

**ОБРАБОТКА АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ
И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

УДК 534.8

**ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА АКУСТОТЕРМОГРАФИИ
ПРИ КОРРЕЛЯЦИОННОМ ПРИЕМЕ
ТЕПЛОВОГО АКУСТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ**

© 2009 г. А. А. Аносов^{1,2}, Ю. Н. Барабаненков¹, А. С. Казанский¹,
Ю. А. Лесс³, А. С. Шаракшанэ⁴

¹ Институт радиотехники и электроники РАН
125009 Москва ул. Моховая 11

Тел.: (495) 924-52-85; Факс: (495) 924-52-85

² Московская медицинская академия им. И.М. Сеченова
119992 Москва, ул. Б. Пироговская 2/6

Тел.: (495) 367-18-72; Факс: (495) 248-01-81

³ Московский педагогический государственный университет
119882 Москва ул. Малая Пироговская 1

Тел. (495) 246-60-11 Факс (495) 246-60-11

⁴ Институт биохимической физики РАН
117997 Москва, ул. Косыгина 4

Тел: (495) 135-78-94, Факс: (495) 137-41-01

E-mail: aanosov@atom.ru

Поступила в редакцию 21.04.08 г.

Представлено и экспериментально проверено интегральное уравнение для одномерной обратной задачи акустотермографии при корреляционном приеме теплового акустического излучения. Предложен способ решения обратной задачи, основанный на суммировании корреляционных функций теплового акустического излучения, полученных при изменении расстояния между приемниками.

Ключевые слова: тепловое акустическое излучение, акустотермография, корреляционный прием, восстановление температуры

PACS: 43.60.Kx, 43.60.Rw, 43.80.Ev, 43.80.Vj

Корреляционный прием теплового акустического излучения для измерения глубинной температуры биологических объектов и тела человека предложили использовать Р. Хессемер и др. [1]. Известно, что потенциально корреляционные измерения позволяют снизить время сканирования исследуемого объекта и повысить пространственное разрешение при восстановлении температурного распределения, что важно для медицинских приложений метода. Первые экспериментальные результаты были получены группой В.И. Пасечника [2]. В настоящее время теоретическими и экспериментальными исследованиями корреляционного приема теплового акустического излучения занимаются несколько научных групп [3–6]. Задача данной работы – сформулировать обратную задачу акустотермографии при корреляционном приеме и предложить способ ее решения.

Стандартная схема для корреляционного приема теплового акустического излучения пред-

ставлена на рис. 1. Приемники теплового акустического излучения – пьезопреобразователи ПП1 и ПП2 размером $2a$, расстояние между центрами которых D , находятся в аквариуме, заполненном

