

**АКУСТИЧЕСКАЯ ЭКОЛОГИЯ,
ШУМЫ И ВИБРАЦИЯ**

УДК 534.222

**ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЙ ФУНКЦИОНАЛ
ТУРБУЛЕНТНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ
В ЗАДАЧАХ ГИДРОАЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ШУМООБРАЗОВАНИЯ**

© 2009 г. Е. Б. Кудашев, Л. Р. Яблоник*

Институт космических исследований РАН

117997 Москва, ул. Профсоюзная 84/32

Тел.: (495)333-1234; Факс: (495)333-1248

E-mail: kudashhev@iki.rssi.ru

**ОАО "НПО ЦКТИ" им. И.И. Ползунова*

191167 Санкт-Петербург, ул. Атаманская 3/6

Тел.: (812)578-8772; Факс: (812)717-5932

E-mail: yablonik@gmail.com

Поступила в редакцию 19.03.08 г.

Рассматривается детальное вероятностное представление полей турбулентных давлений в задачах гидродинамической акустики. Показано, что в прикладных задачах контроля гидроаэродинамических шумов представления о характеристических функционалах турбулентных давлений необходимы при решении задач, связанных с нелинейным шумообразованием в системах поток–конструкция. Турбулентные течения, различающиеся статистической природой генерации турбулентных пульсаций, должны описываться различными функциональными моделями. Применение функциональных моделей позволяет свести задачу определения характеристического функционала поля турбулентных давлений к изучению ограниченного числа параметров, присущих рассматриваемому типу турбулентного обтекания.

PACS: 47.85.Lf

**МЕХАНИЗМЫ ТУРБУЛЕНТНОГО
ШУМООБРАЗОВАНИЯ**

Пристеночные турбулентные пульсации давления представляют собой важный фактор нестационарного воздействия потоков на обтекаемые элементы конструкций и сопутствующей генерации аэрогидродинамических шумов. Турбулентные пульсации давления в пограничном слое являются причиной возникновения интенсивных вибраций различных технических устройств: фюзеляжи авиалайнеров, корпуса судов, лопасти гребных и воздушных винтов, стенки трубопроводов, корпуса автомобилей, поездов и т.п.

Вибрации, индуцированные турбулентностью пограничного слоя, будучи сами по себе важным в инженерных приложениях фактором, в свою очередь порождают излучение звука в окружающее пространство, что затрудняет работу гидроакустических устройств и других бортовых приборов, ухудшает комфорт пассажиров на скоростных транспортных средствах.

Исследования процессов генерации шума турбулентными потоками и гидродинамических источников шума ведутся уже более пятидесяти лет [1–6]. За это время сформировано новое научное направление – гидродинамическая (аэродинами-

ческая) акустика [7–15]. Отметим, что основные научные результаты, полученные при исследовании турбулентных пульсаций давления и описании генерируемых ими акустических полей, связаны с успешным применением методов статистической гидродинамики. Используемые при этом традиционные подходы к задаче диагностики пространственной структуры пристеночной турбулентности как правило опираются на изучение статистических моментов второго порядка. Традиционный корреляционный метод представления гидродинамических источников шума не является универсальным, т.к. дает недостаточную информацию о структуре потока [16], оставляя вне поля зрения существенные для ряда акустических приложений свойства турбулентности.

Развитие теоретических моделей, описывающих акустические поля в связи с детальным вероятностным представлением порождающих их полей турбулентных давлений, опирается на базовые представления теории аэродинамического шумообразования [17–19]. Основное содержание теории заключается в нахождении зависимости характеристик акустического поля от пространственно-временной структуры пульсационных гидродинамических параметров и оценки послед-

ней на основании физических и размерностных соображений. Такой подход нашел широкое применение, например, в расчетах акустического излучения свободных турбулентных струй и пограничного слоя [20].

Классический метод основывается на общих соотношениях гидродинамики, которые приводятся к волновому уравнению с правой частью, определяемой гидродинамическим полем источников звука. Из интегрального представления этого уравнения при ограниченной области источников и односвязной бесконечной области анализа находится связь флуктуаций плотности в дальнем поле с нестационарной гидродинамической структурой в области источников и на конечных ограничивающих поверхностях.

