

УДК 591.463.21

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО СПЕКТРА
ИЗОТРОПНОГО ПОЛЯ ФОНОВЫХ ВНУТРЕННИХ ВОЛН

© 2009 г. В. М. Кузькин, С. А. Пересёлков*

Научный центр волновых исследований Института общей физики

им. А.М. Прохорова РАН

119991 Москва, ул. Вавилова 38

E-mail: kumiov@yandex.ru

*Воронежский государственный университет

394693 Воронеж, Университетская пл. 1

E-mail: pereselkov@yandex.ru

Поступила в редакцию 26.12.07 г.

В рамках компьютерного моделирования рассмотрено модельное восстановление двумерного пространственного спектра изотропного поля фоновых внутренних волн. Решение обратной задачи основано на информации о частотных смещениях интерференционных максимумов звукового поля. Приведены результаты восстановления спектра, как с применением фокусировки обращенного волнового поля, так и в ее отсутствие. Проиллюстрированы возможности мониторинга по отношению к интерференционной картине, формируемой разным модовым составом.

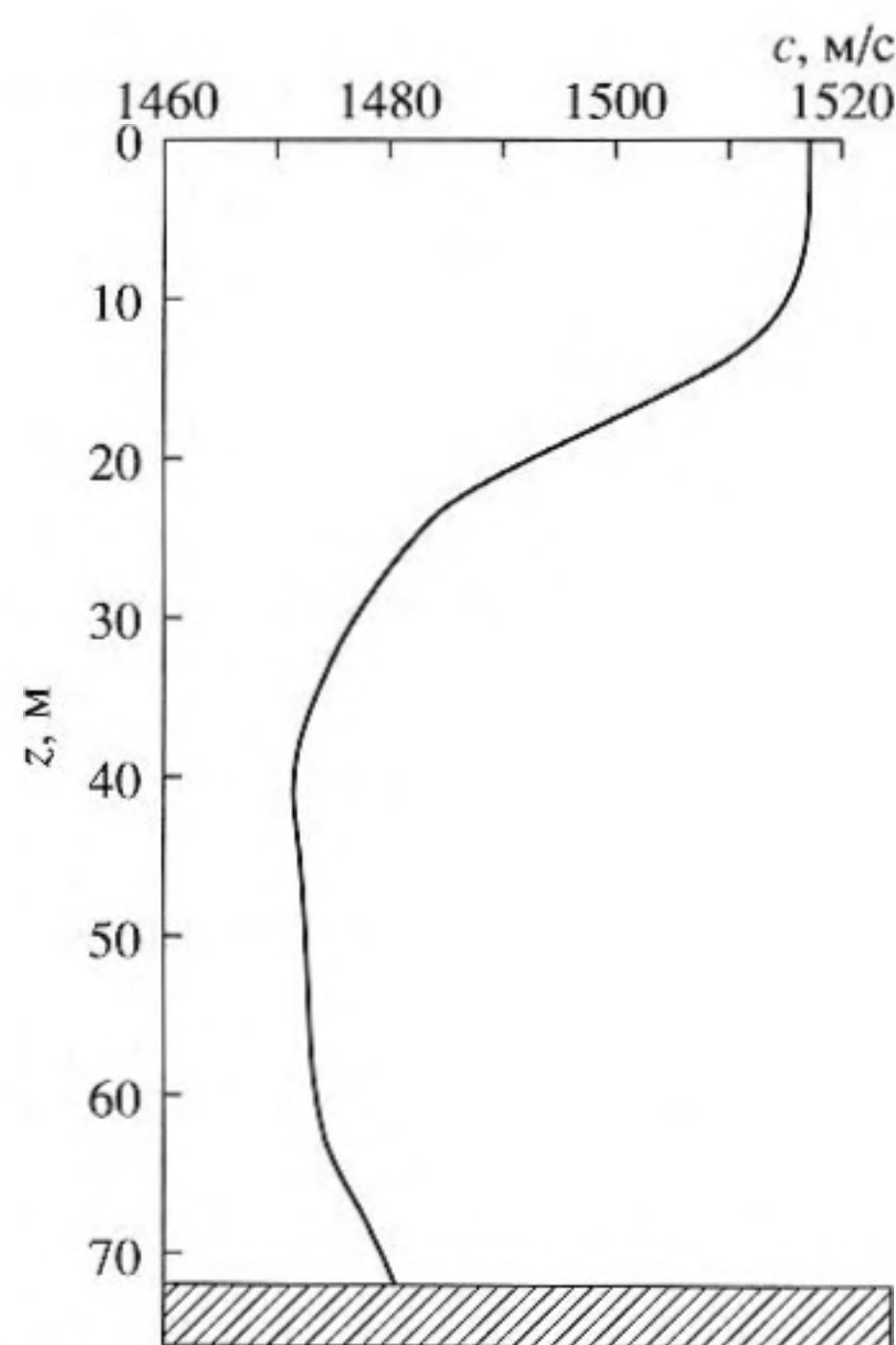
PACS: 43.30.Pc

Информация о частотных смещениях интерференционной структуры звукового поля позволяет, применяя схему кругового разнесения точек наблюдения, восстанавливать двумерный пространственный спектр океанических неоднородностей [1]. Под частотными сдвигами интерференционной картины понимаются частотные смещения положения максимумов поля. Такой акустический метод диагностики ранее, при обсуждении вопроса о восстановлении частотного спектра поля фоновых внутренних волн (ФВВ), получил название свип-мониторинг (мониторинг качающейся частоты) [2, 3].

В данной работе эффективность алгоритма решения обратной задачи [1] демонстрируется на примере восстановления двумерного пространственного спектра изотропного поля ФВВ.

При компьютерном моделировании выбрана модель мелководной акватории, описанная в [4], и использованная при моделировании в [2, 3]. Невозмущенное распределение скорости звука по глубине показано на рис. 1. Глубина волновода $H = 72$ м. Параметры дна: комплексный показатель преломления $n = 0.82(1 + i0.0075)$, отношение плотности грунта и воды $g = 1.8$. Точки наблюдения (приемники) расположены по периметру окружности на горизонте $z_0 = 60$ м и удалены от источника на расстояние $r_0 = |r_0| = 15$ км, который находится в центре рассматриваемой акватории (рис. 2). Число приемников $G = 500$, они эквидистантно размещены с интервалом дискретизации

полярного угла $\delta\theta = 0.72^\circ$, т.е. с периодом $\rho \approx 188$ м. В качестве источника S рассматривались как точечный излучатель, расположенный на глубине $z_* = 50$ м, так и вертикальная антенна. Антенна, обращающая волну в точки приема

Рис. 1. Невозмущенный профиль скорости звука $c(z)$.

$Q(\mathbf{r}_0, z_0)$, состояла из $l = 25$ числа эквидистантно расположенных точечных излучателей с периодом $d = 3$ м. Нижний элемент находился на дне, $z = H$, а верхний – на поверхности, $z = 0$.

В полосе $\Delta f = (200-260)$ Гц рассматривалось излучение монохроматических сигналов равной амплитуды с интервалом дискретизации $\delta f = 0.5$ Гц. Число распространяющихся мод $M = 12$. Моды с номерами $m = (1-4)$ относятся к группе низших мод, лучи которых не касаются верхней границы, а моды с номерами $m = (5-12)$ – к высшей группе, лучи которых отражаются от границы $z = 0$. Анализировались флуктуации интерференционной картины образующейся как наложением полей двух групп мод, так и модами только низшей группы. Эффекты межмодового взаимодействия учитывались для всех $M = 12$ распространяющихся по трассе мод. Интерференционная структура поля моделировалась с применением фокусировки обращенного поля и в ее отсутствие.

Фокусировка поля обращением волнового фронта на опорной частоте излучения $f_0 = 230$ Гц в точках приема $Q(\mathbf{r}_0, z_0)$ осуществлялась по алгоритму невозмущенной среды [5]. В присутствии возмущения фокусировка производилась изменением опорной частоты излучения, не меняя распределения обращенного поля на апертуре, сформированного в отсутствие ФВВ. На частоте перестройки f в точках наблюдения достигался максимум поля. Рассматривалась фокусировка поля, образованного как модами низшей группы, так и совокупностью мод двух групп.