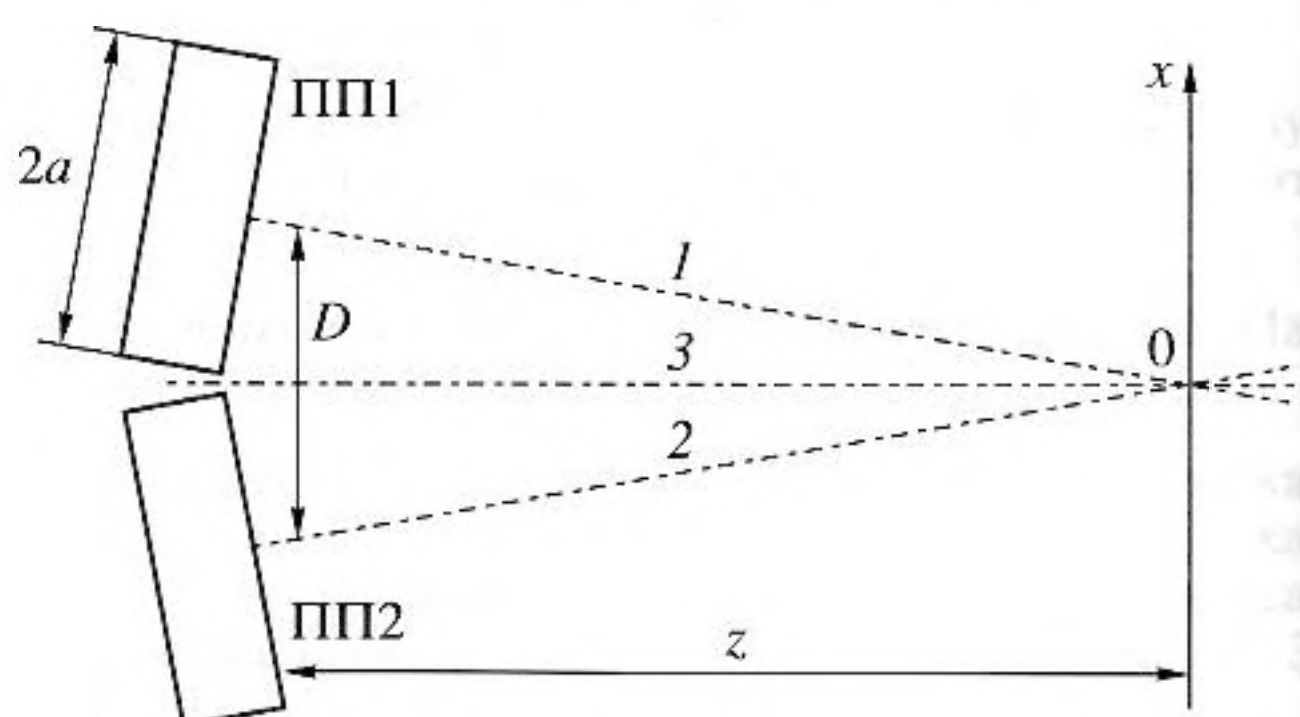


Рис. 1. Схема корреляционного приема теплового акустического излучения: ПП1 и ПП2 – пьезопреобразователи, 1 и 2 – оси ПП, 3 – акустическая ось системы.

водой. Полоса приема сигнала составляет $f \pm \Delta f/2$. Оси пьезопреобразователей 1 и 2 лежат в горизонтальной плоскости и пересекаются на расстоянии z от приемников. Через точку пересечения проходит ось x , направленная перпендикулярно акустической оси 3 системы. Точка пересечения осей соответствует координате $x = 0$. По результатам измерений временной корреляционной функции давления теплового акустического излучения будем восстанавливать распределение инкремента температуры (разности температуры источника и окружающей среды). Иными словами, будем восстанавливать распределение температуры без постоянной составляющей. Будем считать источник теплового излучения акустическим черным телом, для которого яркостная температура равна термодинамической. Если представить приемники вертикальными безграничными полосками шириной $2a$, использовать приближение Фраунгофера, считать, что достаточно узкая полоса Δf пропускания пьезопреобразователей имеет прямоугольную форму, то корреляционную функцию, нормированную в градусах, можно определить по формуле [3]:

$$T_A(\tau) = \frac{2a}{\lambda} \int_{-\infty}^{+\infty} T(x) \text{sinc}^2\left(\frac{2\pi ax}{\lambda z}\right) \times \text{sinc}\left[\frac{\pi \Delta f}{f}\left(\frac{Dx}{\lambda z} - f\tau\right)\right] \cos\left[2\pi\left(\frac{Dx}{\lambda z} - f\tau\right)\right] \frac{dx}{z}, \quad (1)$$

где $\text{sinc}[u(x)] = \frac{\sin[u(x)]}{u(x)}$, τ – временной сдвиг, λ – длина волны, соответствующая частоте f , $T(x)$ – искомое температурное распределение. Множитель $\text{sinc}^2\left(\frac{2\pi ax}{\lambda z}\right)$ определяется диаграммами направленности приемников, множитель $\text{sinc}\left[\frac{\pi \Delta f}{f}\left(\frac{Dx}{\lambda z} - f\tau\right)\right]$ – их конечной полосой пропускания, а множитель $\cos\left[2\pi\left(\frac{Dx}{\lambda z} - f\tau\right)\right]$ определяет осциллирующий характер коррелированного сигнала. Уравнение (1) представляет собой свертку двух функций $T(x)\text{sinc}^2\left(\frac{2\pi ax}{\lambda z}\right)$ и $K\left(\frac{Dx}{\lambda z} - f\tau\right) = \text{sinc}\left[\frac{\pi \Delta f}{f}\left(\frac{Dx}{\lambda z} - f\tau\right)\right] \cos\left[2\pi\left(\frac{Dx}{\lambda z} - f\tau\right)\right]$, где $K\left(\frac{Dx}{\lambda z} - f\tau\right)$ – ядро уравнения, которое имеет ограниченный спектр, определенный в интервале

$[f - \Delta f/2, f + \Delta f/2]$ (для временных частот) или $\left[\frac{D}{\lambda z}\left(1 - \frac{\Delta f}{2f}\right), \frac{D}{\lambda z}\left(1 + \frac{\Delta f}{2f}\right)\right]$ (для пространственных частот). Отметим, что временной спектр ядра зависит только от полосы пропускания приемника, а средняя частота $D/\lambda z$ и ширина $\frac{D \Delta f}{\lambda z f}$ пространственного спектра зависят от расстояния D между приемниками. Это дает возможность расширять (суживать) и сдвигать спектр пространственной корреляционной функции путем изменения расстояния D .

