи наклонного дна океана [8]. Подводный шум, обусловленный индустриальной и строительной деятельностью на берегу, вызывает особую тревогу в виду его возможной связи с аномальным поведением и гибелью морских млекопитающих [7].

Свойства сейсмоакустических поверхностных волн, распространяющихся вдоль морского дна, и физические механизмы их взаимодействия с акустическим полем в водной толще весьма чувствительны к сдвиговой упругости морских осадков. В настоящей работе рассматривается случай, когда дно покрыто мягкими морскими осадками, т.е. осадками, в которых скорость сдвиговых волн мала по сравнению со скоростью звука в воде, и излагается простая аналитическая теория взаимодействия поверхностных и объемных волн в мелком море переменной глубины. Мы ограничимся рассмотрением двумерной задачи, что в трехмерном случае соответ-

ствует распространению звука вверх или вниз по склону.

АКУСТИЧЕСКИЙ ВОЛНОВОД В МЕЛКОМ МОРЕ С ОДНОРОДНЫМ ДНОМ

Рассмотрим сначала распространение звука в слоистом волноводе в мелком море. Пусть однородный водный слой $0 < z < H$ с плотностью ρ_w и скоростью звука c_w расположен между однородным твердым полупространством (дном) $z < 0$ с плотностью $\rho_s = R^{-1}\rho_w$ и скоростями c_l и c_t продольных и поперечных волн и моделирующим атмосферу однородным жидким полупространством $z > H$ с плотностью $\rho_a = r\rho_w$ и скоростью звука c_a . Здесь и далее z и x – вертикальная и горизонтальная декартовы координаты. Характерные значения отношений плотностей заключены в интервалах $0.0011 \leq r \leq 0.0015$ и $0.5 \leq R \leq 1$. Мы предполагаем, что скорости волн удовлетворяют неравенствам $c_a, c_t \ll c_w < c_l$. Когда не оговорено противное, в приводимых ниже примерах используются численные значения $c_w = 1500$ м/с, $c_l = 1600$ м/с, $r = 0.0013$ и $c_a = 300$ м/с.

Волновое поле в атмосфере и в дне океана состоит из плоских волн, которые или распространяются, соответственно, к $z \rightarrow -\infty$ и $z \rightarrow +\infty$, или экспоненциально затухают при $|z| \rightarrow +\infty$. Используя эти условия при $z \rightarrow \pm\infty$ и граничные условия непрерывности нормальных смещений и напряжений на границах $z = H$ и $z = 0$, а также обращения в нуль касательного напряжения при $z = H - 0$, нетрудно получить дисперсионное

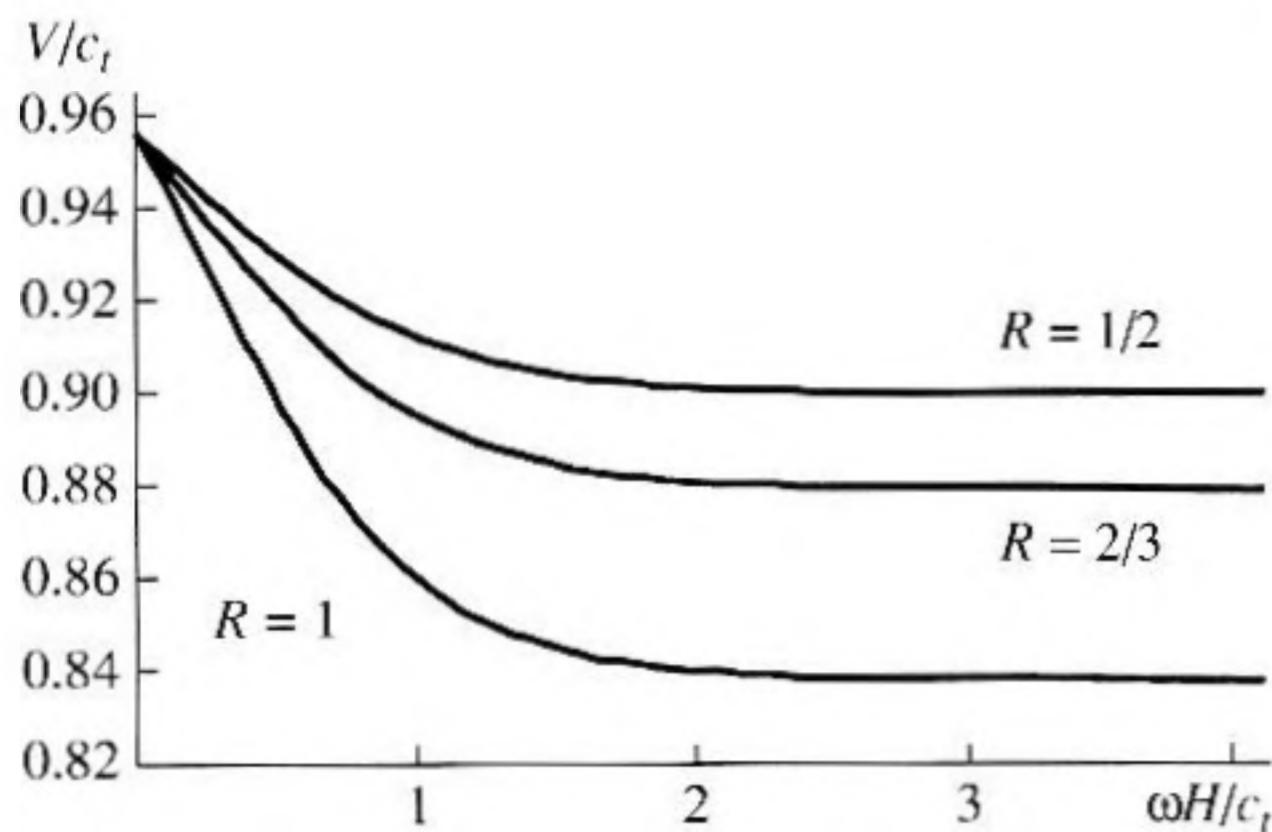


Рис. 1. Фазовая скорость поверхностной волны qR как функция частоты и глубины моря для трех значений плотности морских осадков. Скорость сдвиговых волн в осадках $c_t = 100$ м/с.