Фокусировка обращенного поля, по сравнению с точечным источником, обладает рядом характерных особенностей. Во-первых, ее использование позволяет ослабить влияние границ и тем самым снизить уровень реверберационных сигналов. При наличии шума повышается отношение сигнал/шум. Оба этих фактора способствуют снижению ошибки в индикации положения максимума и, следовательно, к повышению точности восстановления спектра возмущения в условиях помеховой обстановки. Во-вторых, фокусировка поля сохраняет конструктивную интерференцию мод на больших дистанциях, лежащую в основе данного метода. Как известно, с увеличением длины трассы моды постепенно расфазировываются, что приводит к разрушению интерференционной картины. В-третьих, интерференционная картина различных групп мод неодинаково чувствительна по отношению к определенному виду возмущения. Поэтому частотные смещения максимумов для разных групп мод могут заметно различаться между собой. Это накладывает разные требования к ширине полосы источника, если для диагностики используются разные группы мод. Далее, в-четвертых, при фокусировке поля формируется один, ярко выраженный максимум,

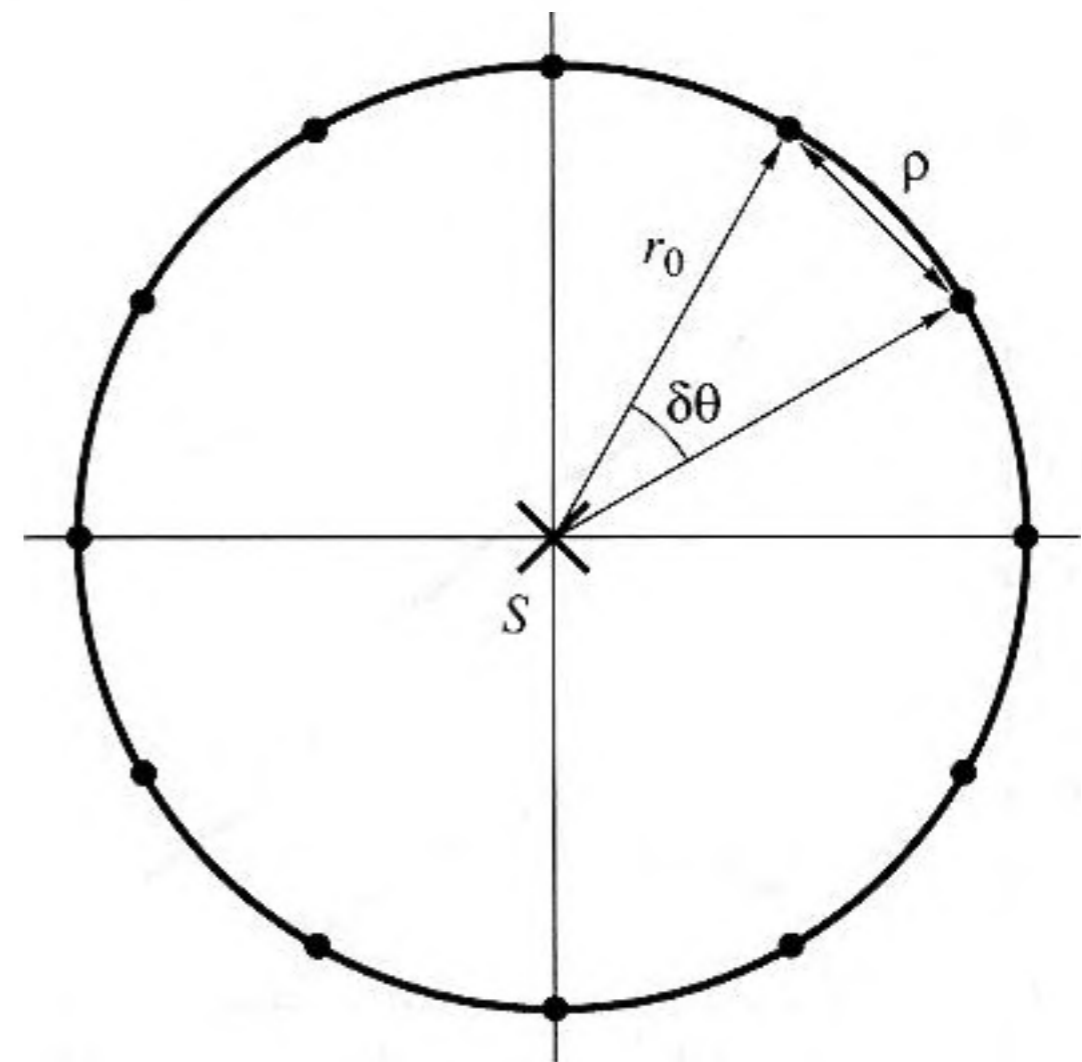


Рис. 2. Схема численного эксперимента в горизонтальной плоскости: $r_0 = 15$ км, $\delta\theta = 0.72^\circ$, $\rho = 188$ м. Точки на окружности – приемники, S – источник.

что облегчает его отслеживание по сравнению со случаем, когда в заданной полосе частот излучения имеет место большое число интерференционных максимумов. Понятно, что при этом существенно упрощается процедура наблюдения за частотными смещениями выбранного максимума поля. Эти обстоятельства, как и ряд других, обуславливают необходимость рассмотрения фокусировки обращенного поля при решении обратной задачи. Важно выявить возможности фокусировки поля в вопросе реконструкции пространственного спектра возмущения.

Заданный модельный пространственный спектр $F_\zeta(\mathbf{k}, z_0)$ на горизонте z_0 статистически однородного и изотропного поля ФВВ изображен на рис. 3. Он рассчитывался из дисперсионного соотношения, связывающего пространственный и частотный спектры в предположении изотропности поля. При этом пики частотного спектра, обусловленные инерционными волнами и внутренними приливами, с целью упрощения процедуры моделирования, не учитывались. Понятно, что при демонстрации эффекта восстановления это не имеет принципиального значения. Алгоритм моделирования j -й случайной реализации колебаний слоев жидкости $\zeta_j(z, r)$ ($j = 1, 2, \dots, J$) при заданной модельной спектральной плотности $F_\zeta(\mathbf{k}, z_0)$ изложен в [4]. Число случайных модельных реализаций ФВВ $J = 10$.

Звуковое поле $u(f, r)$ рассчитывалось методом взаимодействия мод [6]. Обозначим через $\tilde{\Omega}(\mathbf{r}_0) = \Omega(\mathbf{r}_0) - \bar{\Omega}(\mathbf{r}_0)$ флуктуации частоты положения максимума поля в приемной точке. Частота $\Omega(\mathbf{r}_0)$ равна частоте f , на значение которой приходится положение максимума поля, $\max[u(f, \mathbf{r}_0)] = u[\Omega(\mathbf{r}_0)]$.

