

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ  
ТЕХНИЧЕСКОЙ АКУСТИКИ

УДК 550.341+550.834+621.319

АНАЛИЗ АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ,  
ВОЗБУЖДАЕМОГО ВИБРОИСТОЧНИКОМ В УПРУГОМ СЛОЕ  
И ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЕ

© 2009 г. Ю. М. Заславский, В. Ю. Заславский

Институт прикладной физики РАН  
603950 Н.Новгород, ул. Ульянова 46  
Тел.: (8312)384284 Факс: (8312)365976  
E-mail: zaslav@hydro.appl.sci-nnov.ru  
Поступила в редакцию 18.09.08 г.

Изложены результаты численного анализа акустического поля, возбуждаемого в упругом слое и окружающем пространстве осциллирующим бесконечно протяженным точечным дипольным источником с моментом, ориентированным параллельно границам слоистой структуры. Анализируется пространственное распределение внутри и вне пласта амплитуды  $SH$ -волнового поля, уходящего в направлении, перпендикулярном моменту. Задача решается в двумерной постановке при различных соотношениях упругих параметров жесткости внутренней и внешней области слоистой структуры и при нескольких значениях частоты вибрации.

PACS: 43.30.Ma

Задачи анализа вибрации, возбуждаемой и распространяющейся в твердых волноводах — протяженных слоистых структурах, актуальны при исследованиях колебаний машиностроительных и строительных конструкций, в ультразвуковой технике и медицинской диагностике [1–9]. Родственные задачи решаются при исследовании возможностей сейсмоакустического зондирования слоистых структур с использованием вибрационных источников [10–12]. К ним, в частности, относится изучение особенностей пространственного распределения упругих колебаний в зоне, расположенной в радиусе нескольких длин волн от вибратора. Их результаты могут найти применение в виброакустической диагностике геологической среды, хотя для получения подробных данных требуются специальные исследования с привлечением различных численных методов.

В этой связи в настоящей работе рассматривается задача акустического возбуждения точечным дипольным источником идеально-упругой не диссипативной структуры, состоящей из слоя и окружающих его двух полупространств. Горизонтальный слой, внутри которого расположен дипольный источник  $SH$ -поляризации, контактирует вдоль плоских границ по обе стороны с двумя полупространствами, которые заполнены средами, тождественными по своим акустическим характеристикам. Анализ проводится в двумерной постановке — в предположении бесконечной протяженности источника возбуждения

вдоль координаты  $z$ , т.е. при учете зависимости пространственного распределения полей от двух координат: продольной  $x$  и поперечной  $y$  (рис. 1).

Предполагаем, что материалы слоя и обоих полупространств обладают одинаковой плотностью  $\rho$ , но отличаются значением скорости поперечных волн: внутри слоя оно равно  $c_t$ , а в окружающих полупространствах —  $C_t$ , на обеих границах выполняются условия идеального акустического контакта “склейка”. Среда внутри и в окружающих полупространствах характеризуется также скоростью продольных волн  $c_l, C_l$ , величина которых в случае возбуждения среды источником  $SH$ -поляризации не требует специального задания. Таким образом, во внутренней точке слоя