При этом составляющая акустического возмущения p' , обусловленная полем пристеночных пульсаций, может быть представлена в виде

$$p'(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi r c_0^3} \frac{x_i}{r} \int_S \left\{ \frac{\partial}{\partial t} [\rho u_i u_n + p_{in}] \left(\mathbf{y}, t - \frac{r}{c_0} \right) \right\} dy. \quad (1)$$

Здесь ρ и c_0 – средние значения соответственно плотности и скорости звука; t – время; u_i – компонента скорости по оси x_i ; p_{in} – проекция пристеночного напряжения на ось x_i ; $r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$, n – внешняя по отношению к области течения нормаль к граничной поверхности S .

Первое слагаемое на жесткой поверхности (по которой берется интеграл) тождественно равно нулю при любых числах Маха. Второе слагаемое при достаточно малых значениях дозвуковых скоростей течения является определяющим параметром в задачах акустического излучения турбулентного пограничного слоя [10, 20, 21]. Следует ожидать, что и в более сложных турбулентных течениях пульсации пристеночных напряжений в некоторых частотных диапазонах могут существенно влиять на уровни генерируемого аэродинамического шума.

Отметим, что, согласно имеющимся экспериментальным данным [7, 10], нормальная компонента турбулентного воздействия потока на стенку, как правило, примерно на порядок превышает пульсации трения. В связи с этим при рассмотрении задач генерации звука пристеночными напряжениями p_n принимаются во внимание только пульсации давления.

Существует еще один механизм формирования акустического поля за счет пульсаций пристеночных напряжений, связанный с гидродинамическим воздействием на обтекаемые элементы конструкций. Пристеночные флуктуации потока, определяющие нестационарную составляющую его силового воздействия на обтекаемые поверхности, вызывают соответствующие упругие колебания

ограничивающих поток элементов и конструкции в целом. Такие колебания способны служить источником акустического излучения не только в область течения, но и в среду, отделенную от нее корпусом конструкции. При этом механика звукоизлучения колеблющихся упругих тел представляет собой самостоятельную научную проблему [22, 23].

Возведя в квадрат общее соотношение (1) и выполнив Фурье-преобразование по времени, нетрудно удостовериться [10, 20, 21], что общие уровни и спектральный состав шумового поля полностью определяются соответственно пространственно-временной корреляцией и взаимным спектром пульсаций давления. Данный результат относится к любым физическим параметрам, которые могут быть представлены как результат некоего линейного преобразования поля давлений. В частности, звуковое поле, порождаемое линейными колебаниями элементов конструкции под действием пульсационной гидродинамической нагрузки, также полностью определяется вторыми моментами воздействующего поля турбулентных давлений.

Ситуация принципиально меняется в случае, когда механизм аэрогидродинамического шумообразования оказывается связанным с нелинейными процессами, в том числе при колебаниях элементов оборудования технических систем. Примером может служить генерация звука, обусловленная соударением вибрирующей под действием турбулентных пульсаций упругой стенки с элементом опорной конструкции. Нелинейные эффекты при колебаниях элементов инженерного оборудования встречаются достаточно часто. Укажем здесь, в частности, на такие известные [2] задачи, как динамика контактов теплообменных труб с дистанционирующими перегородками, определяющая, помимо шумоизлучения, явления виброизноса и фреттинг-коррозии, а также ударные процессы генерации шума при взаимодействии штоков клапанов с направляющей буксой, тесно связанные с надежностью работы регулирующих клапанов паровых турбин.

ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЙ ФУНКЦИОНАЛ СЛУЧАЙНЫХ ПОЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНЫХ ДАВЛЕНИЙ

В нелинейных задачах шумообразования при взаимодействии турбулентного потока с инженерными конструкциями даже для нахождения интегральных (среднеквадратичных) значений выходного параметра необходима детальная информация о вероятностных характеристиках случайного входного воздействия. Действительно, пусть p – пульсационная составляющая гидродинамического давления в некоторой точке; $f(p)$ –

плотность распределения вероятностей величины p . Тогда средний квадрат значения p равен

$$\langle p^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} p^2 f(p) dp. \quad (2)$$

Обозначим через $G(p)$ некоторую функцию отклика, зависящую только от значения p . Средний квадрат отклика, соответственно, равен

$$\langle G(p)^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} G(p)^2 f(p) dp. \quad (3)$$

Если $G(p)$ – линейная функция, тогда $G(p) = k_* p$ и для среднего квадрата отклика

$$\langle G(p)^2 \rangle = k^2 \langle p^2 \rangle \quad (4)$$

вне зависимости от распределения, характеризуемого функцией $f(p)$. Если же $G(p)$ – нелинейная функция, то для расчета среднеквадратичного значения отклика приходится использовать общую зависимость (3).