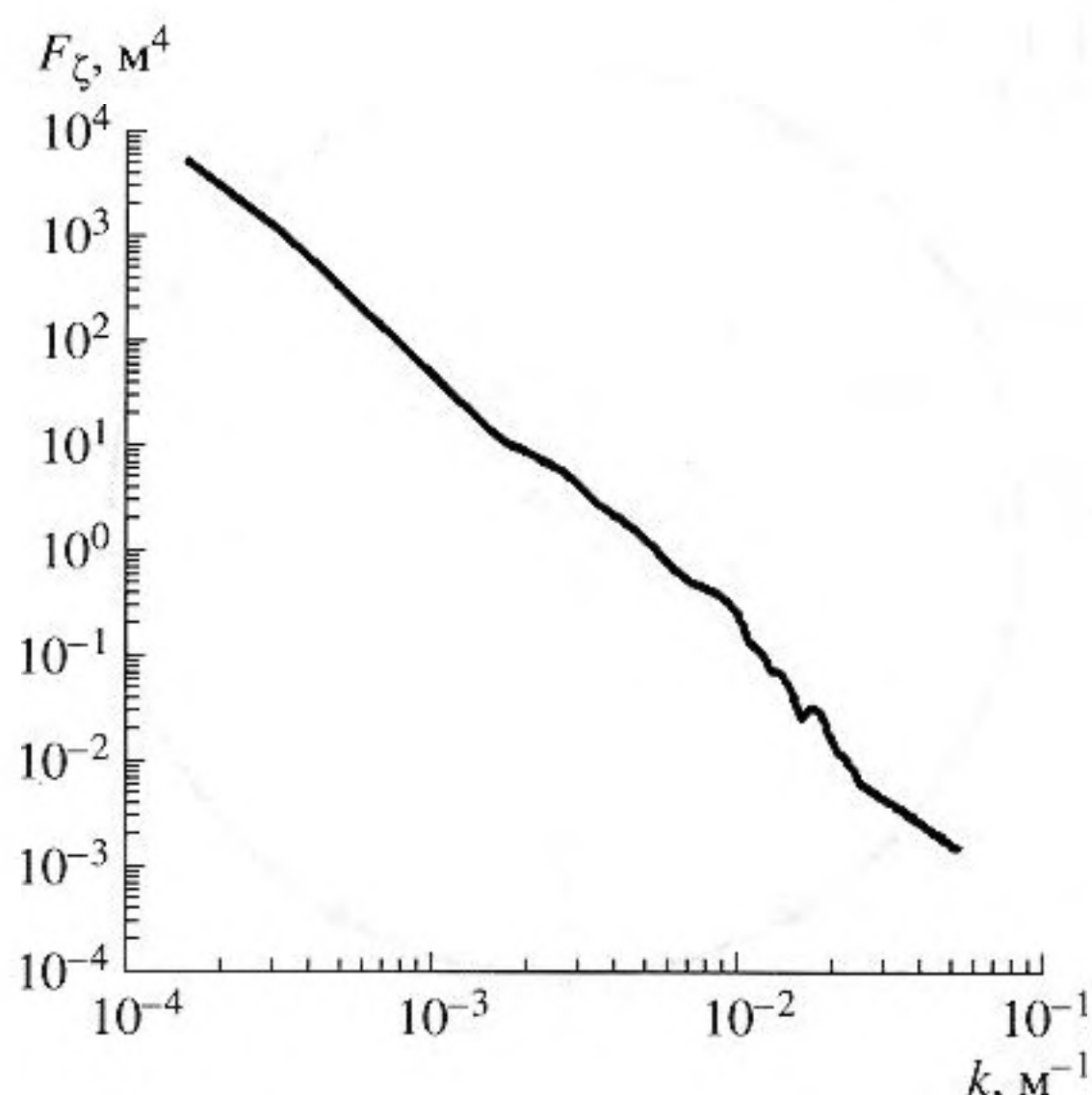


Рис. 3. Заданный модельный пространственный спектр $F_{\zeta}(k)$ изотропного поля ФВВ.

В отсутствие возмущения $\bar{\Omega}(\mathbf{r}_0) = f_0$. На расстоянии r_0 от источника и горизонте z_0 с угловым интервалом $\delta\theta$ отслеживались частотные смещения выбранного интерференционного максимума в окрестности частоты f_0 , обусловленные возмущением среды. По этим данным измерений формировалась j -я случайная реализация $\tilde{\Omega}_j(r_0, \theta)$ поля частотных смещений $\tilde{\Omega}(r_0, \theta)$. Для реализации $\tilde{\Omega}_j(\mathbf{r}_0, \theta)$ вычислялась в полярной системе координат $\mathbf{k} = \mathbf{k}(k, \varphi)$, $k = |\mathbf{k}|$ выборочная двумерная спектральная плотность (периодограмма)

$$S_{\tilde{\Omega}}^{(j)}(k, \varphi) = \frac{1}{\pi r_0^2} \times \left| \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{r_0 2\pi} \int_0^{2\pi} \tilde{\Omega}_j(r_0, \theta) \exp[-irk \cos(\theta - \varphi)] r dr d\theta \right|^2 \quad (1)$$

Периодограмма является случайной функцией пространственной частоты \mathbf{k} . Другими словами, для разных реализаций $\tilde{\Omega}_j(r_0, \theta)$ одного и того же статистически однородного поля $\tilde{\Omega}(r_0, \theta)$ она случайным образом изменяется от одной реализации к другой. Двумерный спектр $F_{\tilde{\Omega}}(k, \varphi)$ флуктуаций частоты $\tilde{\Omega}(r_0, \theta)$ определялся осреднением периодограмм (1) по ансамблю случайных реализаций [7]

$$F_{\tilde{\Omega}}(k, \varphi) = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J S_{\tilde{\Omega}}^{(j)}(k, \varphi). \quad (2)$$

В случае изотропного поля ФВВ взаимосвязь между восстановленным спектром $F_{\zeta}(k, z_0)$ колебаний слоев жидкости на горизонте z_0 и спектром $F_{\tilde{\Omega}}(k)$ частотных смещений интерференционной структуры звукового поля дается выражением [1]

$$F_{\zeta}(k, z_0) = \eta_l^2(\omega_0, z_0) F_{\tilde{\Omega}}(k), \quad (3)$$

где

$$\eta_l^2(\omega_0, z_0) = \frac{[\partial \alpha_0(\omega_0)/\omega]^2 \Psi_1^2(z_0)}{\omega_0^4 [A_{l+1}(\omega_0) - A_l(\omega_0)]^2}, \quad (4)$$

$$A_l = -\frac{Q}{q_{0l} c_0^2(0)} \int_0^H N^2(z) \Psi_1(z) \Psi_{0l}^2(z) dz.$$

Здесь H – глубина волновода; q_{0l} и $\Psi_{0l}(z)$ – постоянная распространения и собственная функция l -й моды звукового поля в невозмущенном волноводе; $\alpha_0(\omega) = q_{0(l+1)}(\omega) - q_{0l}(\omega)$; l – номер опорной моды, в окрестности которой имеет место конструктивная интерференция мод [2]; $c_0(0)$ – скорость звука на горизонте $z = 0$; $\Psi_1(z)$ – собственная функция первой моды ФВВ; $N(z)$ – частота плавучести; $Q \approx 2.4 \text{ с}^2/\text{м}$; $\omega = 2\pi f$ – циклическая частота.

В общем случае множитель η_l^2 (4) зависит от модового состава звукового поля, определяемого приемно-излучающей системой. Это объясняется разной чувствительностью различных групп мод по отношению к возмущению водной среды. Восстановление спектра $F_{\zeta}(k, z_0)$, согласно алгоритму (3), осуществляется в базисе наблюдаемых частотных смещений максимума интерференционной картины.

С целью уменьшения ошибки рассогласования между модельным и восстановленным спектрами, вызванной конечным объемом выборки, модельный спектр колебания $\zeta(r_0, \theta)$ так же вычислялся осреднением (3) его периодограмм по ансамблю случайных реализаций возмущения.

Результаты численного эксперимента представлены на рис. 4–11. Далее аргумент z_0 у соответствующих величин опускается.