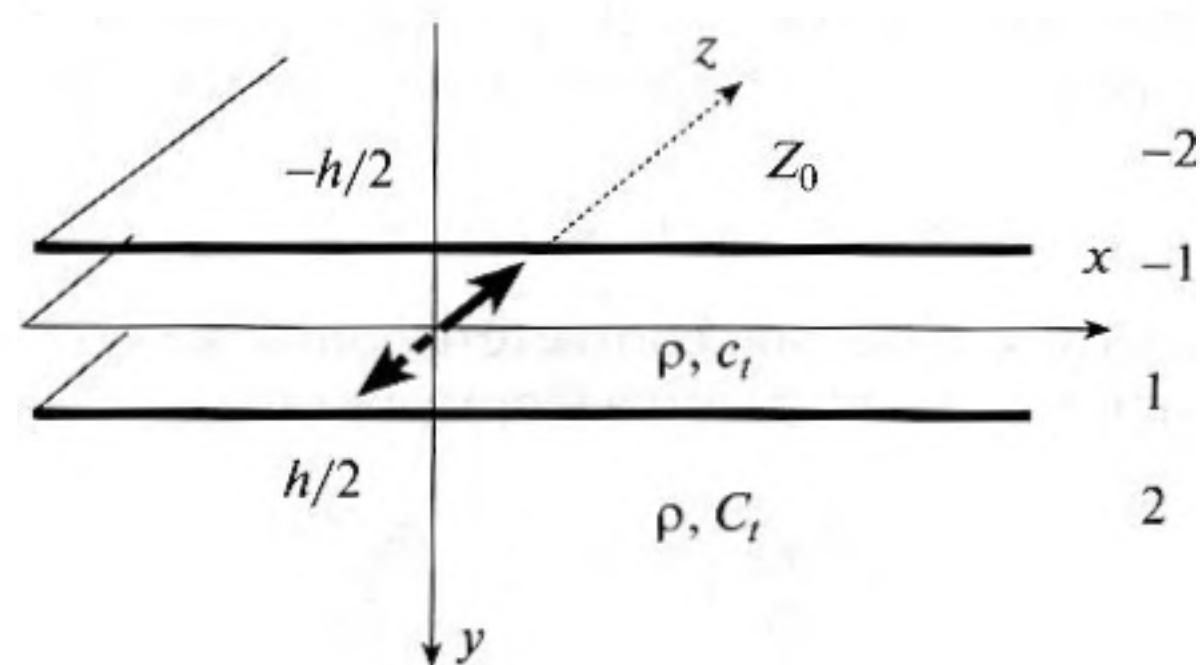


Рис. 1. Расчетная структура среды в виде двух полупространств (2, -2), разделенных слоем (1, -1).  $Z_0$  — переменный силовой источник  $z$ -поляризации в точке  $x = 0, y = 0$  (акустический диполь).

$x = y = 0$  действует источник гармонических колебаний — акустический диполь с моментом  $Z_0 e^{-i\omega t} \delta(x) \delta(y)$ , равномерно распределенным вдоль координаты  $z$ , ось которого параллельна той же оси (экспоненциальный фактор  $e^{-i\omega t}$  далее всюду опускаем). Задача состоит в отыскании пространственного распределения акустического поля поперечных упругих смещений —  $u_z$ , излучаемых внутри слоя и во все окружающее пространство в направлениях  $x, y$  — осей, перпендикулярных моменту диполя.

При решении задачи воспользуемся записью условия возбуждения среды дипольным источником в виде следующего соотношения для сдвиговых напряжений на гипотетической (условной) границе внутри слоя  $y = 0$ , на которой он расположен:

$$\begin{aligned} \sigma_{yz}^{(1)}(x, y = 0) - \sigma_{yz}^{(-1)}(x, y = 0) = \\ = Z_0 \delta(x) = \frac{Z_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ikx} dk. \end{aligned} \quad (1)$$

Уравнение волновых перемещений  $\bar{u}$  для частиц упругой среды, например, в слое следующее:

$$-\partial^2 \bar{u} / \partial t^2 + (c_t^2 - c_l^2) \nabla(\nabla \bar{u}) + c_l^2 \Delta \bar{u} = 0. \quad (2)$$

Переменное воздействие диполя на среду с амплитудой силы  $Z_0$  будет учитываться не в правой части уравнения (2), а с использованием соотношения (1) на условной границе  $y = 0$  между областями слоя снизу и сверху от диполя, обозначенными верхними индексами (1) и (−1).

Для анализа вибрационного поля, возбуждаемого диполем с поперечной  $z$ -поляризацией, можно также использовать векторный потенциал смещений  $\bar{\psi}$ , причем только одну из трех его компонент, например,  $\psi_x$ . Для указанной компоненты потенциала смещений  $\psi_x$  справедливо волновое уравнение, эквивалентное уравнению (2):

$$\Delta \psi_x - (1/c_l^2) \partial^2 \psi_x / \partial t^2 = 0, \quad (3)$$

а упругие смещения, соответствующие каждой из областей слоя, выразятся формулами:

$$u_z^{(1)} = -\frac{\partial \psi_x^{(1)}}{\partial y}, \quad u_z^{(-1)} = -\frac{\partial \psi_x^{(-1)}}{\partial y}. \quad (4)$$

Силовое воздействие вместо его записи в правой части уравнений (2) или (3) будет учитываться в граничных условиях. Будем исходить из интегрального представления упомянутой выше