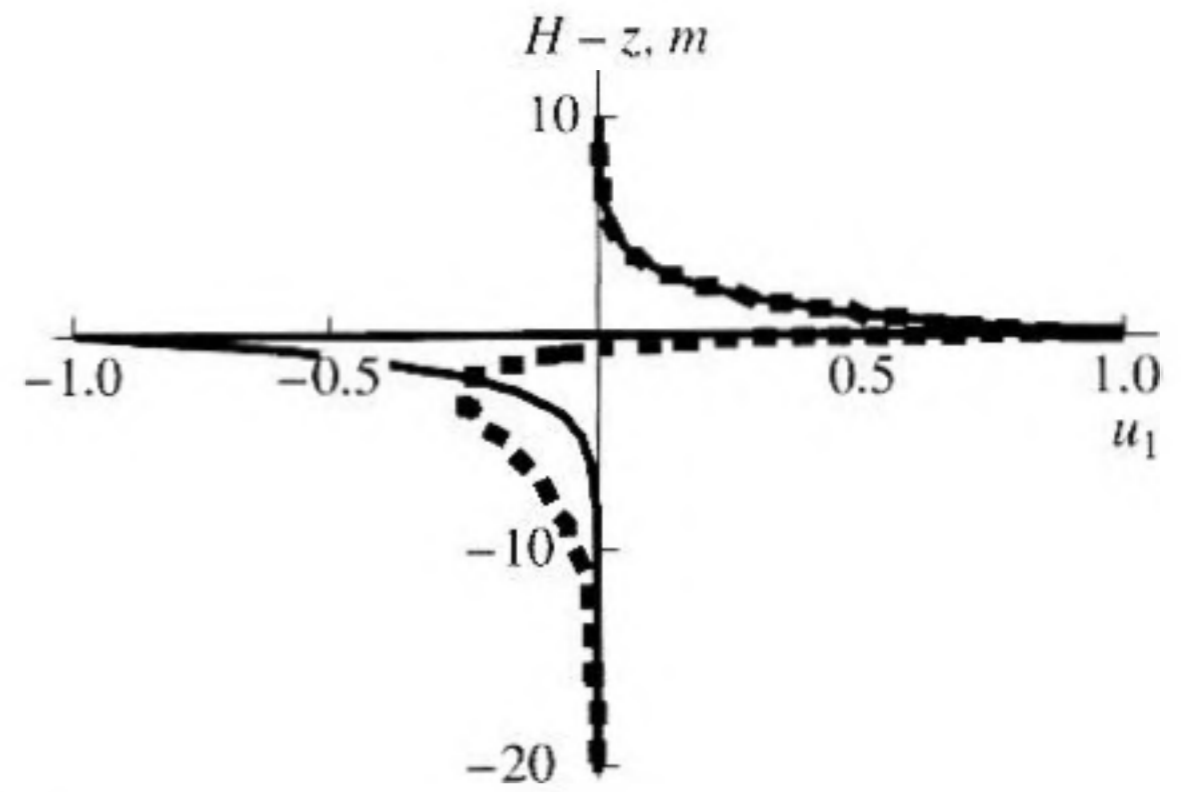


Рис. 2. Горизонтальное смещение частиц u_1 в поверхностных волнах qR (штриховая линия) и GC (сплошная линия), которые существуют, соответственно, в случаях однородного и стратифицированного дна. Глубина моря $H = 300$ м, частота волны $f = 10$ Гц. Параметры однородного дна: $c_t = 100$ м/с, $R = 2/3$. Фазовая скорость поверхностной волны GC $V = 87.90$ м/с взята равной скорости поверхностной волны qR . Нормировка смещения частиц произвольна.

уравнение рассматриваемого волновода. Оно имеет вид

$$\exp(2i\omega aH) \frac{b - ra}{b + ra} = \frac{\alpha R V^4 + 4ac_t^4 [\alpha\beta V^2 + (1 - V^2/2c_t^2)^2]}{\alpha R V^4 - 4ac_t^4 [\alpha\beta V^2 + (1 - V^2/2c_t^2)^2]} \quad (1)$$

где V и ω – фазовая скорость и частота нормальной волны, $\omega > 0$, $\text{Re } V > 0$, и

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{c_w^{-2} - V^{-2}}, \quad \text{Im } a \geq 0, \\ b &= \sqrt{c_a^{-2} - V^{-2}}, \quad \text{Im } b \geq 0, \\ \alpha &= \sqrt{c_t^{-2} - V^{-2}}, \quad \text{Im } \alpha \geq 0, \\ \beta &= \sqrt{c_t^{-2} - V^{-2}}, \quad \text{Im } \beta \geq 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Т.к. $r \ll 1$, то учет атмосферы важен только при расположении приемников в воздухе или источников на берегу. В остальных задачах поверхность $z = 0$ можно приближенно считать свободной, что соответствует $r = 0$ в (1). Единственное исключение возникает в случае, когда фазовая скорость V приближается к скорости звука в воздухе c_a .

Когда $c_t \ll c_w$, решения уравнения (1) распадаются на две группы. В первой группе вещественная часть фазовых скоростей лежит в интервале $c_w < \text{Re } V \leq c_t$ и, при вещественных c_t и c_w , $\text{Im } V \rightarrow 0$, когда $c_t \rightarrow 0$ и $r \rightarrow 0$. Такие решения будем называть акустическими нормальными волнами. Сдвиговая жесткость дна приводит только к малому возмущению фазовой скорости и волновой функции этих мод по сравнению с хорошо изученным (см., например, [9, Sec. 7.4]) случаем жидкого дна, где $c_t = 0$. Число нормальных волн, распро-

страняющихся в волноводе, растет с частотой звука и глубиной моря. В пределе $c_t \rightarrow 0$, $r \rightarrow 0$, n -ая нормальная волна ($n = 1, 2, \dots$) появляется на критической частоте, определяемой уравнением

$$\omega H = \pi \left(n - \frac{1}{2} \right) (c_w^{-2} - c_t^{-2})^{-1/2}. \quad (3)$$

Второй тип решений – поверхностные волны – представлен единственным корнем дисперсионного уравнения (1), для которого $0 < \text{Re } V < c_t$. При вещественных c_t , c_l и c_w , мнимая часть фазовой скорости V равна нулю при $V < c_a$, т.е. когда отсутствует поток энергии в атмосферу. При $c_a < \text{Re } V < c_t$, $\text{Im } V \sim r \exp(-2aH) \ll 1$. Фазовая скорость поверхностной волны возрастает с ростом скорости сдвиговых волн и плотности осадков и убывает с ростом частоты (рис. 1). Безразмерная скорость V/c_t определяется, главным образом, величиной R и безразмерной глубиной $k_t H$ и нечувствительна к другим параметрам задачи. (Здесь $k_t = \omega/c_t$ – волновое число сдвиговых волн.) Поверхностная волна намного медленнее акустических нормальных волн и, в отличие от них, сосредоточена в окрестности границы $z = 0$ воды и осадков (рис. 2). В пределе $R \rightarrow 0$ поверхностная волна переходит в классическую волну Рэлея [10, Sec. 4.4]. При $R \neq 0$ мы будем называть эту поверхностную волну квази-Рэлеевской, или qR , волной для краткости.