Характер пространственной изменчивости поля ФВВ и частотных сдвигов положений максимума звукового поля иллюстрируют рис. 4, 5. На рис. 4 приведена случайная реализация колебаний $\zeta(\theta)$ слоев жидкости. Случайный процесс $\zeta(\theta)$, как видно, носит квазипериодический характер и обладает несколькими отчетливо выраженными угловыми масштабами изменения – $\vartheta_1 \approx 5^\circ$, $\vartheta_2 \approx 12^\circ$ и $\vartheta_3 \approx 225^\circ$. Углам ϑ_1 и ϑ_2 отвечают быстрые и слабые флуктуации, а углу ϑ_3 – медленные и сильные изменения. Амплитуда колебаний $\Delta\zeta \approx 1.8 \text{ м}$. Применительно к данной случайной реализации возмущения рис. 5 демонстрирует поведение ча-

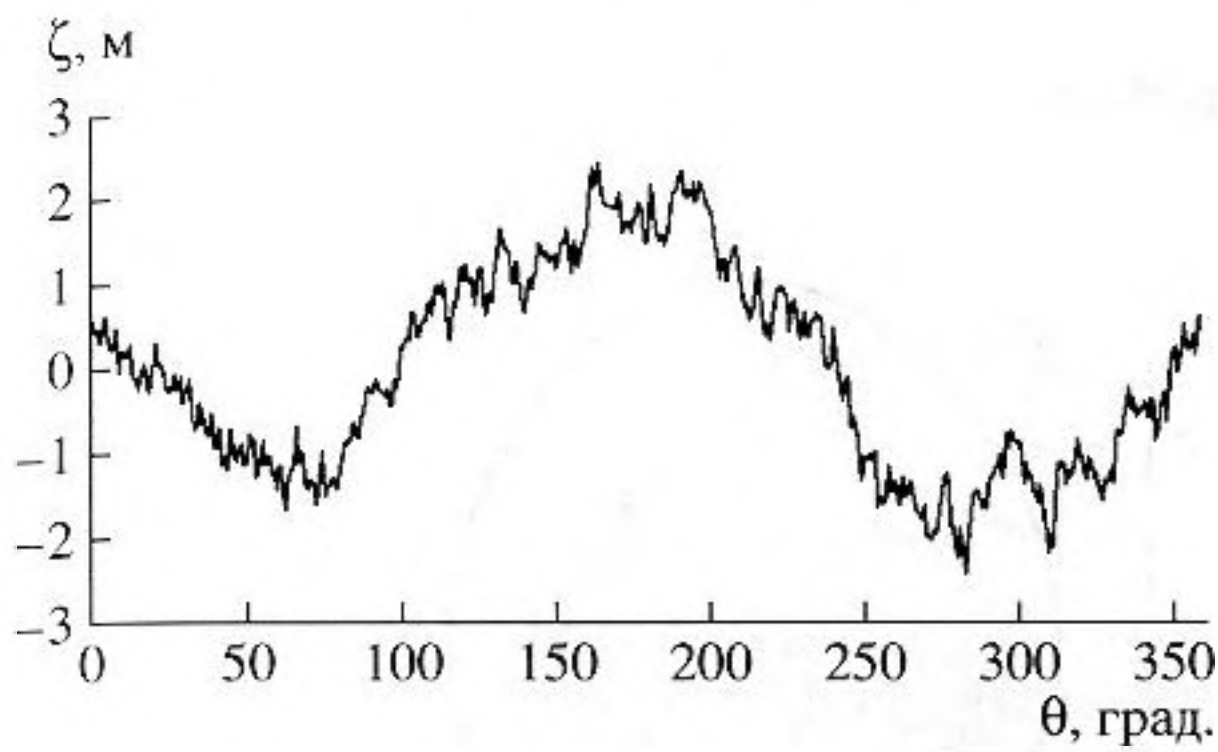


Рис. 4. Зависимость вертикальных колебаний слоев жидкости ζ от азимутального угла θ на расстоянии $r_0 = 15$ км от источника.

стотных смещений $\tilde{\Omega}(\theta)$ пространственной интерференционной картины при различных условиях формирования звукового поля. Далее под $\tilde{\Omega}_1(\theta)$ понимаются частотные смещения поля, обусловленного формированием низших мод, а под $\tilde{\Omega}_2(\theta)$ – формированием всех распространяющихся мод. Зависимости $\tilde{\Omega}_{1,2}(\theta)$, если отвлечься от скачков $\tilde{\Omega}_2(\theta)$, имеют плавный характер по сравнению с $\zeta(\theta)$. Это показывает, что частотные смещения не отслеживают мелкомасштабные быстрые флуктуации слоев жидкости (рис. 4). Такой характер изменения поля обусловлен, очевидно, возрастанием ошибки в индикации положений максимумов интерференционной картины, вызванных слабыми и быстрыми флуктуациями возмущения среды. Следовательно, в области высоких пространственных частот можно

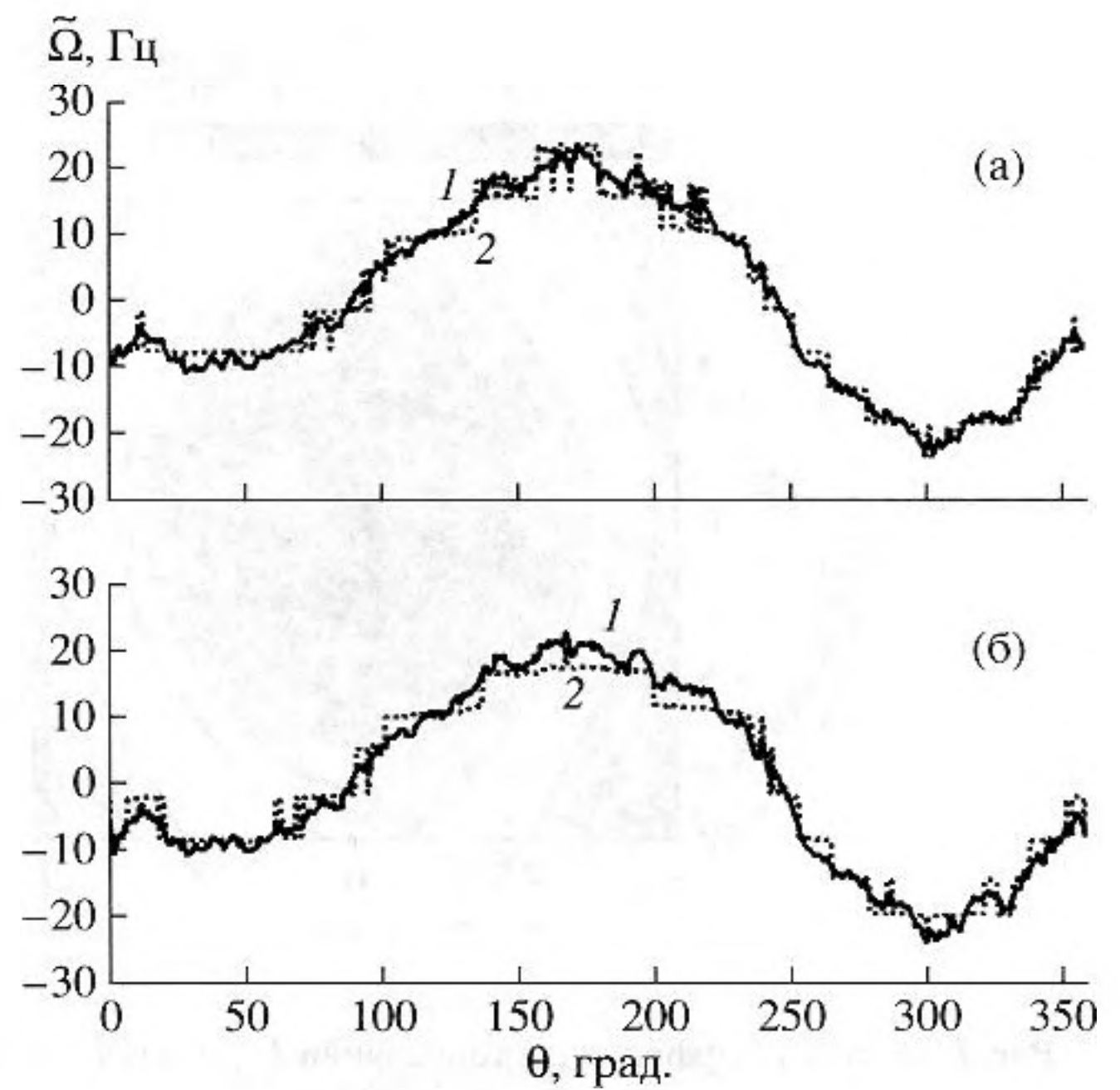


Рис. 5. Зависимость частотных смещений $\tilde{\Omega}$ пространственной интерференционной картины от азимутального угла θ на расстоянии $r_0 = 15$ км от источника: а) в отсутствие фокусировки; б) при использовании фокусировки. Кривая 1 (точки) – $\tilde{\Omega}_1(\theta)$, поле формируется низшими модами; кривая 2 (сплошная линия) – $\tilde{\Omega}_2(\theta)$, поле формируется всеми модами.