Возможно другое представление среднего квадрата отклика (3):

$$\langle G(p)^2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma^*(k) \varphi(k) dk, \quad (5)$$

где

$$\varphi(k) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(ikp) f(p) dp \quad (6)$$

– характеристическая функция [24] пульсационного давления в некоторой точке,

$$\Gamma(k) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(ikp) G(p)^2 dp \quad (7)$$

– фурье-образ функции $G(p)^2$, значок * означает комплексно сопряженную величину.

Вследствие представления (6), очевидно, что характеристическая функция

$$\varphi(k) = \langle \exp(ikp) \rangle. \quad (8)$$

Последнее равенство следует рассматривать как альтернативное определение характеристической функции, дающей, как и плотность распределения вероятностей $f(p)$, полное вероятностное описание пульсационного давления в некоторой точке.

В том случае, когда $p(x, t)$ – поле турбулентных давлений на поверхности x , для его вероятностного представления вводится аналогичная $\varphi(k)$ характеристика – характеристический функционал, имеющий смысл характеристической функции

бесконечномерного распределения вероятностей для возможного состояния $p(x, t)$ во всех пространственно-временных точках x, t [8, 9].

В общем случае выражение для пространственно-временного характеристического функционала $\Phi[\theta(x, t)]$ можно по аналогии с (8) записать в следующей форме:

$$\Phi[\theta(x, t)] = \left\langle \exp \left\{ i \int_{-\infty}^{\infty} \theta(x, t) p(x, t) dx dt \right\} \right\rangle, \quad (9)$$

где $\langle \dots \rangle$ – оператор статистического осреднения; $\theta(x, t)$ – функциональный аргумент. Формула (9) ставит в соответствие каждой детерминированной функции $\theta(x, t)$ некоторое комплексное число – значение функционала $\Phi[\theta(x, t)]$, зависящее от свойств случайного поля. Статистические характеристики случайного поля полностью определяются его характеристическим функционалом.

Приведенные в данном разделе результаты показывают, что в прикладных задачах контроля гидроаэродинамических шумов представления о характеристических функционалах турбулентных давлений необходимы при решении задач, связанных с нелинейным шумообразованием в системах поток–конструкция. Кроме того, можно указать еще две группы проблем, в решении которых обобщение характеристической функции на бесконечномерный случай – представление информации о вероятностных свойствах полей турбулентных давлений на уровне характеристического функционала, способно сыграть ключевую роль. Это проблемы диагностики турбулентных потоков в технических устройствах и вопросы вибрационной надежности возбуждаемых турбулентностью элементов конструкций. Рассмотрение этих прикладных задач не входит, однако, в рамки настоящей статьи.

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ФУНКЦИОНАЛОВ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПОЛЕЙ

Формула (9) характеризует пространственно-временную структуру турбулентного поля $p(x, t)$, сопоставляя в этом случайном поле каждой действительной функции $\theta(x, t)$ некоторое комплексное число. Характеристический функционал (9) исчерпывающим образом представляет вероятностные свойства поля $p(x, t)$. В частности, при приближении функционального аргумента $\theta(x, t)$ к сумме δ – функций Дирака

$$\theta(x, t) = \theta_1 \delta(x - x_1, t - t_1) + \theta_2 \delta(x - x_2, t - t_2) + \dots + \theta_N \delta(x - x_N, t - t_N), \quad (10)$$

где $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N$ – произвольные числа, получаем

$$\Phi[\theta(\mathbf{x}, t)] = \left\langle \exp \left\{ i \sum_{k=1}^N \theta_k p(\mathbf{x}_k, t_k) \right\} \right\rangle. \quad (11)$$

Выражение в правой части (11) представляет собой по аналогии с (6), (8) характеристическую функцию многомерного совместного распределения вероятностей в пространственно-временных точках $(\mathbf{x}_1, t_1), (\mathbf{x}_2, t_2), \dots, (\mathbf{x}_N, t_N)$, связанную преобразованием Фурье с плотностью вероятностей этого распределения.