АКУСТИЧЕСКИЙ ВОЛНОВОД В МЕЛКОМ МОРЕ СО СЛОИСТЫМ ДНОМ

Хотя предположение об однородности дна сильно упрощает анализ и широко используется в литературе, оно игнорирует принципиально важ-

ные особенности мягких морских осадков. В верхних слоях морского дна толщиной в десятки метров неконсолидированные морские осадки (илы, глины и пески) практически несжимаемы в том смысле, что сдвиговая скорость мала по сравнению со скоростью волн сжатия. В то время как относительные изменения сжимаемости и плотности осадков могут быть малы в верхних слоях, модуль сдвига $\mu = \rho_s c_t^2(z)$ неконсолидированных морских осадков непрерывно возрастает с глубиной и часто пропорционален некоторой степени $(z - H)^{2\nu}$, $0 < \nu < 1$, глубины $z - H$, отсчитываемой от границы вода-осадки, пока состав осадков остается неизменным (см. [11, 12] и цитируемую там литературу). Вблизи границы вода-осадки, градиент сдвиговой скорости принимает большие значения, что приводит к сильной связи между сдвиговыми волнами и волнами сжатия в мягких осадках. Слабая сжимаемость позволяет построить теорию упругих волн в непрерывно-слоистых мягких осадках без каких-либо ограничений на силу взаимодействия сдвиговых волн и волн сжатия [11, 12]. Упругие волны в мягких осадках состоят из "быстрых" волн, распространяющихся со скоростью близкой к скорости волн сжатия, и "медленных" волн, распространяющихся со скоростью порядка сдвиговой. Теория предсказывает существование набора поверхностных волн, распространяющихся вдоль границы вода-мягкие осадки. Из монохроматических поверхностных волн, удерживаемых плоской границей жидкости и слабо сжимаемого твердого тела со степенной зависимостью модуля сдвига от глубины, только одна (а именно, низшая или фундаментальная мода) сопровождается волновым движением в жидкости [11, 12].

Будем моделировать морские осадки как почти несжимаемое твердое тело с постоянными плотностью ρ_s и скоростью волн сжатия c_l и рассмотрим упругие волны вертикальной поляризации в полупространстве $z > H$, предполагая линейную зависимость модуля сдвига от глубины. Тогда

$$c_t^2(z) = \gamma(z - H), \quad \gamma = \text{const} > 0, \quad z > H. \quad (4)$$

Для этого специального случая ($\nu = 1/2$) степенной зависимости, точные решения для поверхностных волн были получены в работе [11] в явном виде. В частности, вектор смещения \mathbf{u} и компоненты тензора напряжений σ_{ij} в фундаментальной моде внутри твердого тела даются следующими выражениями [11]:

$$u_1 = -iu_3, \quad u_2 = 0, \quad u_3(z) = u_3(H)e^{\omega(H-z)/V},$$

$$\sigma_{13} = 2i\frac{\omega}{V}\rho_s\gamma(z-H)u_3, \quad (5)$$

$$\sigma_{11} = \left[\omega V - 2\gamma - 2\gamma\frac{\omega}{V}(z-H) \right] \rho_s u_3,$$

$$\sigma_{33} = \left[\omega V - 2\gamma + 2\gamma\frac{\omega}{V}(z-H) \right] \rho_s u_3.$$

Используя (5), граничные условия непрерывности нормальных смещений и напряжений на границе $z = H$ и обращения в нуль касательного напряжения при $z = H - 0$ можно записать в виде

$$\frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{z=H-0} = \frac{\omega^2 R}{2\gamma - \omega V}, \quad (6)$$

где p – акустическое давление в воде. Из уравнения (6) и граничных условий непрерывности акустического давления и нормального смещения на границе $z = 0$ мы получаем дисперсионное уравнение для "медленной" сейсмоакустической поверхностной волны в мелком море с линейным профилем модуля сдвига в дне:

$$\frac{2\gamma}{\omega V} = 1 + R \frac{1-A}{1+A}, \quad A = \frac{Vb - ir}{Vb + ir} e^{-2\omega H/V}. \quad (7)$$

Легко проверить, что в пределе $H \rightarrow +\infty$ (7) сводится к известному дисперсионному уравнению в случае бесконечной глубины, $V = 2\gamma/\omega(1+R)$ полученному в [11]. Как и следовало ожидать, (7) сводится к тому же известному дисперсионному уравнению и в случае $Vb = ir$, когда акустические импедансы жидкостей в слое $0 < z < H$ и в полупространстве $z < 0$ совпадают. Кроме того, дисперсионное уравнение (7) должно сводиться к известному (с тем или иным эффективным значением плотности жидкости) в двух предельных случаях: в высокочастотном пределе, когда волна сконцентрирована в окрестности границы и роль атмосферы становится пренебрежимо малой, и в низкочастотном пределе, когда роль водного слоя становится пренебрежимо малой. Проверка показывает, что уравнение (7) действительно обладает этими свойствами.

Для краткости, учитывая тесную связь между поверхностной волной с дисперсионным уравнением (7) и поверхностными волнами, исследованными Годиным и Чэпманом [11, 12], будем называть поверхностную волну (7) GC волной. И qR , и GC поверхностные волны являются вертикально-поляризованными, или P - SV , волнами. Среди их свойств есть и сходные волны, и весьма различные. Даже когда поля акустического давления, создаваемые двумя поверхностными волнами, одинаковы, вертикальные зависимости смещений и напряжений в дне сильно отличаются (рис. 2). В обоих случаях фазовая скорость поверхностной волны монотонно уменьшается с увеличением

глубины моря H и уменьшением плотности осадков. Фазовая скорость каждой волны перестает зависеть от глубины при больших H . Волна qR при больших H становится недиспергирующей, в то время как фазовая скорость волны GS сохраняет сильную частотную зависимость (ср. рис. 1 и рис. 3).

ВОЗМУЩЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ НЕРЕГУЛЯРНОГО ПО ТРАССЕ ВОЛНОВОДА В ОКЕАНЕ С УПРУГИМ ДНОМ

В терминах горизонтальных и вертикальных компонент u_1 и u_3 смещения частиц и двух компо-

нент, σ_{11} и σ_{13} , тензора напряжений, уравнения движения для монохроматических волн, распространяющихся в сторону возрастающих x в неоднородном по глубине и трассе твердом теле, могут быть представлены в виде системы дифференциальных уравнений первого порядка по отношению к горизонтальной координате [13]:

$$\partial \mathbf{W} / \partial x = \hat{M} \mathbf{W} + \mathbf{F}, \quad \mathbf{W} = (u_1, u_3, \sigma_{11}, \sigma_{13})^T, \quad (8)$$

где \mathbf{W} – вектор смещения-напряжения, \mathbf{F} описывает источники волн, индекс T обозначает операцию транспонирования матрицы, и

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{-c_l^2}{c_l^2 + 2c_t^2} \frac{\partial}{\partial z} & \frac{1}{\rho_s(c_l^2 + 2c_t^2)} & 0 \\ -\frac{\partial}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{1}{\rho_s c_t^2} \\ -\rho_s \omega^2 & 0 & 0 & -\frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & -\rho_s \omega^2 - \frac{\partial}{\partial z} \frac{4\rho_s c_t^4}{c_l^2 + 2c_t^2} \frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \frac{c_l^2}{c_l^2 + 2c_t^2} & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Уравнения волнового движения в жидкости получаются из (8) и (9), если положить $\sigma_{13} \equiv 0$ и затем перейти к пределу $c_l \rightarrow 0$. Отметим, что матричный оператор \hat{M} содержит производные только по вертикальной координате.

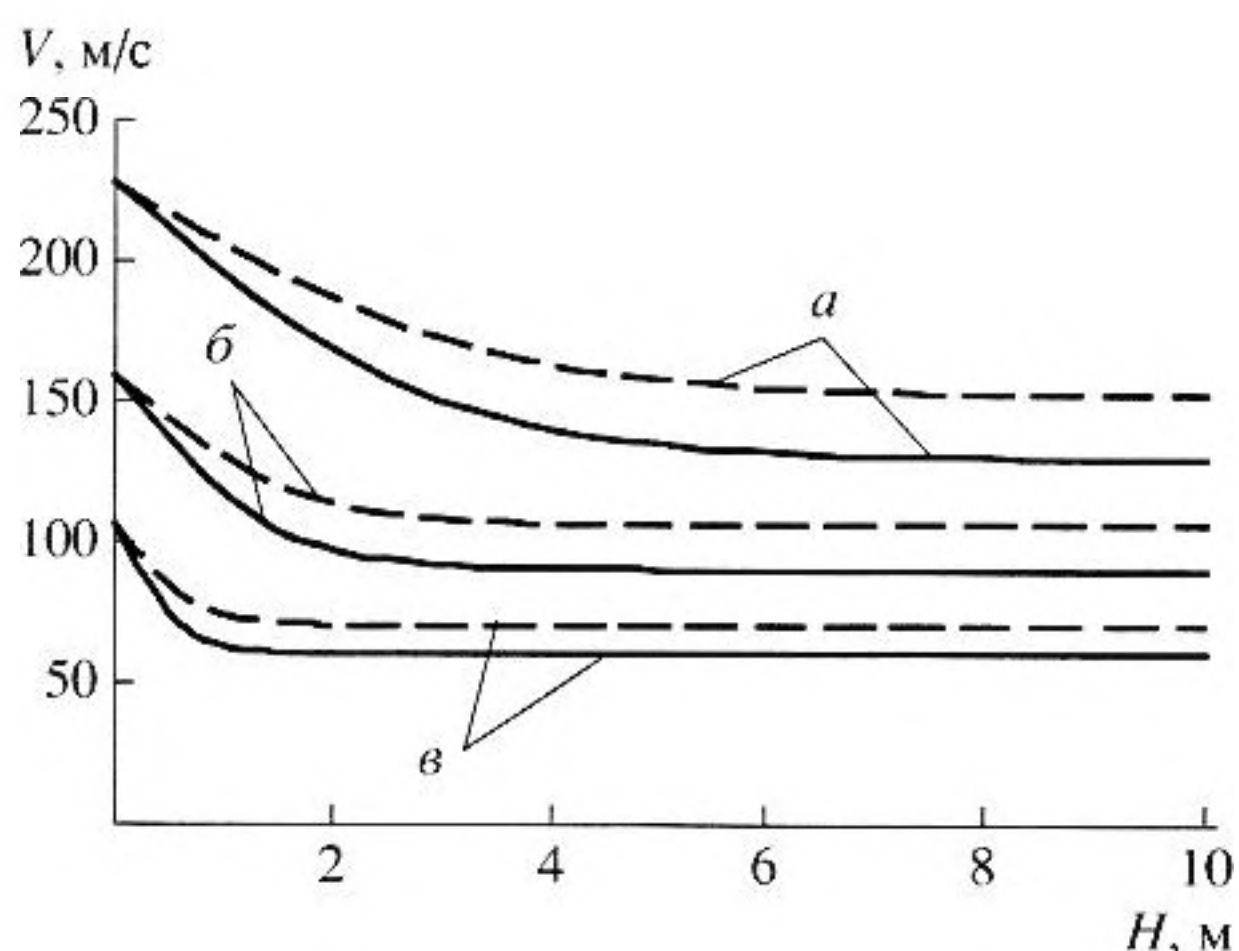


Рис. 3. Фазовая скорость поверхностной волны GS как функция глубины моря для трех значений частоты: $f = 7$ Гц (а), 10 Гц (б), и 15 Гц (в) и двух значений плотности морских осадков: $R = 2/3$ (сплошные линии) и $R = 1/2$ (штриховые линии). Градиент квадрата сдвиговой скорости $\gamma = 5000$ м/с².

В поле нормальной волны слоистого (т.е. однородного по трассе) волновода в твердом теле или в системе упругих и жидких слоев (включая акустические нормальные волны и поверхностные волны), $\mathbf{W}(x, z) = \text{const} \Phi_n(z) \exp(i\xi_n x)$, где ξ_n – постоянная распространения моды. Векторные волновые функции мод Φ_n ортогональны, и их можно нормировать соотношением [13]

$$\int dz \Phi_m^T \hat{B} \Phi_n^* = \delta_{nm}, \quad (10)$$

где квадратная матрица \hat{B} размера 4×4 имеет только 4 ненулевых элемента: $b_{13} = b_{24} = -b_{31} = -b_{42} = i$.