ожидать увеличения расхождения между модельным и восстановленными спектрами ФВВ. Как видно из рис. 5, частотные смещения интерференционной картины в случае фокусировки поля и без нее дают практически одинаковый результат.

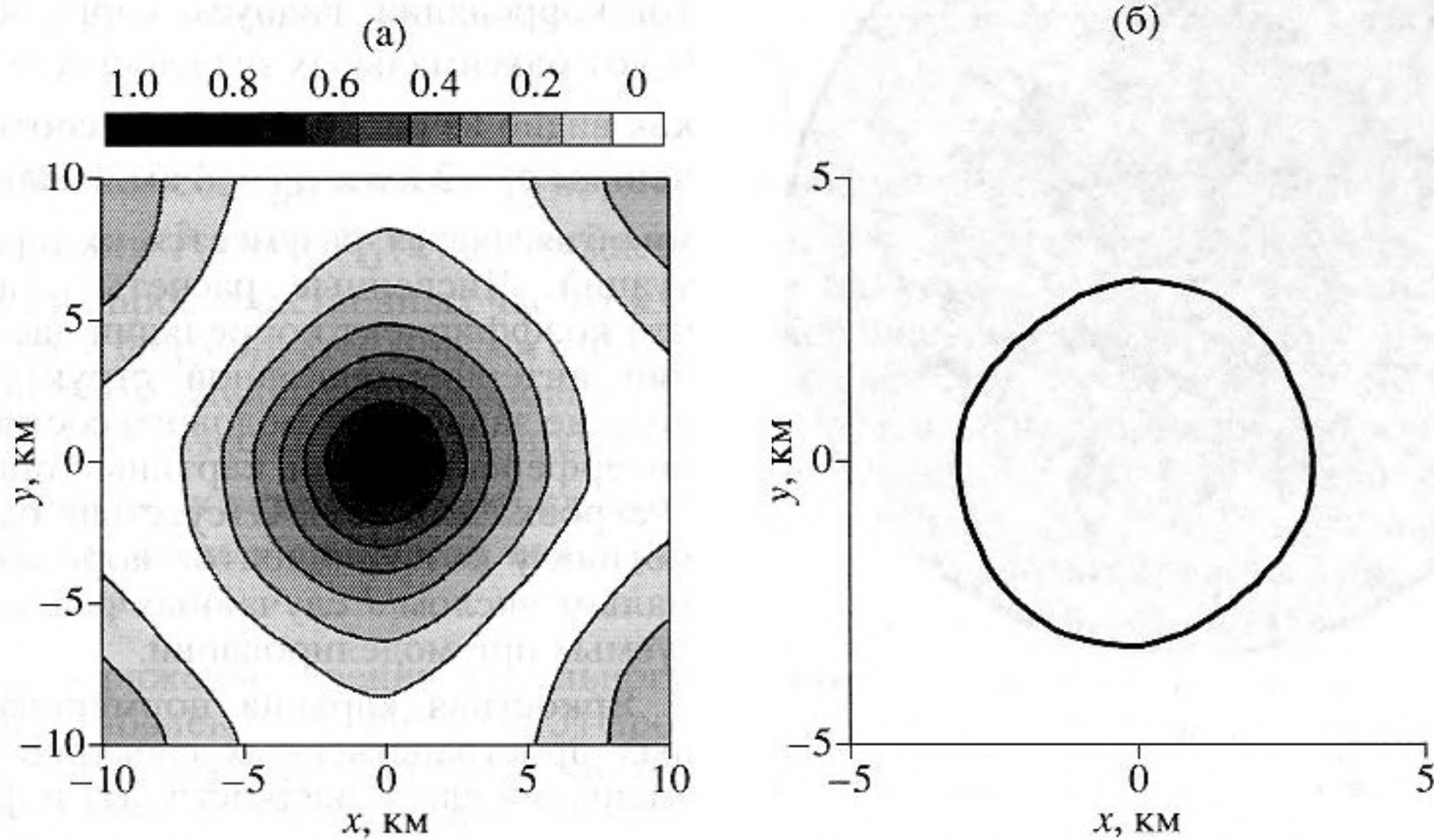


Рис. 6. Модуль коэффициента корреляции $K_\zeta(x, y)$ случайного поля $\zeta(\mathbf{r})$: а) яркостная картина; б) кривая на уровне 0.5.

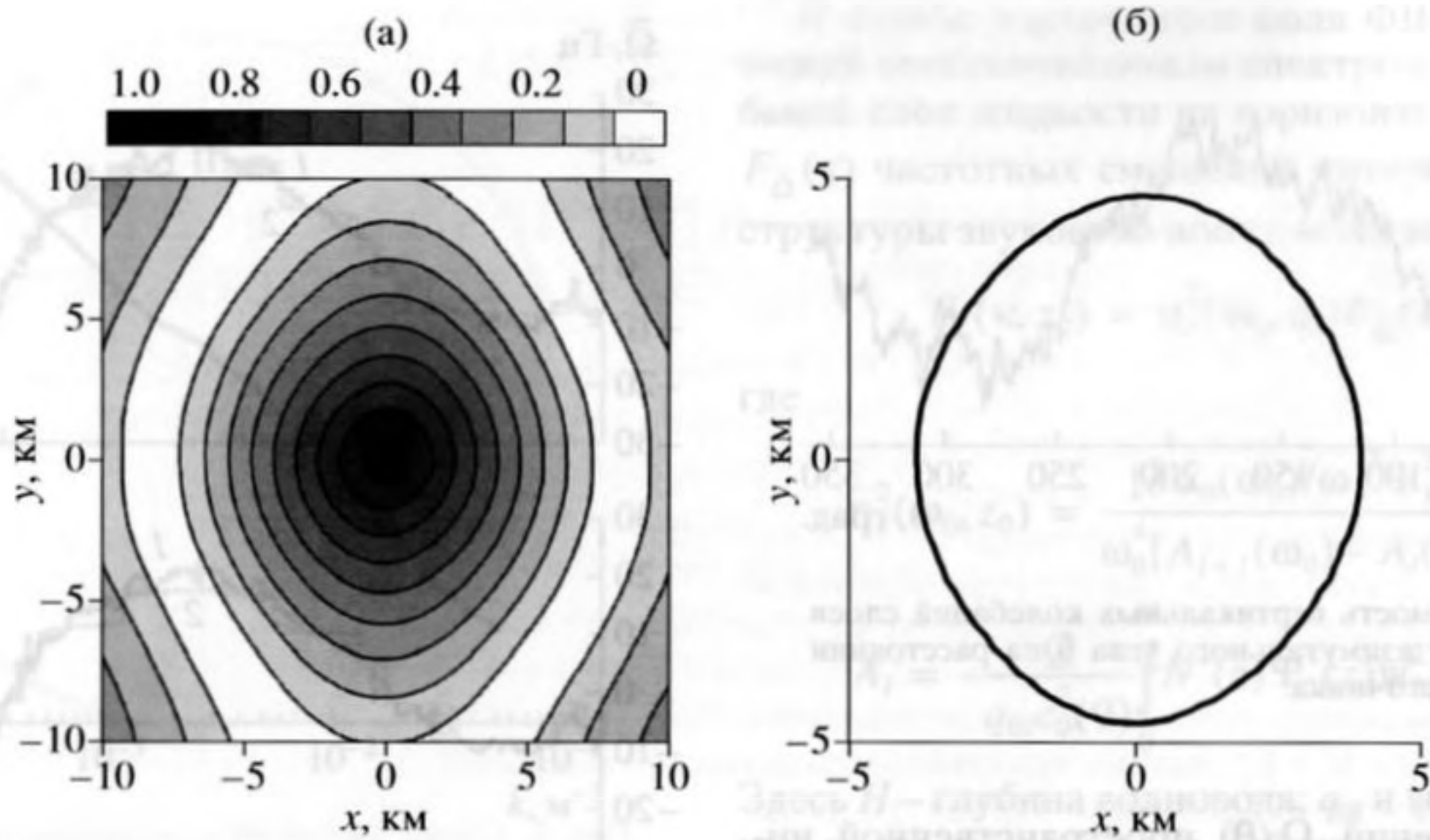


Рис. 7. Модуль коэффициента корреляции $K_{\tilde{Q}}(x, y)$ случайного поля $\tilde{Q}(\mathbf{r})$: а) яркостная картина; б) кривая на уровне 0.5.