Помимо пространственно-временного характеристического функционала для вероятностного описания турбулентных полей используется пространственный характеристический функционал

$$\Phi[\theta(\mathbf{x})] = \left\langle \exp \left\{ i \int_{\infty} \theta(\mathbf{x}) p(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \right\} \right\rangle, \quad (12)$$

представляющий стохастические свойства поля гидродинамических характеристик $p(\mathbf{x})$ в фиксированный момент времени. Аналогично пространственно-временному представлению, в данном случае частный выбор функционального аргумента в виде суммы δ -функций

$$\theta(\mathbf{x}, t) = \theta_1 \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_1) + \theta_2 \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_2) + \dots + \theta_N \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_N), \quad (13)$$

сводит функционал к характеристической функции

$$\Phi_{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N) = \left\langle \exp \left\{ i \sum_{k=1}^N \theta_k p(\mathbf{x}_k) \right\} \right\rangle \quad (14)$$

многомерного распределения вероятностей в точках $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N$.

Представление характеристического функционала $\Phi[\theta(\mathbf{y})]$ случайного поля p , определенного на векторном пространстве \mathbf{y} , тесно связано с понятием о его вариационной производной $\Phi_1[\theta(\mathbf{y}), \mathbf{y}_1]$, определяемой как двойной предел

$$\begin{aligned} \Phi_1[\theta(\mathbf{y}), \mathbf{y}_1] &= \frac{\delta \Phi[\theta(\mathbf{y})]}{\delta \theta(\mathbf{y}_1) d\mathbf{y}_1} = \\ &= \lim_{\substack{|\delta \theta(\mathbf{y})| \rightarrow 0 \\ \Delta \mathbf{y} \rightarrow 0}} \frac{\Phi[\theta(\mathbf{y}_1) + \delta \theta(\mathbf{y})] - \Phi[\theta(\mathbf{y})]}{\int_{\Delta \mathbf{y}} \delta \theta(\mathbf{y}) d\mathbf{y}}, \quad (15) \end{aligned}$$

в котором $\delta \theta(\mathbf{y})$ – функция, отличная от нуля лишь в малой области $\Delta \mathbf{y}$, окружающей точку \mathbf{y}_1 . Вариационная производная $\frac{\delta \Phi[\theta(\mathbf{y})]}{\delta \theta(\mathbf{y}_1) \Delta \mathbf{y}}$ также представляет собой характеристический функционал от

функции $\theta(\mathbf{y})$, зависящий также от точки \mathbf{y}_1 как от параметра.

Соответственно, вторая вариационная производная $\Phi_1[\theta(\mathbf{y}), \mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2] = \frac{\delta}{\delta \theta(\mathbf{y}_2) d\mathbf{y}_2} \left[\frac{\delta \Phi[\theta(\mathbf{y})]}{\delta \theta(\mathbf{y}_1) d\mathbf{y}_1} \right]$ является характеристическим функционалом, зависящим от двух параметров \mathbf{y}_1 и \mathbf{y}_2 , а производная n -го порядка зависит, помимо функции $\theta(\mathbf{y})$, от n точек векторного пространства \mathbf{y} .

Посредством вариационных производных по характеристическому функционалу могут быть определены, в частности, все моменты

$$B_n(\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_n) = \langle p(\mathbf{y}_1) p(\mathbf{y}_2) \dots p(\mathbf{y}_n) \rangle \quad (16)$$

случайного поля $p(\mathbf{y})$:

$$\begin{aligned} B_n(\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_n) &= \\ &= (-1)^n \frac{\delta^n \Phi[\theta(\mathbf{y})]}{\delta \theta(\mathbf{y}_1) d\mathbf{y}_1 \dots \delta \theta(\mathbf{y}_n) d\mathbf{y}_n} \Big|_{\theta(\mathbf{y})=0}. \quad (17) \end{aligned}$$

Если компонентами векторного пространства \mathbf{y} являются координаты обтекаемой поверхности \mathbf{x} и текущее время, то из последней формулы для $n=2$ при заданной форме характеристического функционала устанавливаются моменты второго порядка – функции пространственно-временной корреляции поля $p(\mathbf{x}, t)$.