В неоднородном по трассе волноводе волновое поле можно представить в виде суперпозиции локальных мод:

$$\mathbf{W}(x, z) = \sum_m Q_m(x) \Phi_m(z; x). \quad (11)$$

По определению, локальные моды – это моды слоистого волновода, параметры которого совпадают с параметрами в заданном сечении $x = \text{const}$ рассматриваемого нерегулярного волновода. Следовательно, постоянные распространения и волновые функции локальных мод параметрически зависят от x . Используя соотношение ортогональности (10) при вычислении потока энергии

$$J = i \int_{-\infty}^{+\infty} (\sigma_{ij}^* u_j - \sigma_{ij} u_j^*) dz \quad (12)$$

в n -ой распространяющейся локальной моде, находим $J_n = |Q_n|^2$. В адиабатическом приближении [9, Sec. 7.1], в котором моды независимо распространяются в изменяющемся по трассе волноводе, решение уравнения (8) в терминах амплитуд мод можно записать следующим образом:

$$Q_m(x) = \exp\left(i \int_{x_0}^x \xi_m(x_2) dx_2\right) Q_m(x_0) + \iint dx_1 dz_1 \exp\left(i \int_{x_1}^x \xi_m(x_2) dx_3\right) \mathbf{F}(x_1, z_1)^T \hat{B} \Phi_m^*(x_1, z_1). \quad (13)$$

При выводе этого решения рассматривались только моды, распространяющиеся в сторону возрастающих x , и вновь было использовано соотношение ортогональности (10) локальных мод.

Сравним монохроматические волновые поля \mathbf{W}_1 и \mathbf{W}_2 , распространяющиеся в двух различных средах, которые характеризуются матрицами \hat{M}_1 и \hat{M}_2 , соответственно. Из уравнений (8), записанных для каждого из полей \mathbf{W}_1 и \mathbf{W}_2 , в свободной от источников области для разностного поля $\mathbf{W} = \mathbf{W}_1 - \mathbf{W}_2$ мы получаем уравнение $\partial \mathbf{W} / \partial x = \hat{M}_2 \mathbf{W} + \mathbf{F}$ где

$$\mathbf{F} = (\hat{M}_1 - \hat{M}_2) \mathbf{W}_1. \quad (14)$$

Таким образом, без каких-либо приближений, влияние разности параметров двух волноводов на волновое поле может быть представлено как поле эффективного источника звука (14). Уравнения (13) и (14) позволяют вычислить возмущение известного волнового поля \mathbf{W}_1 , обусловленные возмущениями параметров нерегулярного волновода, состоящего из жидких и упругих слоев. В качестве проверки этого общего результата, можно рассмотреть возмущения волновода с жидким дном, когда задачу можно решить, используя акустическое волновое уравнение вместо уравнения с матричным оператором. Анализ этого частного случая, который мы опускаем для краткости, подтверждает справедливость уравнения (13) с \mathbf{F} из уравнения (14).

ВОЗБУЖДЕНИЕ АКУСТИЧЕСКОЙ НОРМАЛЬНОЙ ВОЛНЫ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНОЙ

Рассмотрим волну рэлеевского типа, которая распространяется из области с очень малой глубиной в сторону уменьшающихся x в мелком море

с отрицательным уклоном $dH/dx < 0$ дна. Наша задача состоит в определении энергии индивидуальных акустических мод, возбуждаемых в нерегулярном волноводе вследствие взаимодействия с поверхностной волной. При оценке энергетического коэффициента преобразования S , т.е. отношения потоков энергии в отдельных акустических модах к потоку энергии в поверхностной волне, удобно воспользоваться принципом взаимности и рассматривать вместо сформулированной выше взаимную задачу, а именно, возбуждение поверхностной волны при распространении акустической моды вверх по склону.

Распространение акустической моды вверх по склону (т. е. в сторону уменьшения глубины моря) детально исследовано [14, 15], [9, Sec. 7.4] в случае волновода с жидким дном. При достаточно малом наклоне дна мода распространяется без заметного взаимодействия с другими волнами, пока она не достигнет своего критического сечения, определяемого уравнением (3). В окрестности критического сечения мода сильно взаимодействует с волнами непрерывного спектра, и основная часть ее энергии излучается в дно. Вблизи критического сечения акустическое поле в воде и в дне можно выразить через функцию Эйри и ее производные [9, Sec. 7.4; 14, 15]. Акустическое поле допускает также равномерное представление в виде спектрального интеграла (см. уравнение (7.4.43) в [9]), которое справедливо во всем волноводе. Это спектральное представление особенно удобно использовать в нашем анализе.

Сдвиговые волны меняют физику взаимодействия моды с дном в окрестности критического сечения. Чтобы количественно описать эффекты, обусловленные малой сдвиговой упругостью дна, воспользуемся уравнениями (13) и (14) и выберем \hat{M}_2 и \hat{M}_1 соответствующими волноводам с и без сдвиговой упругости. Тогда \mathbf{W}_1 в (14) – известное акустическое поле в жидком волноводе с наклонным дном, а Φ_m в (13) – волновые функции мод волновода с упругим дном. Отметим, что $\hat{M}_2 - \hat{M}_1 \neq 0$ только при $z > H$. Используя известный пространственный спектр [9, Eq. (7.4.43)] асимптотического разложения \mathbf{W}_1 , которое справедливо при условии

$$D \equiv \frac{1}{R} \left| \frac{dH}{dx} \right| \left(\frac{c_l^2}{c_w^2} - 1 \right) \ll 1, \quad (15)$$

интегралы в (13) удастся вычислить аналитически, что приводит к явным, хотя и громоздким выражениям для энергетических коэффициентов преобразования.