Амплитуда частотных смещений практически не зависит от модового состава поля, $\Delta\tilde{\Omega}_1 \approx \Delta\tilde{\Omega}_2 = \Delta\tilde{\Omega}$, и составляет $\Delta\tilde{\Omega} \approx 23$ Гц. Таким образом, выравнивание изменений фаз мод изменением частоты излучения приводит в обоих случаях к одинаковому результату. Объяснение этой особен-

ности состоит в том, что в рассматриваемом случае точность индикации положений локального максимума интерференционной картины и максимума фокального пятна одинаковы. Скачки флуктуаций частоты $\tilde{\Omega}_2(\theta)$ обусловлены низкой чувствительностью мод высшей группы звукового поля по отношению к возмущению среды ФВВ. Частотные смещения интерференционной структуры поля, формируемой модами высшей группы, крайне малы и в силу этого не отражены на рис. 5.

Особенности пространственной корреляции случайных полей $\zeta(\mathbf{r})$ и $\tilde{Q}(\mathbf{r})$ поясняют рис. 6, 7, на которых представлены модули их коэффициентов корреляции. Радиусы корреляции на уровне 0.5 от максимальных значений $|K_{\zeta}(x, y)|$ и $|K_{\tilde{Q}}(x, y)|$, как видно из рис. 6, б) и 7, б), соответствуют значениям $\rho_{\zeta} \approx 3$ км и $\rho_{\tilde{Q}} \approx 4$ км. Различие между ними объясняется, разумеется, их характером флуктуаций. Численные расчеты свидетельствуют, что коэффициент корреляции частотных смещений интерференционной структуры звукового поля не зависит от модового состава и характера интерференционной картины (применяется фокусировка или нет). Отсутствие радиальной симметрии у коэффициентов корреляции связано с малым числом J случайных реализаций, используемых при моделировании.

Яркостная картина нормированных двумерных пространственных спектров вертикальных смещений слоев жидкости $\zeta(\mathbf{r})$ и флуктуаций частоты $\tilde{Q}(\mathbf{r})$ показаны на рис. 8, 9. Шкала градаций цветности дана в логарифмическом масштабе.

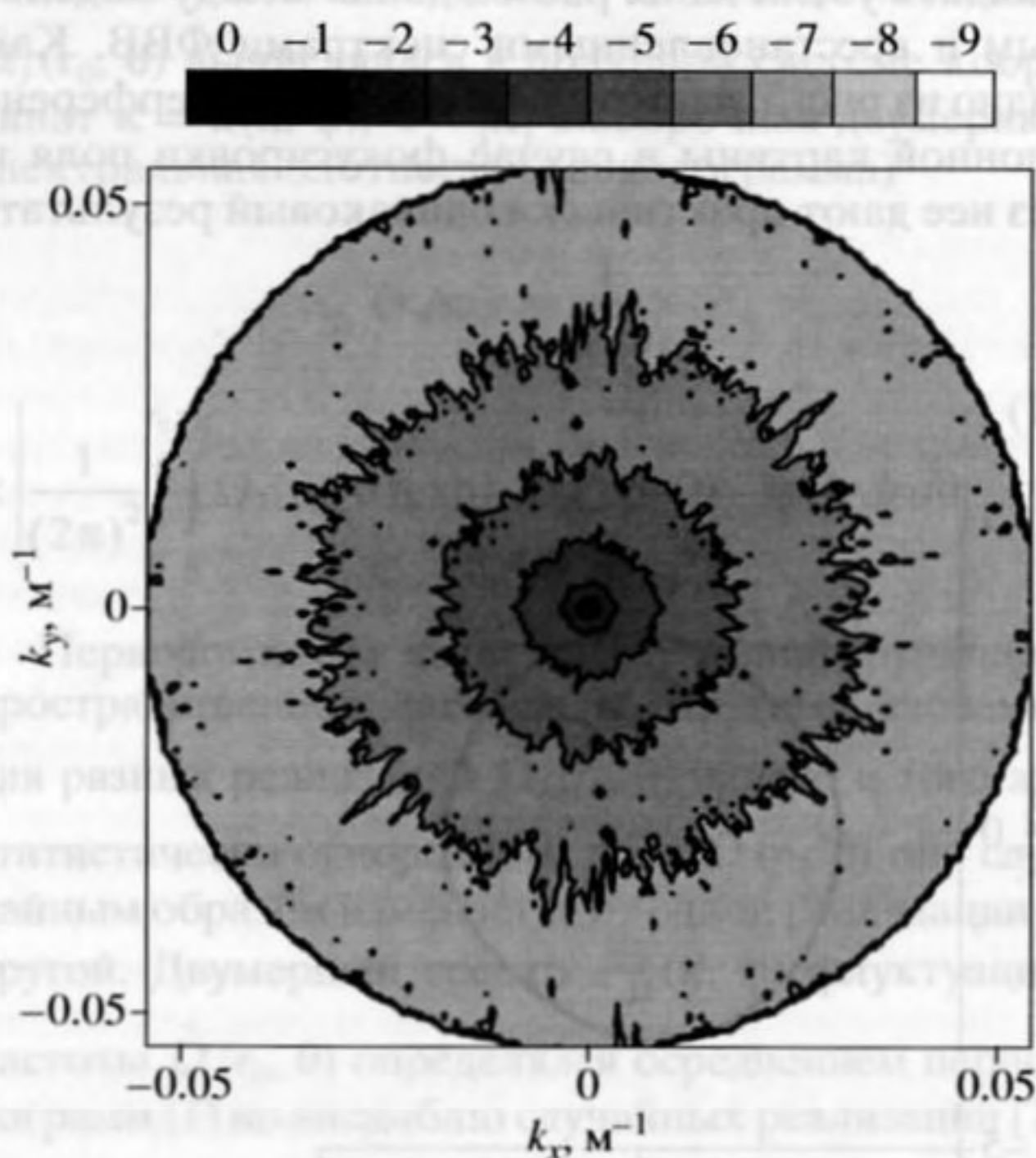


Рис. 8. Яркостная картина нормированного пространственного спектра $\hat{F}_{\zeta}(\mathbf{k})$ случайного поля $\zeta(\mathbf{r})$.