Если же векторное пространство \mathbf{y} совпадает с рассматриваемым физическим пространством \mathbf{x} , то вариационные производные характеризуют пространственные моменты и, в частности, пространственные корреляционные функции турбулентного поля $p(\mathbf{x})$.

В однородном поле характеристический функционал $\Phi[\theta(\mathbf{y})]$ может быть представлен [8] интегралом Фурье-Стилтьеса по случайным амплитудам $\Pi(\mathbf{q})$ в пространстве волновых векторов \mathbf{q} . Поскольку спектральные амплитуды $\Pi(\mathbf{q})$ связаны с однородным турбулентным полем $p(\mathbf{y})$ интегральным равенством

$$p(\mathbf{y}) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{y}) d\Pi(\mathbf{q}), \quad (18)$$

то общий вид (12) формулы для пространственно-го характеристического функционала в данном случае

$$\Phi[\theta(\mathbf{y})] = \left\langle \exp \left\{ i \iint_{-\infty}^{\infty} \theta(\mathbf{y}) \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{y}) d\mathbf{y} d\Pi(\mathbf{q}) \right\} \right\rangle \quad (19)$$

или

$$\Phi[\theta(\mathbf{y})] = \Psi[H(\mathbf{q})] = \left\langle \exp \left\{ i \int_{-\infty}^{\infty} H^*(\mathbf{q}) d\Pi(\mathbf{q}) \right\} \right\rangle, \quad (20)$$

где

$$H(\mathbf{q}) = \int_{-\infty}^{\infty} \theta(\mathbf{y}) e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{y}} d\mathbf{y} \quad (21)$$

есть образ Фурье функционального аргумента $\theta(\mathbf{y})$, звездочка означает комплексно сопряженную величину. Отметим, что при вещественности функции $\theta(\mathbf{y})$ должно выполняться условие

$$H(-\mathbf{q}) = -H^*(\mathbf{q}) \quad (22)$$

МОДЕЛИ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ФУНКЦИОНАЛОВ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ

Далее представим анализ предложенных к настоящему времени отдельных аналитических представлений характеристического функционала поля пристеночных турбулентных пульсаций давления [25, 30, 31].

Турбулентные течения, различающиеся статистической природой генерации турбулентных пульсаций, должны описываться различными функциональными моделями. Следует выделить два основных физических механизма формирования турбулентных пристеночных давлений. Первый, имеющий место при струйном обтекании, – это индуцирование пульсаций давления внешней по отношению к пограничному слою турбулентностью. Вторым механизмом, преобладающим, в частности, в случае низкотурбулентных течений в каналах, связан с собственно порождением турбулентной энергии в пристеночном сдвиговом слое.

При струйном обтекании, когда пульсации давления порождаются внешней турбулентностью и расстояние между источниками и точкой наблюдения не слишком мало, пристенные турбулентные пульсации $p(\mathbf{x})$ в силу известного [7] интегрального соотношения

$$p(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} \frac{\partial \rho u_i u_k}{\partial y_i \partial y_k} d\mathbf{y} \quad (23)$$

(u_i, u_k – компоненты поля мгновенных скоростей в зоне струи) могут трактоваться как сумма большого количества статистически независимых компонент, связанных с различными зонами турбулентного потока. Такого рода случайные величины, как правило, имеют асимптотически нормальное распределение, что приводит к модели гауссова поля, пространственный характеристический функционал которого имеет вид:

$$\Phi_G[v(\mathbf{x})] = \exp\left\{-\frac{1}{2} \iint v(\mathbf{x}_1) v(\mathbf{x}_2) R(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) d\mathbf{x}_1 d\mathbf{x}_2\right\} \quad (24)$$

Здесь через $R(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ обозначена корреляционная функция поля $R = \langle p(\mathbf{x}_1) p(\mathbf{x}_2) \rangle$ – единственная характеристика, определяющая вид характеристического функционала гауссова поля. В однородном поле корреляционная функция зависит лишь от взаимного расположения коррелируемых точек, т.е. от разности координат $\mathbf{\epsilon} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2$. Адекватность гауссовой модели пристеночных давлений при струйном обтекании подтверждаются результатами экспериментальных исследований [16].

В то же время, исследования турбулентных пульсаций давления в пограничном слое [26–28] свидетельствуют о том, что распределения вероятности часто отличаются от гауссовых.