Введем безразмерные координаты $u = 2\pi \frac{Dx}{\lambda z}$ и $u' = 2\pi f\tau$. Тогда уравнение (1) можно представить в виде: $\frac{\pi D}{a} T_A(u') = \int_{-\infty}^{+\infty} F(u) K(u - u') du$, где $F(u) = T(u) \text{sinc}^2(au/D)$. Спектр свертки двух функций равен произведению спектров: $\frac{\pi D}{a} \tilde{T}_A(v) = \tilde{F}(v) \tilde{K}(v)$,

где $\tilde{T}_A(v)$, $\tilde{F}(v)$, $\tilde{K}(v)$ – спектры функций $T_A(u')$, $F(u)$, $K(u)$, v – безразмерная частота. Спектр ядра в области положительных частот является прямоугольником с основанием $[1 - \Delta f/2f, 1 + \Delta f/2f]$ и высотой $\pi f/\Delta f$: $\tilde{K}(v) = \begin{cases} \frac{\pi f}{\Delta f}, & 1 - \frac{\Delta f}{2f} \leq |v| \leq 1 + \frac{\Delta f}{2f} \\ 0, & 1 - \frac{\Delta f}{2f} > |v| > 1 + \frac{\Delta f}{2f} \end{cases}$.

Таким образом, спектр корреляционной функции с точностью до числового коэффициента является выделенной частью спектра температурного распределения (с учетом диаграммы направленности приемника). Причем эту выделенную часть можно менять, меняя расстояние D между приемниками. Возьмем несколько значений D_1, D_2, D_3, \dots таких, чтобы полученные пространственные спектры ядра $\tilde{K}(v|D_i)$, с одной стороны, не пересекались и, с другой стороны, практически полностью перекрывали спектр источника. Просуммируем спектры полученных корреляционных функций $\tilde{T}_A(v|D_i)$: $\frac{\pi}{a} \sum_i D_i \tilde{T}_A(v|D_i) = \frac{\pi f}{\Delta f} \tilde{F}(v) \sum_i 1(v|D_i)$. Здесь $1(v|D_i)$ – прямоугольная функция единичной амплитуды, отличная от нуля на спектре ядра. Сумма $\sum_i 1(v|D_i) = 1$, если значения D_i правильно подобраны. Таким образом, мы получаем выражение для спектра источника: $\tilde{F}(v) = \frac{\Delta f}{af} \sum_i D_i \tilde{T}_A(v|D_i)$ и, переходя от спектров к распределениям, выражение для вычисления распределения температуры:



Рис. 2. Компьютерное моделирование восстановления температурного распределения. (а) – Спектры источника (1) и ядра уравнения при трех значениях расстояния между приемниками: $D = 1$ см (2), $2D$ (3), $4D$ (4). (б) – Корреляционные функции от источников с центрами $x = 0$ (1–3) и 1.5 см (1'–3') при трех значениях расстояния между приемниками. (в) – Заданные и восстановленные температурные распределения для двух тепловых источников: (1) $x = 0$; (2) $x = 1.5$ см, 2' – распределение, уточненное с помощью выражения (3).

$$T(x) \operatorname{sinc}^2\left(\frac{2\pi ax}{\lambda z}\right) = \frac{\Delta f}{af} \sum_i D_i T_A(x|D_i), \quad (2)$$

где $T_A(x|D_i)$ – корреляционные функции, измеренные для разных значений D , при замене τ на $x = f\tau\lambda/D$. Уточним ограничения, накладываемые на использование выражения (2). Во-первых, выражение (2) получено из выражения (1), и для него сохраняются все указанные выше для уравнения (1) ограничения. Во-вторых, добиться, чтобы весь пространственный спектр источника был полностью перекрыт, практически сложно. Перекрытие части спектра приводит к искажениям в распределении температуры. В-третьих, формулу (2) следует использовать в том случае, если характерный пространственный размер распределения температуры меньше поперечного размера диаграммы направленности приемника. В этом случае $\operatorname{sinc}^2\left(\frac{2\pi ax}{\lambda z}\right) \approx \operatorname{sinc}^2\left(\frac{2\pi ax_0}{\lambda z}\right)$, где x_0 – координата центра температурного распределения. Эту величину можно определить, воспользовавшись выражением (2). Тогда распределение температуры можно уточнить:

$$T(x) = \frac{\Delta f}{af} \sum_i D_i T_A(x|D_i) / \operatorname{sinc}^2\left(\frac{2\pi ax_0}{\lambda z}\right). \quad (3)$$