компоненты потенциала смещений в областях (1), (−1), (2), (−2) следующего вида:

$$\psi_x^{(1)} = \int_{-\infty}^{\infty} \left( e^{i\sqrt{\frac{\omega^2}{c_l^2} - k^2} y} a(k) + e^{-i\sqrt{\frac{\omega^2}{c_l^2} - k^2} y} b(k) \right) e^{ikx} dk, \quad (5)$$

$$\psi_x^{(-1)} = \int_{-\infty}^{\infty} \left( e^{i\sqrt{\frac{\omega^2}{c_l^2} - k^2} y} a'(k) + e^{-i\sqrt{\frac{\omega^2}{c_l^2} - k^2} y} b'(k) \right) e^{ikx} dk, \quad (6)$$

$$\psi_x^{(2)} = \int_{-\infty}^{\infty} A(k) e^{i\sqrt{\frac{\omega^2}{c_l^2} - k^2} y + ikx} dk, \quad (7)$$

$$\psi_x^{(-2)} = \int_{-\infty}^{\infty} A'(k) e^{-i\sqrt{\frac{\omega^2}{c_l^2} - k^2} y + ikx} dk, \quad (8)$$

где  $a(k), b(k), a'(k), b'(k), A(k), A'(k)$  — неизвестные коэффициенты, определяемые далее из условий сшивки решений для смещений и напряжений на границах  $y = 0, y = h/2, y = -h/2$ .

С учетом (4) нетрудно выписать соответствующие выражения для колебательных смещений:

$$u_z^{(1)} = -i \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{\omega^2}{c_l^2} - k^2} \left( e^{i\sqrt{\frac{\omega^2}{c_l^2} - k^2} y} a(k) - e^{-i\sqrt{\frac{\omega^2}{c_l^2} - k^2} y} b(k) \right) e^{ikx} dk, \quad (9)$$

$$u_z^{(-1)} = -i \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{\omega^2}{c_l^2} - k^2} \left( e^{i\sqrt{\frac{\omega^2}{c_l^2} - k^2} y} a'(k) - e^{-i\sqrt{\frac{\omega^2}{c_l^2} - k^2} y} b'(k) \right) e^{ikx} dk, \quad (10)$$

$$u_z^{(2)} = -i \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{\omega^2}{c_l^2} - k^2} A(k) e^{i\sqrt{\frac{\omega^2}{c_l^2} - k^2} y + ikx} dk, \quad (11)$$

$$u_z^{(-2)} = i \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{\omega^2}{c_l^2} - k^2} A'(k) e^{-i\sqrt{\frac{\omega^2}{c_l^2} - k^2} y + ikx} dk. \quad (12)$$

Упругие напряжения  $\sigma_{yz}$  связаны со смещениями  $u_z$ , также как и смещение с потенциалом, посредством оператора производной и даются аналогичными выражениями:

$$\sigma_{yz}^{(1)} = \rho c_t^2 \frac{\partial u_z^{(1)}}{\partial y} = \rho c_t^2 \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2 \right) \times \left( e^{i\sqrt{\frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2} y} a(k) + e^{-i\sqrt{\frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2} y} b(k) \right) e^{ikx} dk, \quad (13)$$

$$\sigma_{yz}^{(-1)} = \rho c_t^2 \frac{\partial u_z^{(-1)}}{\partial y} = \rho c_t^2 \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2 \right) \times \left( e^{i\sqrt{\frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2} y} a'(k) + e^{-i\sqrt{\frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2} y} b'(k) \right) e^{ikx} dk, \quad (14)$$

$$\sigma_{yz}^{(2)} = \rho C_t^2 \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\omega^2}{C_t^2} - k^2 \right) A(k) e^{i\sqrt{\frac{\omega^2}{C_t^2} - k^2} y + ikx} dk, \quad (15)$$

$$\sigma_{yz}^{(-2)} = \rho C_t^2 \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\omega^2}{C_t^2} - k^2 \right) A'(k) e^{-i\sqrt{\frac{\omega^2}{C_t^2} - k^2} y + ikx} dk. \quad (16)$$