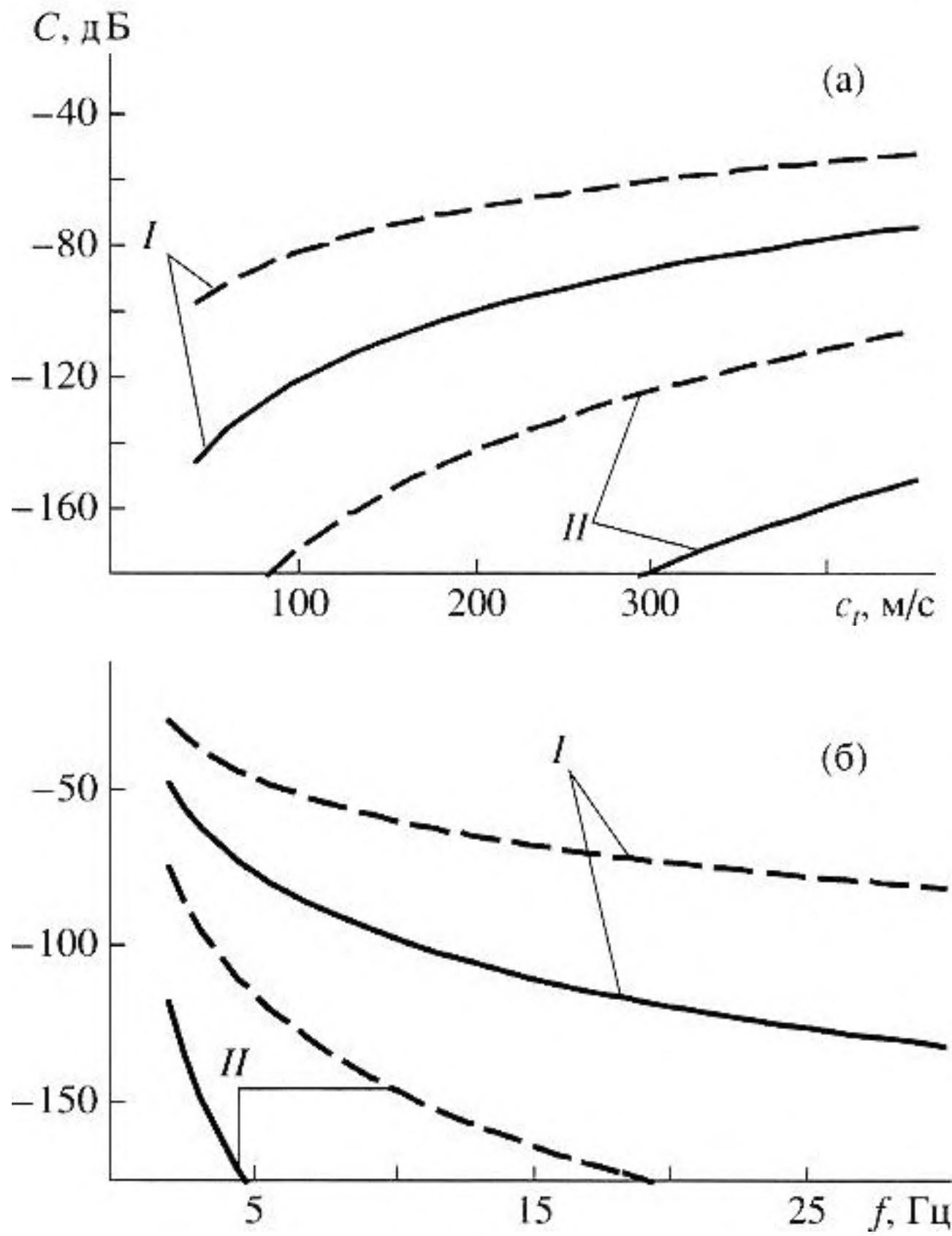


Рис. 4. Возбуждение акустической моды поверхностными волнами qR (а) и GC (б). Коэффициент преобразования показан для двух значений плотности морских осадков: $R = 2/3$ (сплошные линии) и $R = 1/2$ (штриховые линии) и двух значений наклона дна: $|dH/dx| = 0.2$ (I) и 0.1 (II). Скорость волн сжатия в дне $c_l = 1600$ м/с. В случае неоднородного дна (б), градиент квадрата сдвиговой скорости $\gamma = 5000$ м/с².

Приведем упрощенные выражения

$$C_{qR} = \frac{2V^2/c_l^2}{\pi j(V^2/c_l^2)} (1 + \sqrt{1 - V^2/c_l^2})^{-4} C_0, \quad (16)$$

$$C_0 = \frac{Rc_w^2 c_l / V}{|dH/dx|(c_l^2 - c_w^2)} \exp \left(- \left| \frac{dH}{dx} \right|^{-1} \times \int_{V^2/c_w^2}^1 \frac{dy}{2y\sqrt{1-y}} \ln \left| \frac{\sqrt{1-y} + R\sqrt{1-yc_w^2/c_l^2}}{\sqrt{1-y} - R\sqrt{1-yc_w^2/c_l^2}} \right| \right), \quad (17)$$

$$j(w) = w + \frac{4}{Rw} \left(\frac{w}{2} + \frac{\sqrt{1-w}}{1-w/2} - 1 \right) - \frac{w^2}{2\sqrt{1-w}(1-w/2)^2} - 2 \frac{\sqrt{1-w}(4+w) + w - 4}{(1 + \sqrt{1-w})(1-w/2)}, \quad (18)$$

которые справедливы при $c_l/c_l \gg 1$, $\omega H/c_l \gg 1$. Согласно (3), последнее условие всегда выполняется в критическом сечении в случае мягких осадков. При тех же предположениях, используя уравнение (5) для поля волны GC , мы находим

$$C_{GC} = \frac{\pi}{2} (1 + R)^2 C_0 \quad (19)$$

в случае слоистого дна. Общий множитель C_0 (17) возникает при вычислении значения пространственного спектра поля W_1 при волновом числе, равном постоянной распространения ω/V поверхностной волны. Малость экспоненциального множителя в правой части (17) отражает сильное спадание спектра, который сосредоточен в окрестности точки ω/c_l и имеет ширину, пропорциональную $D^2\omega/c_l$ [9, Sec. 7.4]. Как и следовало ожидать, взаимодействие между акустическими модами и поверхностной волной исчезает в пределе $|dH/dx| \rightarrow 0$. Отметим, что энергетический коэффициент преобразования не зависит от номера n акустической моды.