Причина, очевидно, состоит во влиянии собственно пристенных процессов генерации турбулентной энергии, проявляющихся в форме спонтанных всплесков, сопровождаемых выбросами жидкости от стенки во внешнюю область течения [29, 30]. Полагая всплески статистически независимыми с равномерным вероятностным распределением по поверхности, можно упрощенно представить поле турбулентных пристеночных пульсаций давления пуассоновской статистикой. В этом случае значение турбулентной пульсации давления $p(\mathbf{x})$ определяется суммированием по всплескам с текущим индексом k , так что

$$p(\mathbf{x}) = \sum P(\mathbf{x}_k) g(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k). \quad (25)$$

Характеристический функционал пуассонова поля $p(\mathbf{x})$:

$$\Phi_p[v(\mathbf{x})] = \exp\left\{v \int [\chi(\int g(\mathbf{x} - \mathbf{y}) v(\mathbf{x}) d\mathbf{x}) - 1] d\mathbf{y}\right\} \quad (26)$$

Здесь v – среднее количество всплесков на единицу площади, $\chi(\mu)$ – характеристическая функция пульсаций давления P в ядре всплеска, $g(\mathbf{r})$ – нормированная ($g(0) = 1$) функция влияния всплеска, определяющая пространственные корреляционные связи.

Параметры $v, \chi(\mu)$ и $g(\mathbf{r})$ полностью определяют вид пуассонова характеристического функционала.

В реальных условиях турбулентные пульсации пристеночного давления в той или иной мере связаны с обоими отмеченными механизмами генерации. Представим мгновенные значения $p(\mathbf{x})$ турбулентных давлений в виде суммы

$$p(\mathbf{x}) = p_G(\mathbf{x}) + p_p(\mathbf{x}), \quad (27)$$

где первая компонента $p_G(\mathbf{x})$ подчиняется гауссовой статистике, а вторая $p_p(\mathbf{x})$ – пуассоновой. В тех случаях, когда гауссовы и пуассоновы компоненты могут считаться статистически независимыми, структура характеристического функцио-

нала $\Phi[v(\mathbf{x})]$ в рамках данного рассмотрения, очевидно, определяется произведением выражений (24), (26):

$$\begin{aligned} \Phi[v(\mathbf{x})] = & \exp\left\{-\frac{1}{2} \iint v(\mathbf{x}_1) v(\mathbf{x}_2) R_G(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) d\mathbf{x}_1 d\mathbf{x}_2\right\} \times \\ & \times \exp\left\{v_P \int [\chi_P(\int g_P(\mathbf{x} - \mathbf{y}) v(\mathbf{x}) d\mathbf{x}) - 1] dy\right\}. \end{aligned} \quad (28)$$

Характеристический функционал поля турбулентных давлений в предложенной модели (28) полностью определяется функцией пространственной корреляции $R_G(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ турбулентных пульсаций давления для гауссовой компоненты и параметрами $v_P, \chi(\mu); g_P(\mathbf{p})$ — для пуассоновой компоненты поля турбулентных давлений.

Таким образом, применение функциональных моделей позволяет свести задачу определения характеристического функционала поля турбулентных давлений к изучению ограниченного числа параметров, присущих рассматриваемому типу турбулентного обтекания.