Для иллюстрации предложенного метода рассмотрим частный случай восстановления температурного распределения, допускающий экспериментальную реализацию. Пусть $z = 50$ см, $f = 1.5$ МГц, $\Delta f = 1$ МГц ($\lambda = 1$ мм), $a = 5$ мм, $D = 10$ мм. Рассмотрим два “прямоугольных” тепловых источника “шириной” в 1 см, сдвинутых друг относительно

друга по оси x на 1.5 см: $T_1(x) = \begin{cases} 1 \text{ К}, & |x| \leq 0.5 \text{ см} \\ 0, & |x| > 0.5 \text{ см} \end{cases}$ и

$T_2(x) = \begin{cases} 1 \text{ К}, & |x - 1.5| \leq 0.5 \text{ см} \\ 0, & |x - 1.5| > 0.5 \text{ см} \end{cases}$. Спектр первого источника представлен на рис. 2а (кривая 1). Спектр

произведения $T_1(x) \operatorname{sinc}^2\left(\frac{2\pi ax}{\lambda z}\right)$ практически не отличается от спектра источника. Будем восстанавливать источники, используя три корреляционные функции при $D_1 = D$, $D_2 = 2D$, $D_3 = 4D$.

Полученные непересекающиеся пространственные спектры ядер также показаны на рис. 2а (кривые 2, 3, 4). Из рис. 2а видно, насколько перекрыт спектр источника. Рассчитанные с помощью выражения (1) временные корреляционные функции представлены на рис. 2б, из которого видно, что сдвиг источника в пространстве приводит к сдвигу корреляционной функции во време-

ни (см. пары кривых 1 и 1', 2 и 2', 3 и 3'). Уменьшенные амплитуды при сдвиге вызвано влиянием диаграммы направленности $\text{sinc}^2\left(\frac{2\pi ax}{\lambda z}\right)$. Из рис. 2б

также видно, что при увеличении расстояния между приемниками величина временного сдвига корреляционной функции возрастает. Это вызвано изменением пространственного спектра корреляционной функции. Для восстановления температурного распределения воспользуемся формулой (2). Результаты восстановления показаны на рис. 2в, из которого видно, что с допустимой точностью восстанавливаются ширина и положение обоих источников. Максимальное значение получено с достаточной точностью для первого, но не для второго источника. Это связано с влиянием диаграммы направленности при сдвиге второго источника. Его амплитуду можно уточнить (см. кривую 2'), используя выражение (3). Отличия формы восстановленных температурных распределений от заданных связаны с тем, что при реконструкции использовался не весь спектр, а только его часть.

Экспериментальная часть нашей работы связана с проверкой выражения (1). Для этого мы меняли частотные параметры приемников, расстояние между датчиками, расстояние между приемниками и источником, ширину и температуру источника и сдвигали источник по оси x . Мы использовали два типа акустотермометров АТ1 и АТ2, разработанных группами В.И. Миргородского [6] и А.Д. Мансфельда [7], которые содержали круглые ПП диаметром 9 и 10 мм, соответственно. Полоса пропускания приборов АТ1 составляла 1.8 ± 0.2 МГц, а приборов АТ2 – 1.7 ± 0.4 МГц. В качестве источников теплового акустического излучения использовали длинные пластилиновые полосы, расположенные в аквариуме вертикально. Такие полосы можно считать акустическими черными телами. Сигналы с акустотермометров поступали через плату АЦП в компьютер, где и рассчитывались корреляционные функции. Частота опроса платы составляла 7.5 МГц (для АТ1) и 10 МГц (для АТ2) на канал. Усреднение проводили за времена около 1 мин. Чтобы избежать “паразитных” корреляций, в течение некоторого времени мы проводили измерения теплового акустического излучения из аквариума без нагретой пластины. После этого брали разницу между корреляционными функциями.

При работе с АТ1 расстояние между приемниками и источником составляло 25 см, ширина нагретой полосы – 5 мм, а расстояние между приемниками – 25 мм. Источник помещали на акустической оси системы и нагревали до 35°C (температура аквариума составляла 15°C). Затем источник смещали вдоль оси x на 4 мм (при этом его температура составляла около 30°C). Время