В результате вычисления неизвестных коэффициентов, входящих в (5)–(16), путем решения системы 6-и алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{yz}^{(1)}(x, y = 0) - \hat{\sigma}_{yz}^{(-1)}(x, y = 0) &= Z_0 \hat{\delta}(x), \\ \hat{u}_z^{(1)}(y = 0) &= \hat{u}_z^{(-1)}(y = 0), \\ \hat{\sigma}_{yz}^{(1)}(y = h/2) &= \hat{\sigma}_{yz}^{(2)}(y = h/2), \\ \hat{u}_z^{(1)}(y = h/2) &= \hat{u}_z^{(2)}(y = h/2), \\ \hat{\sigma}_{yz}^{(-1)}(y = -h/2) &= \hat{\sigma}_{yz}^{(-2)}(y = -h/2), \\ \hat{u}_z^{(-1)}(y = -h/2) &= \hat{u}_z^{(-2)}(y = -h/2), \end{aligned}$$

где знак  $\hat{\phantom{x}}$  — означает Фурье-изображение колебательных смещений и напряжений, получаем формулы, по которым можно рассчитывать колебательные смещения внутри и вне слоя:

$$u_z^{(1)} = \frac{-iZ_0}{4\pi\rho c_t^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\left( \frac{c_t^2 \sqrt{\frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2} \cos \sqrt{\frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2} h/2}{C_t^2 \sqrt{\frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2}} - i \sin \sqrt{\frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2} h/2 \right) \left( i \sin \sqrt{\frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2} (y - h/2) + \frac{c_t^2 \sqrt{\frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2} \cos \sqrt{\frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2} (y - h/2)}{C_t^2 \sqrt{\frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2}} \right) e^{ikx}}{\sqrt{\frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2} \left( \frac{2c_t^2 \sqrt{\frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2} \cos \sqrt{\frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2} h}{C_t^2 \sqrt{\frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2}} - i \left( 1 + \frac{c_t^4 \left( \frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2 \right)}{C_t^4 \left( \frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2 \right)} \right) \sin \sqrt{\frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2} h \right)} dk \quad (17)$$

для  $0 \leq y \leq h/2$ ,

$$u_z^{(2)} = \frac{-iZ_0}{4\pi\rho C_t^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\left( \frac{c_t^2 \sqrt{\frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2} \cos \sqrt{\frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2} h/2}{C_t^2 \sqrt{\frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2}} - i \sin \sqrt{\frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2} h/2 \right) e^{i\sqrt{\frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2} (y - h/2) + ikx}}{\sqrt{\frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2} \left( \frac{2c_t^2 \sqrt{\frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2} \cos \sqrt{\frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2} h}{C_t^2 \sqrt{\frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2}} - i \left( 1 + \frac{c_t^4 \left( \frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2 \right)}{C_t^4 \left( \frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2 \right)} \right) \sin \sqrt{\frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2} h \right)} dk \quad (18)$$

для  $y > h/2$ .

Прежде чем изложить результаты расчета полей, порождаемых действием вибрационного источника, рассмотрим характеристики собственных упругих колебаний z-поляризации в слое, ко-

торые являются прямым аналогом волн Лява. Дисперсия волн сдвига дается обращением в нуль знаменателя подынтегрального выражения в формулах (17), (18), откуда следует формула, свя-