На рис. 4 представлены результаты вычисления потока энергии в поверхностной волне, возбуждаемой одной акустической модой, распространяющейся вверх по склону и несущей единичный поток энергии до критического сечения. Вследствие взаимности, рассчитанный безразмерный поток энергии дает также коэффициент преобразования потока энергии поверхностной волны, распространяющейся вниз по склону, в энергию акустической моды, возбуждаемой этой поверхностной волной в окрестности критического сечения моды. Зависимость коэффициента преобразования поверхностной волны qR от плотности и скорости сдвиговых волн в дне проиллюстрирована на рис. 4а. Согласно уравнению (16), C_{qR} не зависит от частоты, когда $\omega H/c_l \gg 1$. Рисунок 4б иллюстрирует зависимость коэффициента преобразования поверхностной волны GC от плотности осадков и частоты волны f . Тот же рисунок отражает зависимость коэффициента преобразования от градиента γ вертикальной зависимости квадрата сдвиговой скорости. Действительно, частота f и градиент γ входят в уравнения (17) и (19) для коэффициента преобразования только через фазовую скорость V поверхностной волны. При фиксированных плотности осадков и фазовой скорости, градиент γ и частота волны связаны вытекающим из дисперсионного соотношения (7) уравнением $\gamma = \pi(1 + R)Vf$. Градиент γ характеризует сдвиговую жесткость слоистого дна подобно тому, как постоянная сдвиговая скорость c_l характеризует сдвиговую жесткость однородного дна.

Различия в вертикальной зависимости упругих полей в поверхностных волнах qR и GC (рис. 2) оказывают сильное влияние на их взаимодей-

ствие с акустическими модами. Рассмотрим отношение $\delta C = C_{GC}/C_{qR}$ энергетических коэффициентов преобразования для поверхностных волн GC и qR , имеющих одинаковую фазовую скорость V . Согласно уравнениям (16) и (18), δC не зависит от наклона дна, частоты волны и значения градиента γ в слоистом дне; δC нечувствительно к значениям c_i (в однородном дне) и c_l . Зависимость δC от плотности осадков проиллюстрирована на рис. 5. Подчеркнем, что обмен энергией оказывается сильнее примерно на два порядка в случае поверхностных волн GC .

ВЛИЯНИЕ ПОГЛОЩЕНИЯ В ДНЕ

При глубине моря, превышающей глубину в критическом сечении, акустическая мода распространяется вниз по склону без заметного взаимодействия с другими модами (адиабатически). Возбудив первую акустическую моду в окрестности ее критического сечения, поверхностная волна также распространяется вниз по склону адиабатически, пока она не достигнет следующего критического сечения, в окрестности которого она возбудит вторую акустическую моду, и т.д. Энергия последовательно возбуждаемых акустических мод спадает с их номером благодаря ослаблению поверхностной волны вследствие передачи энергии акустическим модам и поглощения в дне.

Как показано выше, ослабление поверхностной волны вследствие взаимодействия с акустическими модами мало. Оценим потерю энергии, связанную с поглощением и рассеянием в дне, которое можно описать феноменологически приданием отрицательной мнимой части скоростям сдвиговых волн и волн сжатия. В мягких осадках ослабление волн сжатия намного превосходит их ослабление в воде, и $\eta \equiv |\text{Im} c_l|/|c_l| \gg |\text{Im} c_t|/|c_t|$, $\eta \geq 0.002$ [16]. Из уравнения (1) следует, что для поверхностных волн qR $|\text{Im} V|/|V| \approx \eta$. Для поверхностных волн GC из уравнения (7) находим $|\text{Im} V|/|V| \approx 2\eta$. Следовательно, в случае мягких осадков поверхностные волны затухают намного быстрее акустических мод. При распространении между критическими сечениями $x = x_1$ и $x = x_2$ двух последовательных акустических мод ослабление потока энергии в поверхностной волне дается множителем

$$B = \exp\left(2\omega \int_{x_1(\omega)}^{x_2(\omega)} \frac{|\text{Im} V|}{|V|^2} dx\right) \approx \exp\left(\frac{2\pi s \eta |dH/dx|^{-1}}{|V(\omega)| \sqrt{c_w^{-2} - c_l^{-2}}}\right), \quad (20)$$

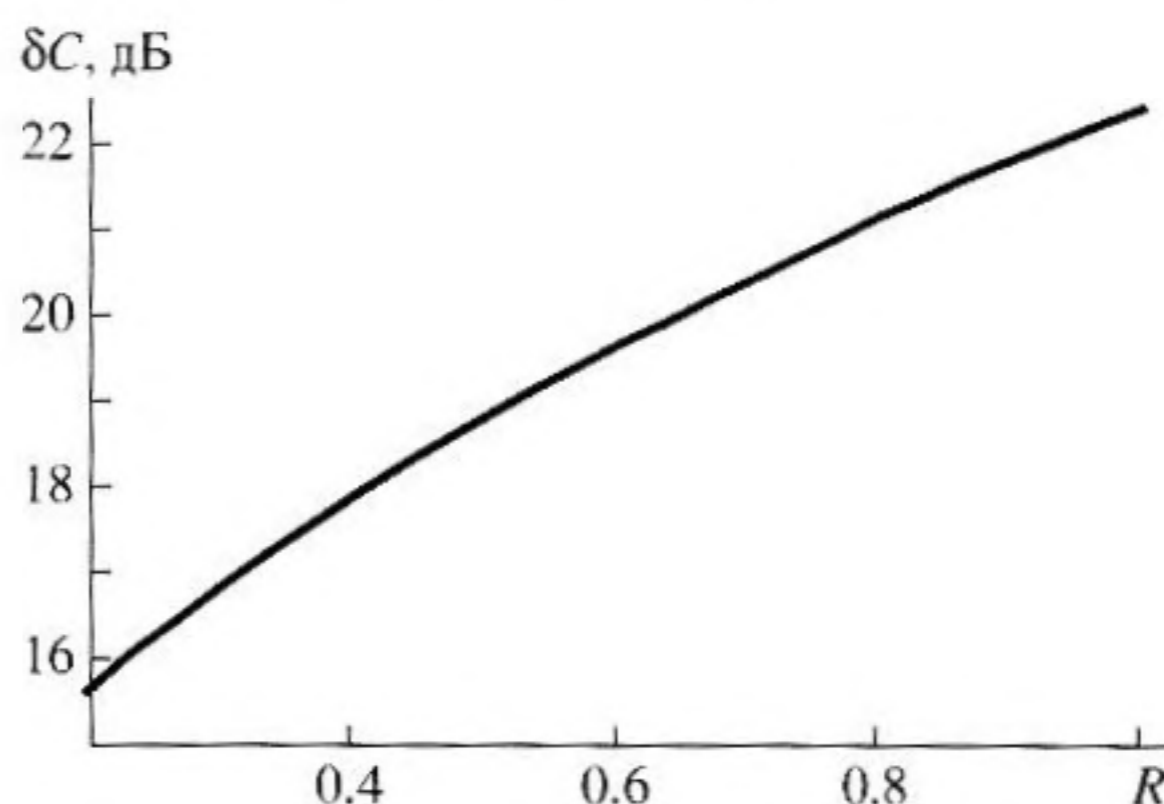


Рис. 5. Влияние стратификации дна на взаимодействие акустических мод и сейсмо-акустических поверхностных волн. Отношение δC коэффициентов преобразования для GC и qR поверхностных волн с равными фазовыми скоростями показано как функция отношения плотностей воды и морских осадков.