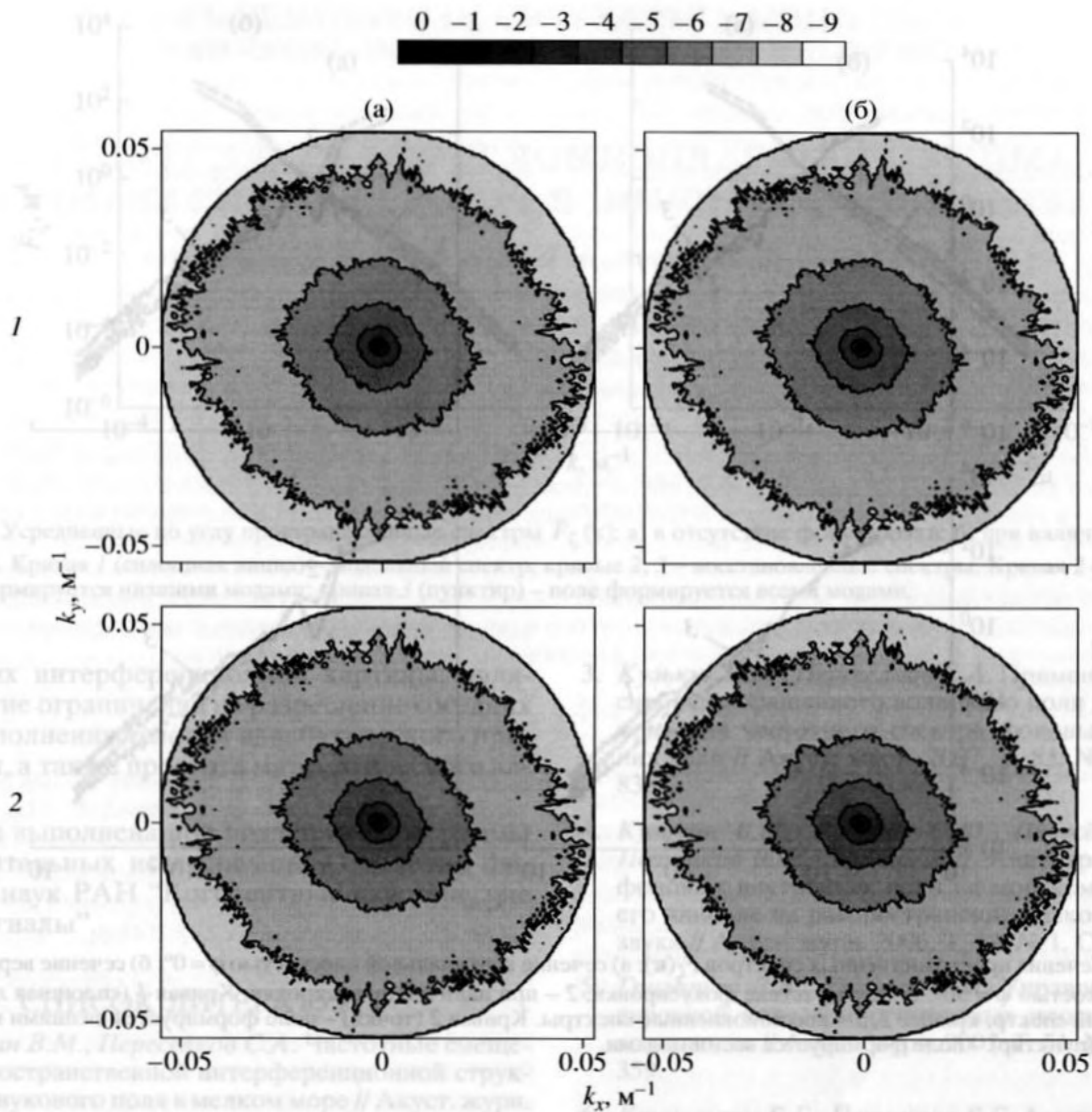


Рис. 9. Яркостная картина нормированного пространственного спектра $\hat{F}_{\tilde{\Omega}}(\mathbf{k})$ случайного поля $\tilde{\Omega}(\mathbf{r})$: а) поле формируется низшими модами; б) поле формируется всеми модами. 1 – в отсутствие фокусировки; 2 – при использовании фокусировки.

Как видно, наилучшее совпадение между нормированными спектрами $\hat{F}_{\zeta}(\mathbf{k})$ и $\hat{F}_{\tilde{\Omega}}(\mathbf{k})$ наблюдается в области низких пространственных частот \mathbf{k} и в случае, когда поле формируется модами с номерами (1–12). При этом влияние фокусировки обращенного поля практически никак не проявляется. Эта особенность поведения $\hat{F}_{\tilde{\Omega}}(\mathbf{k})$ следует из рассмотрения частотных смещений интерференционной картины.

На рис. 10 изображены сечения модельного (кривая 1) и восстановленных (кривые 2, 3) пространственных спектров колебаний слоев жидкости $\zeta(\mathbf{r})$ для двух сечений вертикальной плоскостью $\varphi = 0^\circ$ и $\varphi = 90^\circ$. Спектры восстановлены по данным измерений пространственного спектра

флуктуаций частоты $\tilde{\Omega}(\mathbf{r})$, используя алгоритм (3). Восстановление спектров осуществлялось для разных условий приема и для разных видов интерференционной картины. Кривые рис. 10, 1) получены в отсутствие фокусировки, а кривые рис. 10, 2) – при использовании фокусировки. Кривые 2 и 3 получены для условий, когда интерференционная картина формируется модами с номерами (1–4) и (1–12) соответственно. При восстановлении во всех случаях использовалась аналитическая оценка множителя (4), равная $\eta_l^2 = (0.053)^2 (\text{м} \cdot \text{с})^2$, отвечающая модам низшей группы [2, 3]. Такой выбор вызван тем, что амплитуда частотных смещений $\tilde{\Omega}(\mathbf{r})$ практически не зависит от модового состава поля и характера интерференционной кар-

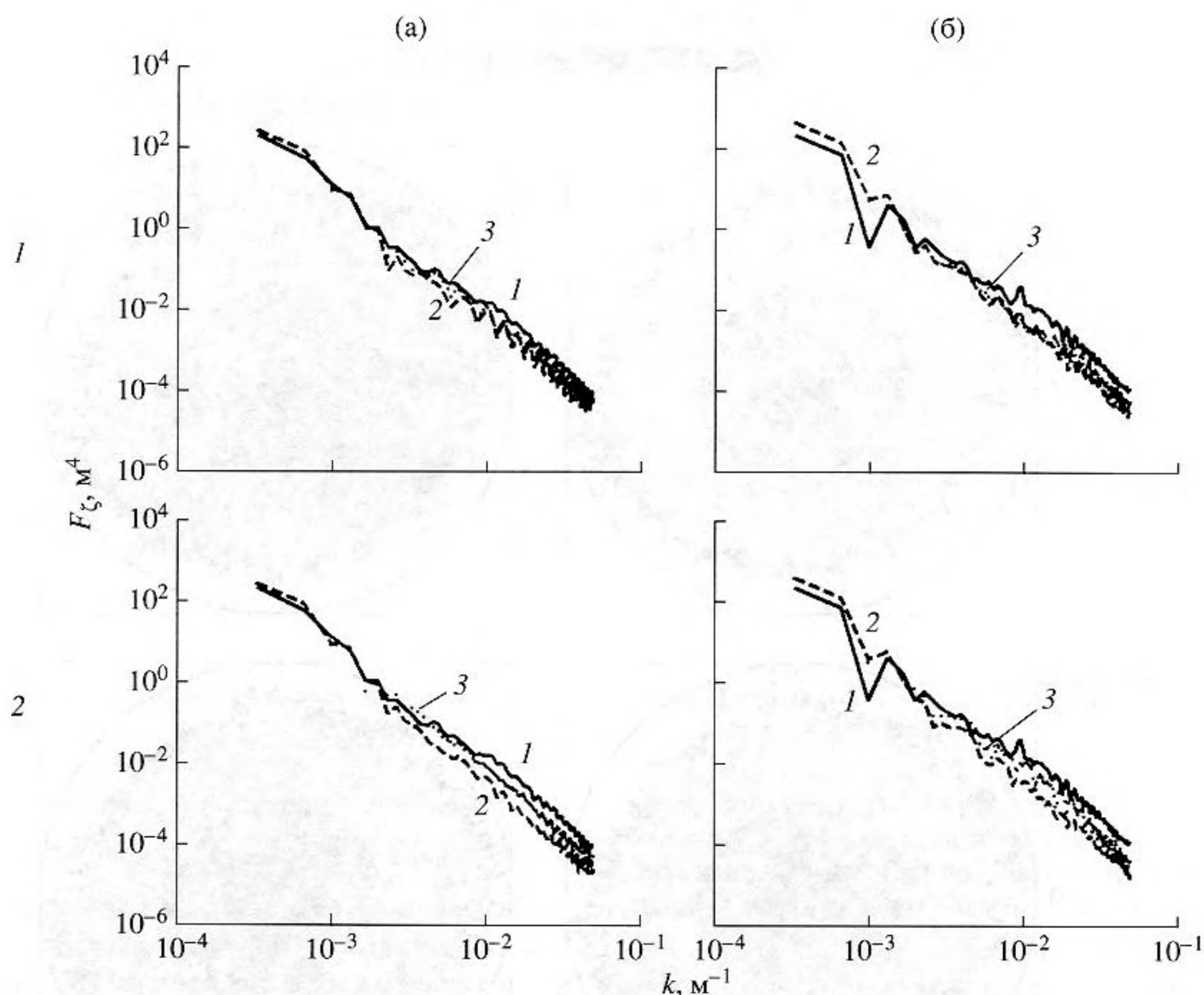


Рис. 10. Сечения пространственных спектров $F_{\zeta}(\mathbf{k})$: а) сечение вертикальной плоскостью $\varphi = 0^\circ$; б) сечение вертикальной плоскостью $\varphi = 90^\circ$. 1 – в отсутствие фокусировки; 2 – при наличии фокусировки. Кривая 1 (сплошная линия) – модельный спектр; кривые 2, 3 – восстановленные спектры. Кривая 2 (точки) – поле формируется низшими модами; кривая 3 (пунктир) – поле формируется всеми модами.