Корреляционная функция, К

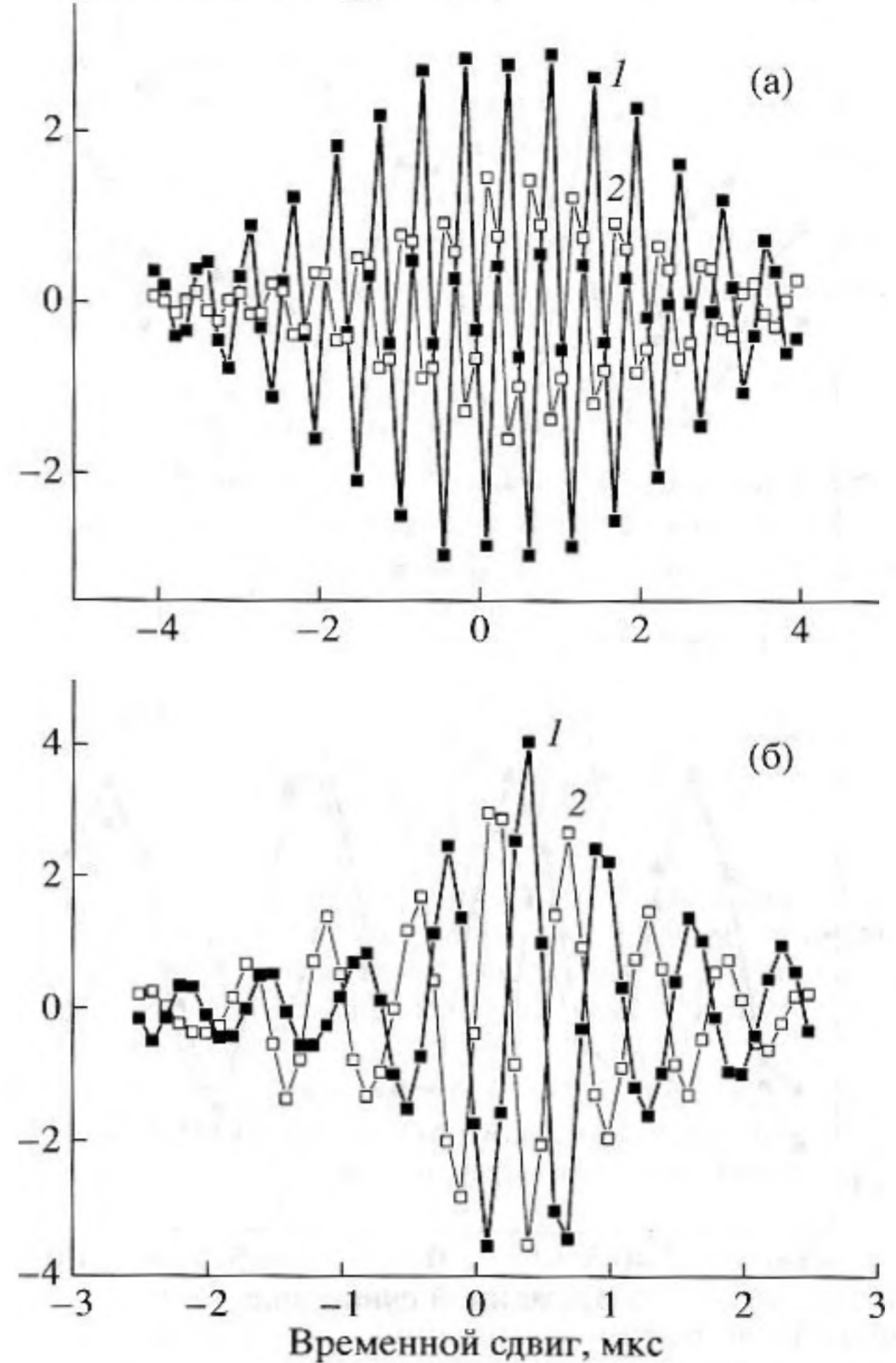


Рис. 3. Измеренные корреляционные функции при сдвиге источника на половину пространственного периода при разных значениях полосы пропускания приемников: (а) 1.8 ± 0.2 МГц и (б) 1.7 ± 0.4 МГц. Погрешность измерений составляет 0.3 К.

измерений – 45 с. Результаты измерений показаны на рис. 3а, где виден сдвиг корреляционной функции во времени, вызванный сдвигом источника в пространстве на половину пространственного периода. Расчеты максимального значения корреляционной функции (при нагреве источника на 20 К относительно аквариума), проведенные с помощью выражения (1), дают около 2 К, что близко к экспериментальным результатам.

Отметим, что в отсутствие сдвига в пространстве максимум корреляционной функции должен быть при $\tau = 0$, что не всегда наблюдается в наших экспериментах. Это связано со сдвигом приемников в направлении акустической оси системы, который трудно контролировать. Например, небольшой сдвиг приемников на 0.4 мм (половина длины волны) вызывает заметный сдвиг корреляционной функции на полпериода. На рис. 3 и да-