Работа поддержана грантами Российского фонда фундаментальных исследований (проекты РФФИ № 06-08-00794, № 08-07-00002 и 08-07-90401).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Смольяков А.В. Шум турбулентных потоков: Монография. ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова. СПб.: 2005. 312 с.: ил.
2. Кудашев Е.Б., Яблоник Л.Р. Турбулентные пристеночные пульсации давления. М.: Научный мир, 2007. 223 с.: ил.
3. Bull M.K. Wall-pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers: some reflections of forty years of research // J. Sound Vibr. 1996. V. 190. № 3. P. 299–315.
4. Blake W.K. Mechanics of Flow-Induced Sound and Vibration. London: Academic Press, 1986. 974 p.
5. Власов В.Е., Гиневский А.С., Ефимцов Б.М., Кузнецов В.М., Мушин А.Г., Самохин В.Ф., Смольяков А.В., Соболев А.Ф. Основные проблемы аэроакустики. Труды ЦАГИ. Вып. 2614. М.: ЦАГИ, 1996. 56 с.
6. Willmarth W.W. Pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers // Annu. Rev. Fluid Mech. 1975. V. 7. P. 13–38.
7. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Механика турбулентности. М.: Наука, 1965. Ч. 1. 639 с.
8. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Механика турбулентности. М.: Наука, 1967. Ч. 2. 720 с.
9. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. М.: Наука, 1978. Ч. 2. 464 с.
10. Миниович И.Я., Перник А.Д., Петровский В.С. Гидродинамические источники звука.— Л.: Судостроение, 1972. 480 с.
11. Смольяков А.В. // Шум турбулентного пограничного слоя на гладкой и шероховатой пластине при малых числах Маха // Акуст. журн. 2001. Т. 47. № 2. С. 264–272.
12. Leehey P. Dynamic wall pressure measurements // Lecture Notes in Engineering. P. 201–227. Advances in Fluid Mechanics Measurements. 1989. Gad-el- Hас M. (Ed).
13. Кудашев Е.Б., Яблоник Л.Р. Определение частотно-волнового спектра турбулентных пульсаций давления // Акуст. журн. 1977. Т. 23. № 4. С. 615–620.
14. Кудашев Е.Б. Экспериментальные исследования шумов обтекания на всплывающем устройстве // Акуст. журн. 2005. Т. 51. № 4. С. 488–499.
15. Kudashev E.B. Methods of near-wall-pressure fluctuations measurements in the presence of vibration // Journal Fluids and Structures. 2004. Issue 19. № 8. P. 1129–1140.
16. Кудашев Е.Б., Яблоник Л.Р. Экспериментальный метод оценки характеристического функционала применительно к задачам гидродинамической акустики // Акуст. журн. 1999. Т. 45. № 4. С. 524–528.
17. Lighthill M.J. Turbulence as a source of sound. Part 2. // Proc. Royal Society. 1954. Ser. A. V. 222.
18. Curle N. The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound // Proc. Royal Society. Ser. A. 1955. V. 231.
19. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 736 с.
20. Кравчун П.Н. Генерация и методы снижения шума и звуковой вибрации. М.: Изд. МГУ, 1991. 184 с.
21. Авиационная акустика / В.И. Ганабаев, Е.В. Власов, Б.М. Ефимцов и др. / Под ред. А.Г. Мушина и В.Е. Квитки. М.: Машиностроение, 1973. 446 с.
22. Шендеров Е.Л. Волновые задачи гидроакустики. Л.: Судостроение, 1972. 352 с.
23. Попов А.Л., Чернышев Г.Н. (1994) Механика звукоизлучения пластин и оболочек. М.: Физматлит, 1994. 208 с.
24. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей. М.: Наука 1987. 240 с.
25. Кудашев Е.Б., Яблоник Л.Р. Простые модели характеристического функционала многомерных характеристических функций турбулентных пульсаций давления // Акуст. журн. 2002. Т. 48. № 3. С. 371–375.
26. Грешилов Е.М., Смирнова И.П., Ткаченко В.Г., Широкова Н.Л. Вероятностные характеристики пристеночных пульсаций давления в турбулентном пограничном слое в трубе / VII научно-технич.

- конференция. Доклады. С. 238–239. М.: ЦАГИ, 1981.
27. *Schewe G.* On the structure and resolution of wall-pressure fluctuations associated with turbulent boundary-layer flow // *J. Fluid Mech.* 1983. V. 134. P. 311–328.
28. *Gravante S.P., Naguib A.M., Wark C.E. and Nagib H.M.* Characterization of the pressure fluctuations under a fully developed turbulent boundary layer // *AIAA Journ.* 1998. V. 36. P. 1808–1816.
29. *Cantwell B.J.* Organized motion in turbulent flow // *Ann. Rev. Fluid Mech.* 1981. V. 13. P. 457–515.
30. *Kudashev E.B., Yablonik L.R.* Flow noise and functional models of wall-turbulent pressure // 17th Intern. Congress on Acoustics (17th ICA). 17th ICA Proceedings, Rome 2001. V. II. Underwater acoustics. P. 32–33.
31. *Kudashev E.* Resolution of near-wall pressure in turbulence on the basis of functional approach / IUTAM Symposium on Hamiltonian Dynamics, Vortex Structures, Turbulence. Proc. IUTAM Symposium. P. 269–280. Springer, 2008.