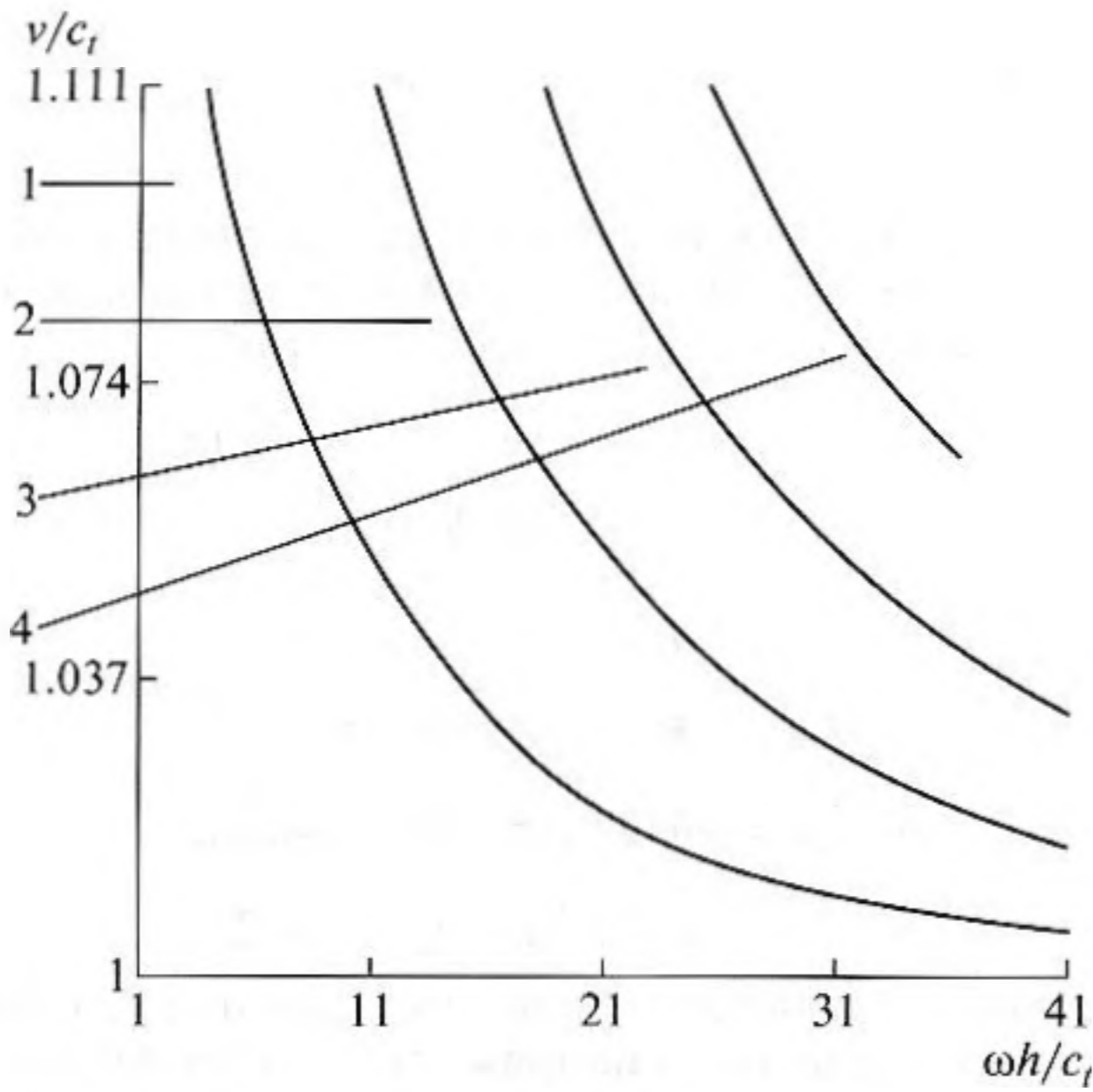


Рис. 2. Дисперсия фазовой скорости нескольких первых мод собственных колебаний  $z$ -поляризации в слое при контрасте жесткостей с окружающей средой  $c_t/C_t = 0.9$ . 1, 2, 3, 4 – номера мод, соответствующих нескольким первым собственным колебаниям.

зывающая фазовую скорость этих волн  $V$  в слое толщины  $h$  с частотой вибрации  $\omega$ :

$$\frac{2c_t^2 \sqrt{\frac{V^2}{c_t^2} - 1}}{C_t^2 \sqrt{1 - \frac{V^2}{C_t^2}}} + \left( 1 - \frac{V^2 - 1}{c_t^2} \frac{c_t^4}{1 - \frac{V^2}{C_t^2}} \right) \operatorname{tg} \left( \frac{\omega h}{V} \sqrt{\frac{V^2}{c_t^2} - 1} \right) = 0 \quad (19)$$

для  $\frac{c_t}{C_t} < 1$ , и, соответственно, при  $c_t \leq V \leq C_t$ .

Картина дисперсионных кривых для первых нескольких мод дается на рис. 2 в том случае, когда контраст жесткостей для внутренней и внешней областей слоя составляет  $c_t/C_t = 0.9$  (случай волноводного распространения). Нетрудно видеть, что значения их критических частот или частот отсечки, включая моду нижайшего номера, опре-