где $s = 1$ для qR и $s = 2$ для GC волн. Например, предполагая $\eta = 0.003$, $|dH/dx| = 0.2$, $R = 2/3$, $c_l = 100$ м/с и используя уравнения (3) и (20), находим, что поверхностная волна qR ослабляется на 15 dB, вне зависимости от частоты, при распространении между двумя соседними критическими сечениями. Для поверхностной волны GC с той же фазовой скоростью, что у волны qR , ослабление в этом примере составляет 30 dB. Следовательно, вследствие сильного ослабления в дне, только одна или две низшие акустические моды могут быть эффективно возбуждены поверхностной волной. По той же причине, при глубине моря, превышающей глубину в критическом сечении второй акустической моды, основной вклад в звуковое поле дает первая мода, а вклад поверхностной волны становится пренебрежимо малым. Также вследствие ослабления в дне, взаимодействие мод именно в окрестности критического сечения, а не ниже по склону, дает основной вклад в обмен энергией между поверхностными и объемными волнами.

ВЫВОДЫ

В мелком море с наклонным дном учет сдвиговой жесткости дна критически важен для понимания и моделирования акустических полей под водой, возбуждаемых источниками звука, расположенными на берегу или в области, где глубина моря меньше критической для первой акустической моды. Сдвиговая жесткость, даже очень малая по величине, приводит к существованию сейсмоакустических поверхностных волн, которые распространяются вдоль дна от источника к более глубокой воде, где они возбуждают акустические нормальные волны. Вдали от берега уровень звукового поля, создаваемого источниками на бе-

регу или в очень мелкой воде, весьма чувствителен к наклону дна, стратификации сдвиговой скорости в дне и к фазовой скорости поверхностной волны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кадыков И. Ф.* Акустика подводных землетрясений. М: Наука, 1986. 126 с.
2. *Talandier J., Okal E.* On the mechanism of conversion of seismic waves to and from T waves in the vicinity of islands shores // *Bull. Seism. Soc. Am.* 1998. V. 88. № 2. P. 621–632.
3. *de Groot-Hedlin C., Orcutt J.* T-phase observations in Northern California: Acoustic to seismic coupling at a weakly elastic boundary // *Pure and Applied Geophysics*. 2001. V. 158. № 3. P. 513–530.
4. *Park M., Odom R.I., Soukup D.J.* Modal scattering: a key to understanding oceanic T-waves // *Geophys. Res. Lett.* 2001. V. 28. № 17. P. 3401–3404.
5. *Chapman N.R., Marrett R.* The directionality of acoustic T-phase signals from small magnitude submarine earthquakes // *J. Acoust. Soc. Am.* 2006. V. 119. № 6. P. 3669–3675.
6. *Collins M. D., Coury R. A., Siegmann W. L.* Beach acoustics // *J. Acoust. Soc. Am.* 1995. V. 97. № 5. P. 2767–2770.
7. *Naoi J., Saito H., Tsuchiya T., Kikuchi T.* Propagation of low frequency sound near coast, in: *Proc. 18th International Congress on Acoustics, 4–9 April 2004, Kyoto, Japan (Kyoto, 2004)*. Vol. 2. P. 1657–1660.
8. *Worcester P.F., Spindel R.C.* North Pacific Acoustic Laboratory // *J. Acoust. Soc. Am.* 2005. V. 117. № 3. P. 1499–1510.
9. *Brekhovskikh L.M., Godin O.A.* *Acoustics of Layered Media. II: Point Sources and Bounded Beams*. 2nd ed. Berlin: Springer-Verlag, 1999. XV + 524 pp.
10. *Brekhovskikh L.M., Godin O.A.* *Acoustics of Layered Media. I: Plane and Quasi-Plane Waves*. 2nd ed. Berlin: Springer-Verlag, 1998. X + 242 pp.
11. *Godin O. A., Chapman D. M. F.* Dispersion of interface waves in sediments with power-law shear speed profiles. I: Exact and approximate analytical results // *J. Acoust. Soc. Am.* 2001. V. 110. № 4. P. 1890–1907.
12. *Chapman D.M.F., Godin O.A.* Dispersion of interface waves in sediments with power-law shear speed profiles. II: Experimental observations and inverse modeling // *J. Acoust. Soc. Am.* 2001. V. 110. № 4. P. 1908–1916.
13. *Maupin V.* Surface waves across 2-D structures: A method based on coupled local modes // *Geophys. J.* 1988. V. 33. P. 173–185.
14. *Pierce A.D.* Guided mode disappearance during upslope propagation in variable depth shallow water overlying a fluid bottom // *J. Acoust. Soc. Am.* 1982. V. 72. P. 523–531.
15. *Pierce A.D.* Augmented adiabatic mode theory for upslope propagation from a point source in variable-depth shallow water overlying a fluid bottom // *J. Acoust. Soc. Am.* 1983. V. 74. P. 1837–1847.
16. *Bowles F.A.* Observations on attenuation and shear-wave velocity in fine-grained, marine sediments // *J. Acoust. Soc. Am.* 1997. V. 101. P. 3385–3397.

Surface-to-Volume Wave Conversion in Shallow Water with a Gently Sloping Bottom

O. A. Godin

*CIRES, University of Colorado at Boulder and NOAA/Earth System Research Laboratory, Boulder, CO 80305, USA
e-mail: Oleg.Godin@noaa.gov*

Abstract—Marine sediments support seismoacoustic surface waves, which can propagate along the seafloor, in deep and shallow water, and even onshore. Because of the strong attenuation of compressional and especially shear waves in the sediments, the surface waves can significantly contribute to the acoustic field far from the shore only through their coupling with volume waves in the water. We theoretically study the excitation of acoustic normal modes by seismoacoustic surface waves in a shallow-water waveguide with a sloping bottom consisting of unconsolidated marine sediments. It is found that the coupling primarily occurs in the vicinity of a modal cutoff. The effects of geoacoustic parameters and stratification of soft marine sediments on the efficiency of surface-to-volume conversion are investigated.