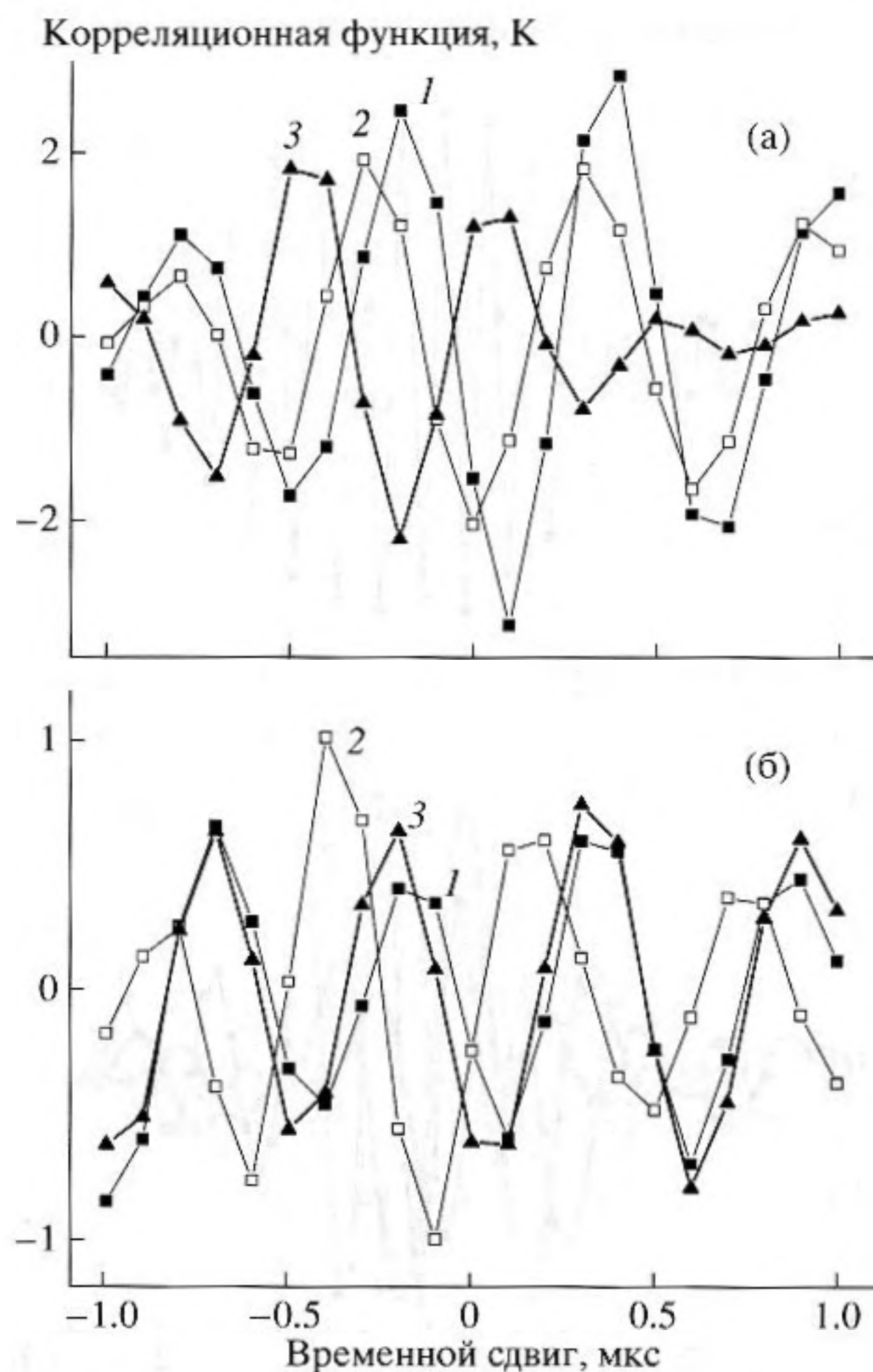


Рис. 4. Измеренные корреляционные функции для трех положений источника (1 – координата центра источника $x = 0$, 2 – $x = 4$ см, 3 – $x = 8$ см) при разных значениях расстояния между приемниками: (а) $D = 25$ см, (б) $D = 50$ см. Погрешность измерений составляет 0.4 К.

лее экспериментальные точки соединены ломаными для лучшего восприятия данных.

При работе с АТ2 параметры измерительной схемы менялись. Сначала источник шириной 8 мм нагревали до 40°C (температура аквариума составляла 20°C) и помещали на акустической оси системы, а затем смещали вдоль оси x на 8 мм. При этом расстояние между приемниками и источником составляло 45 см, а расстояние между приемниками – 25 мм. Время измерений – 90 с. Результаты измерений показаны на рис. 3б. Так же как и на рис. 3а виден сдвиг корреляционной функции во времени приблизительно на половину периода, вызванный сдвигом источника в пространстве на половину пространственного периода. Заметим, что, хотя при работе с АТ1 источник сдвигали на 4 мм, а при работе с АТ2 – на 8 мм, и в том, и в другом случае сдвиг равен половине пространственного периода. Это связано с тем,

что во втором случае приблизительно в два раза увеличили расстояние между приемниками и источником. Сравнивая корреляционные функции, полученные приборами АТ1 и АТ2, можно видеть, что время, за которое корреляционная функция спадает в два раза, для АТ1 составляет около 2.5 мкс, а для АТ2 – около 1.2 мкс. Это связано с различием в полосах пропускания, что соответствует выражению (1). Расчеты максимального значения корреляционной функции, проведенные с помощью выражения (1), дают около 3 К, что близко к экспериментальным результатам.