деляются эквидистантным рядом  $\omega_1^* \approx 3.5c_t/h$ ,  $\omega_2^* \approx 11c_t/h$ ,  $\omega_3^* \approx 18.5c_t/h$ ,  $\omega_4^* \approx 26c_t/h$  и т.д. Фазовая скорость для любой дисперсионной ветви – моды  $i$ -го номера начинается при соответствующем  $\omega_i^*$  от максимального значения – скорости волны сдвига в окружающем пространстве  $C_t$ , монотонно спадает с ростом частоты и асимптотически приближается к минимальной величине – скорости волны сдвига в слое  $c_t$ . Знание этих частот и всей дисперсионной картины позволяет предсказать, какие моды и с какими фазовыми скоростями могут участвовать в пакете волн, образующем в слое результирующее вибросейсмическое поле, создаваемое источником, осциллирующим на той или иной частоте. Характерно, что на частоте отсечки первой моды  $\omega_1^*$  толщина слоя составляет полволны данной моды  $h = \lambda/2$ , а на следующих – кратно этому значению.

Сравнение формул (17), (18) показывает равенство колебательных смещений при стремлении к границе с обеих сторон  $u_z^{(1)}(y = h/2) = u_z^{(2)}(y = h/2)$ , что представляется важным при верификации выведенных выражений. Интегрирование в формулах (17), (18) по переменной  $k$  может быть проведено различными методами. В точках полюсов, определяемых по формуле (19), с помощью (17) может быть вычислено поле, соответствующее той или иной моде внутри слоя, либо суперпозиции ряда мод, если выбранному значению безразмерной частоты  $\Omega = \omega h/c_t$  будут соответствовать несколько реальных значений скорости  $V$  на разных дисперсионных ветвях плоскости  $V/c_t - \omega h/c_t$ . С помощью асимптотической оценки интегрального выражения (18) (точка стационарной фазы при  $k = \frac{\omega}{C_t} \cos \theta$ , а отсчет угла  $\theta$  ведется от оси  $x$ ) возможен расчет поля так называемой лучевой волны на расстояниях, много больших длины волны [13]. В частности, имеет место следующая формула для расчета угловой зависимости ее амплитуды:

$$u_z^{(2)} = \frac{\frac{Z_0}{4\rho\omega C_t} \sqrt{\frac{C_t}{\omega r}} e^{i\frac{\omega r}{C_t} - i\frac{3\pi}{4} - i\frac{\omega h}{2C_t} \sin \theta} \left( \frac{c_t \sqrt{1 - \frac{c_t^2}{C_t^2} \cos^2 \theta} \cos \frac{\omega h}{2c_t} \sqrt{1 - \frac{c_t^2}{C_t^2} \cos^2 \theta}}{C_t \sin \theta} - i \sin \frac{\omega h}{2c_t} \sqrt{1 - \frac{c_t^2}{C_t^2} \cos^2 \theta} \right)}{\left( \frac{2c_t \sqrt{1 - \frac{c_t^2}{C_t^2} \cos^2 \theta} \cos \frac{\omega h}{c_t} \sqrt{1 - \frac{c_t^2}{C_t^2} \cos^2 \theta}}{C_t \sin \theta} - i \left( 1 + \frac{c_t^2 \left( 1 - \frac{c_t^2}{C_t^2} \cos^2 \theta \right)}{C_t^2 \sin^2 \theta} \right) \sin \frac{\omega h}{c_t} \sqrt{1 - \frac{c_t^2}{C_t^2} \cos^2 \theta} \right)} \quad (20)$$