тины. Как видно из рис. 10, независимо от модового состава звукового поля и характера интерференционной картины наибольшее расхождение между модельным и восстановленными спектрами имеет место в области высоких пространственных частот. При этом расхождение минимально, если поле формируется всеми распространяющимися $M = 12$ модами. Разумеется, эти отличия связаны с отмеченными выше особенностями яркостной картины нормированных спектров $\hat{F}_{\zeta}(\mathbf{k})$ и $\hat{F}_{\Omega}(\mathbf{k})$ (рис. 8, 9).

Сечения спектров, в силу небольшого числа случайных реализаций, различны для разных направлений φ в интервале углов $(0, 2\pi)$. Поэтому за оценку пространственного спектра изотропного поля естественно принять спектр, усредненный по ансамблю углов φ :

$$\bar{F}_{\zeta}(\mathbf{k}) = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P F_{\zeta}(\mathbf{k}, \varphi_p), \quad \varphi_p = p18^\circ, \quad (5)$$

$$p = 0, 1, \dots, P, \quad P = 19.$$

На рис. 11 представлены усредненные (5) модельный и восстановленные спектры колебаний слоев жидкости. Усреднение приводит к более плавной зависимости и улучшению согласования между ними. Вместе с тем, как и следовало ожидать, характерные особенности поведения кривых рис. 11, относящиеся к кривым рис. 10, сохраняются.

Таким образом, результаты компьютерного моделирования иллюстрируют работоспособность метода мониторинга [1] по восстановлению двумерного пространственного спектра изотропного поля ФВВ. Сравнительный анализ результатов, полученных в отсутствие и при использовании фокусировки обращенным волновым фронтом, показывает, что фокусировка не приводит к повышению эффективности восстановления спектра. При этом точность восстановления спектра определяется модовым составом звукового поля. Она выше в случае, если поле формируется всеми распространяющимися модами и незначительно снижается, если поле формируется модами низшей группы. Основными достоинствами метода, основанного на информации о частотных

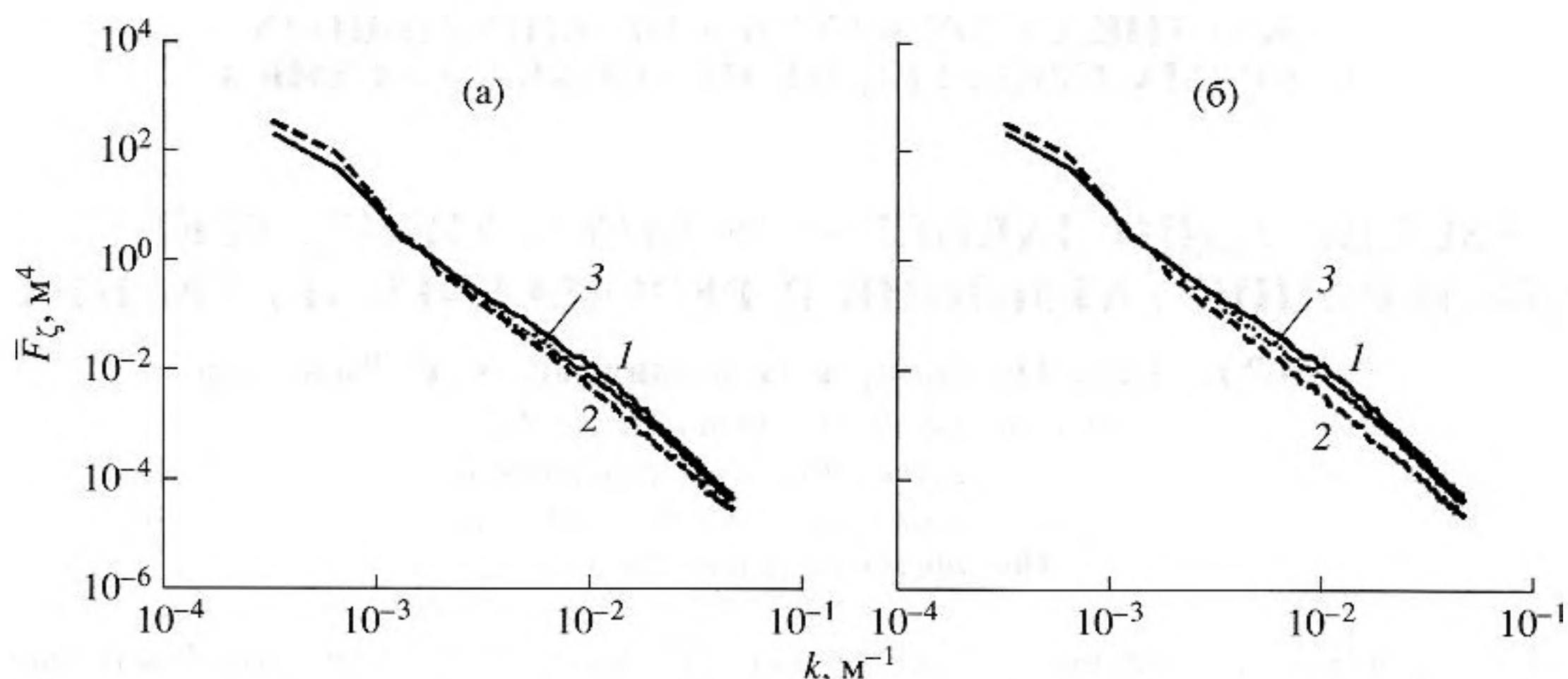


Рис. 11. Усредненные по углу пространственные спектры $\bar{F}_\zeta(k)$: а) в отсутствие фокусировки; б) при наличии фокусировки. Кривая 1 (сплошная линия) – модельный спектр; кривые 2, 3 – восстановленные спектры. Кривая 2 (точки) – поле формируется низшими модами; кривая 3 (пунктир) – поле формируется всеми модами.

смещениях интерференционной картины, являются снятие ограничений на разрешение соседних мод и выполнения условий адиабатического приближения, а также простота математического алгоритма.

Работа выполнена при поддержке программы фундаментальных исследований Отделения физических наук РАН “Когерентные акустические поля и сигналы”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузькин В.М., Пересёлков С.А. Частотные смещения пространственной интерференционной структуры звукового поля в мелком море // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 3. С. 431–438.
2. Кузькин В.М., Пересёлков С.А. Акустический свип-мониторинг фоновых внутренних волн // Акуст. журн. 2007. Т. 53. № 4. С. 557–564.
3. Кузькин В.М., Пересёлков С.А. Применение фокусировки обращенного волнового поля для восстановления частотного спектра фоновых внутренних волн // Акуст. журн. 2007. Т. 53. № 6. С. 833–838.
4. Кузькин В.М., Лаврова О.Ю., Пересёлков С.А., Петников В.Г., Сабинин К.Д. Анизотропное поле фоновых внутренних волн на морском шельфе и его влияние на распространение низкочастотного звука // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 1. С. 74–86.
5. Григорьев В.А., Кузькин В.М. Управление фокусировкой поля в многомодовых плоскостойких волноводах // Акуст. журн. 2005. Т. 51. № 3. С. 352–359.
6. Кацнельсон Б.Г., Петников В.Г. Акустика мелкого моря // М.: Наука. 1997. 197 с.
7. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника // М.: Радио и связь, 1982. 624 с.