Следующий эксперимент был связан с изменением расстояния между приемниками. Источник шириной 4 мм нагревали до 40°C (температура аквариума составляла 9°C) и помещали на акустической оси системы (положение 1), а затем смещали вдоль оси x на 4 мм (положение 2) и 8 мм (положение 3). При этом расстояние между приемниками и источником составляло 50 см. Время измерений – 50 с. Результаты измерений показаны на рис. 4а и б при расстоянии между приемниками – 25 и 50 мм, соответственно. Из выражения (1) можно вычислить пространственные периоды корреляционных функций $z\lambda/D = 18$ мм (при $D = 25$ мм) и 9 мм (при $D = 50$ мм). Рассмотрим, к каким изменениям корреляционных функций должны привести сдвиги источника. Когда пространственный период составляет 18 (9) мм, сдвиг на 8 мм – из положения 1 в положение 3 – приводит к тому, что временная корреляционная функция в положении 3 сдвигается практически на половину периода (на период) относительно корреляционной функции в положении 1. Если пространственный период составляет 9 (18) мм, то сдвиг на 4 мм – из положения 1 в положение 2 – приводит к тому, что временная корреляционная функция в положении 2 сдвигается практически на половину периода (сдвигается на четверть периода) относительно корреляционной функции в положении 1. Все эти изменения и представлены на рис. 4а и б. Заметим, что амплитудные значения корреляционных функций в этом эксперименте меньше, чем в эксперименте, представленном на рис. 3б. Этот эффект, связанный с уменьшением ширины источника, приводит к увеличению относительной погрешности измерений. Расчеты максимального значения корреляционной функции, проведенные с помощью выражения (1), дают около 2 К (около 1.5 К) при $D = 25$ мм (50 мм), что близко к экспериментальным результатам.

Согласно выражению (1), сдвиг во времени соответствует сдвигу в пространстве. Мы провели эксперимент, сдвигая источник вдоль оси x на 18 мм с шагом около 3 мм. Расстояние между приемниками и источником составляло $z = 50$ см, ширина нагретой полосы – 3 мм, расстояние между приемниками – 25 мм, источник был нагрет на 30 К относительно аквариума. Измеренные значения