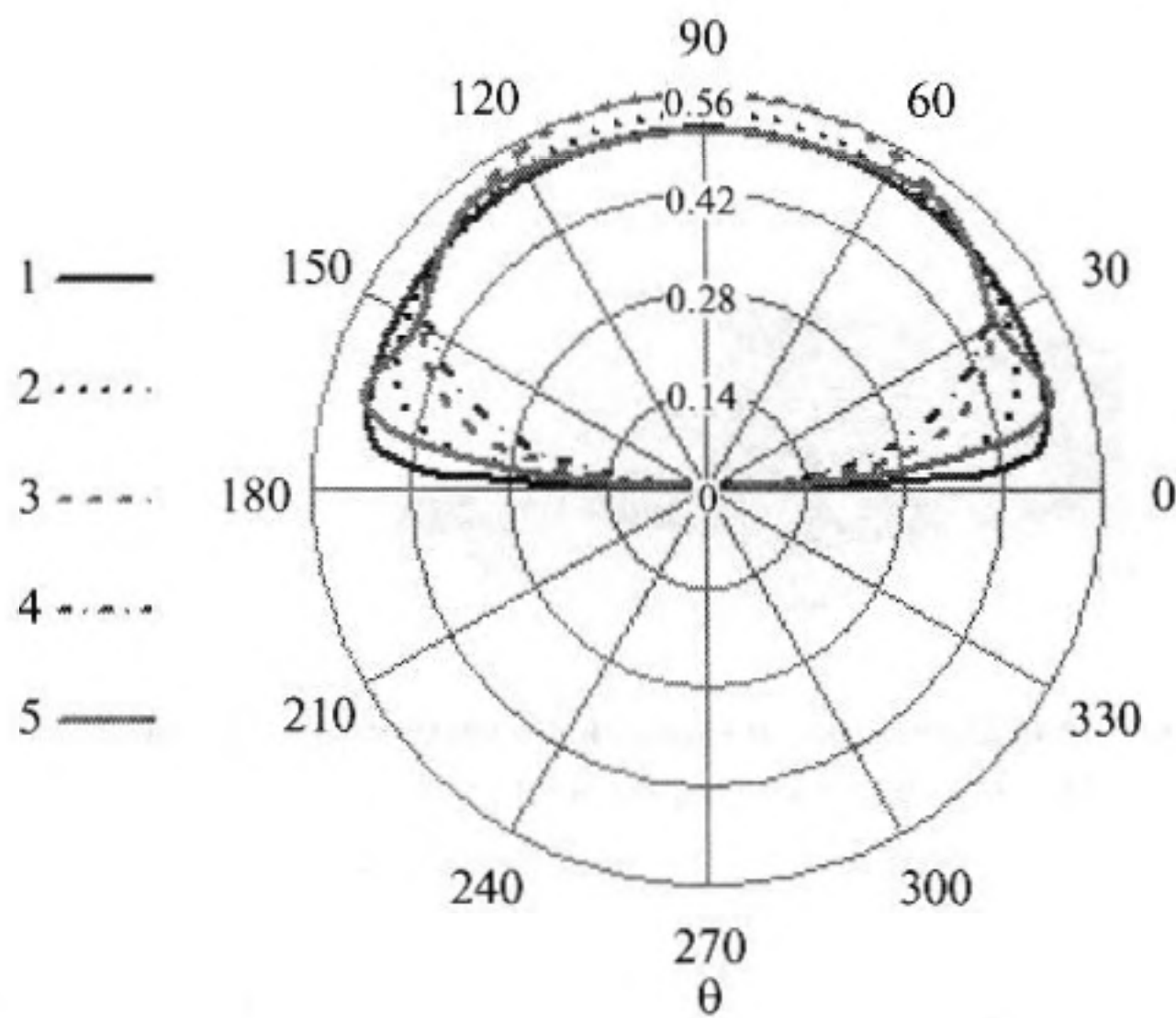


Рис. 3. Характеристика направленности объемных лучевых SH-волн: 1 –  $\Omega = \omega h/c_t = \pi/6$ , 2 –  $\pi/2$ , 3 –  $\pi$ , 4 –  $2\pi$ , 5 –  $4\pi$ ,  $c_t/C_l = 0.9$ .

Характеристики направленности этой волны, описываемые дробью при амплитудном и экспоненциальном множителях в формуле (20), представляющей собой функцию угла  $\theta$ , даются на рис. 3 при нескольких значениях частоты  $\Omega$ , когда в слое реализуется случай волноводного распространения и параметр контраста равен  $c_t/C_l = 0.9$ .

Количественный анализ конфигурации поля вблизи источника с внешней стороны границы слоя для расстояний, охватывающих область в несколько (либо порядка десятка) длин волн от точки возбуждения, может быть выполнен на основе численных расчетов, например, с использованием пакета программ Mathcad 14. В частности, на рис. 4а, б дается картина поля внутри и вне слоя для вышеупомянутого случая  $c_t/C_l = 0.9$  на частоте