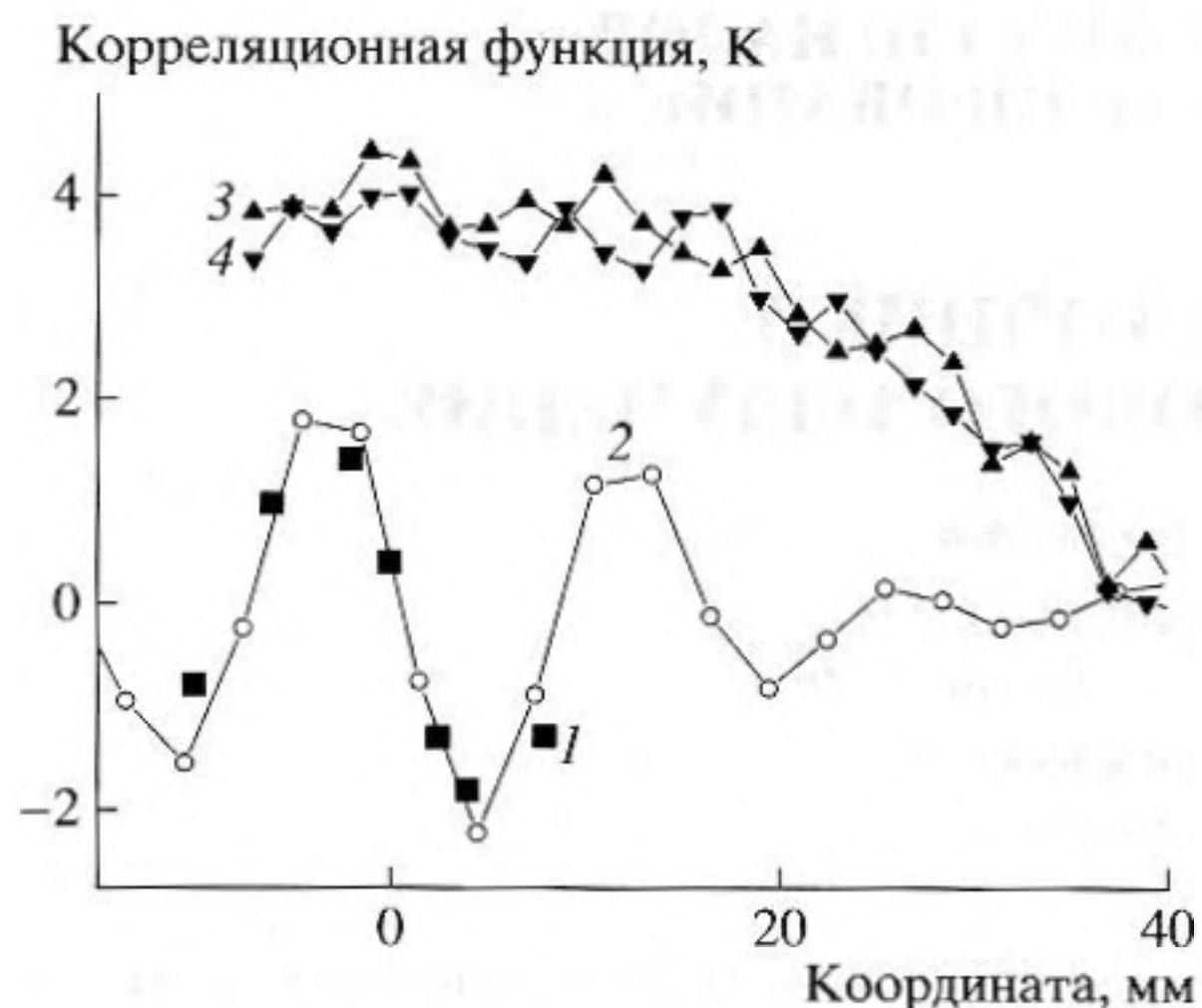


Рис. 5. Измеренная (1) и рассчитанная (2) пространственные корреляционные функции и диаграммы направленности двух приемников (3 и 4). Погрешность измерений составляет 0.4 К.

корреляционной функции при $\tau = 0$ показаны на рис. 5 (1). Также там приведена пространственная корреляционная функция, рассчитанная из временной корреляционной функции путем замены τ на $x = ftz\lambda/D$ (кривая 2). Как видно из рис. 5, расчетная пространственная корреляционная функция близка к полученной экспериментально. На рис. 5 также показаны измеренные (время одного измерения 20 с) акустояркие температуры (кривые 3 и 4) двух приемников для источника шириной 8 мм, нагретого на 20 К относительно аквариума. Эти кривые показывают диаграммы направленности на расстоянии 50 см от приемников. Как видно, ширина диаграмм направленности гораздо больше, чем размеры источников, которые были использованы в экспериментах.

Таким образом, в работе представлено и экспериментально проверено интегральное уравне-

ние для одномерной обратной задачи акустотермографии при корреляционном приеме теплового акустического излучения. Предложен способ решения этой задачи, связанный с суммированием корреляционных функций давления теплового акустического излучения.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 08-02-00240).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hessemer R., Perper T., Bowen T. Correlation thermography/United States patent 4.416,552, Nov. 22, 1983.
2. Аносов А.А., Антонов М.А., Пасечник В.И. Измерение корреляционных свойств теплового акустического излучения. // Акуст. журн. 2000. Т. 46. № 1. С. 28–34.
3. Аносов А.А., Барабаненков Ю.Н., Сельский А.Г. Корреляционный прием теплового акустического излучения// Акуст. журн. 2003. Т. 49. № 6. С. 725–730
4. Буров В.А., Дариалашвили П.И., Евтухов С.Н., Румянцева О.Д. Экспериментальное моделирование процессов активно-пассивной термоакустической томографии//Акуст. журн. 2004. Т. 50. № 3. С. 298–310.
5. Вилков В.А., Кротов Е.В., Мансфельд А.Д., Рейман А.М. Применение фокусируемых антенн для задач акустояркой термометрии//Акуст. журн. 2005. Т. 51. № 1. С. 63–70.
6. Миргородский В.И., Герасимов В.В., Пешин С.В. Экспериментальные исследования особенностей пассивной корреляционной томографии источников некогерентного акустического излучения мегагерцового диапазона//Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 5. С. 606–612.
7. Аносов А.А., Беляев Р.В., Вилков В.А., Казанский А.С., Мансфельд А.Д., Шаракшанэ А.С. Определение динамики изменения температуры в модельном объекте методом акустотермографии // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 4. С. 540–545.