те вибрации  $\Omega = 5\pi$ . Следует понимать, что пространственная картина на рис. 4б является непрерывным продолжением с правого края картины на рис. 4а, с учетом условия “состыковки” полей по уровню в граничных точках, разделяющих внутреннюю область слоя от внешней. Масштаб по осям  $x, y$  произвольный, но поперек слоя (по оси  $y$ ) – более крупный. Принимая для оценок скорость поперечных волн в слое  $c_t = 300$  м/с, мощность слоя  $h = 10$  м, получаем значение частоты вибрации  $f = 75$  Гц. Качественный анализ зависимости показывает, что внутри слоя она носит интерференционный характер. Это обусловлено тем, что в слое возбуждаются две первые моды, взаимно интерферирующие друг с другом. Кроме того, в волновой картине присутствует ближнее поле источника, которое при удалении от него быстро спадает по амплитуде. Рис. 4б показывает, что снаружи слоя амплитуда поля также спадает, хотя это не противоречит наличию упруго-волнового излучения во внешнюю область. Из полученной численным расчетом картины видно, что в ближней области поля излучения у самой границы вглубь формируются центральный и два боковых максимумов.

Если обратиться к случаю большего контраста параметров скорости  $c_t/C_l = 0.09$  при той же частоте вибрации  $\Omega = 5\pi$ , то результаты выполненного здесь численного расчета даются на рис. 5а, б. Сравнение с картиной, даваемой на рис. 4а, б, показывает, что при таком изменении параметра контраста резкость провалов при осцилляциях амплитуды поля внутри пласта и степень крутизны спада поля снаружи заметно возросли. При сохранении внутри слоя осцилляций поля по обеим координатам, имеет место возникновение последовательности горбов или максимумов повышенной амплитуды, повторяющие распределение в источнике. Это, вероятно, обусловлено влиянием более резких, чем ранее, отражений от границ в связи увеличением контраста параметров упругости материалов слоя и окружающего

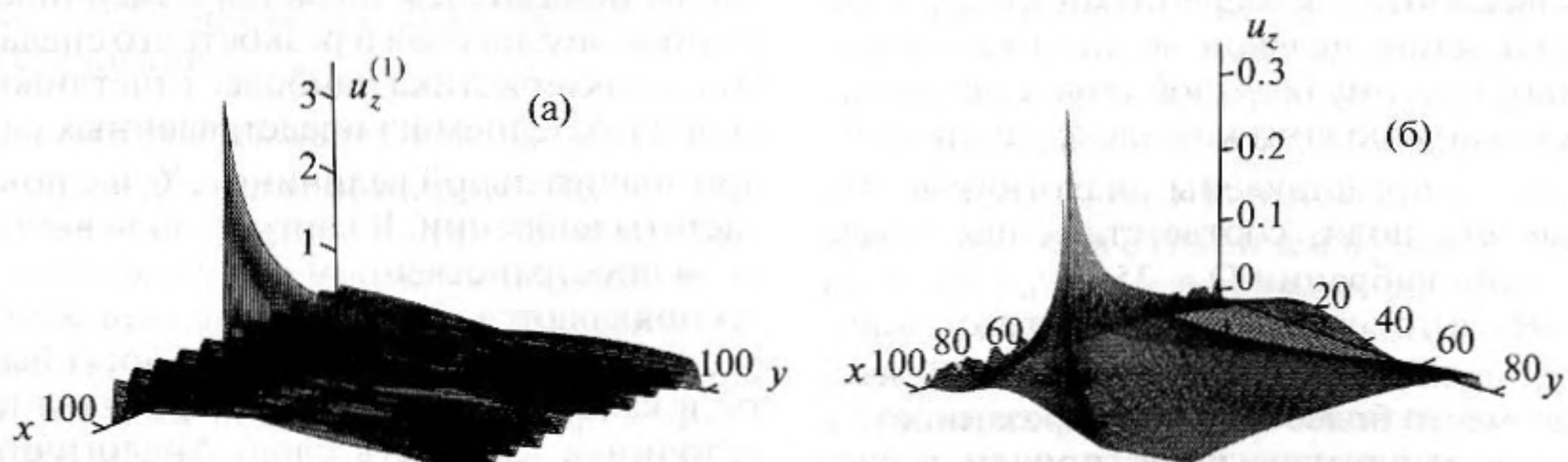


Рис. 4. Пространственное распределение амплитуды волнового поля смещений в нижней половине структуры: а – внутри слоя (область 1), б – вне слоя (область 2).  $c_t/C_l = 0.9$ ,  $\Omega = 0.5\pi$ . Ось  $x$ , идущая влево, – направление вдоль по слою, ось  $y$  вправо – поперек слоя. Вертикальная ось  $z$  – амплитуда поля. Амплитуда и координаты – в относительных единицах.

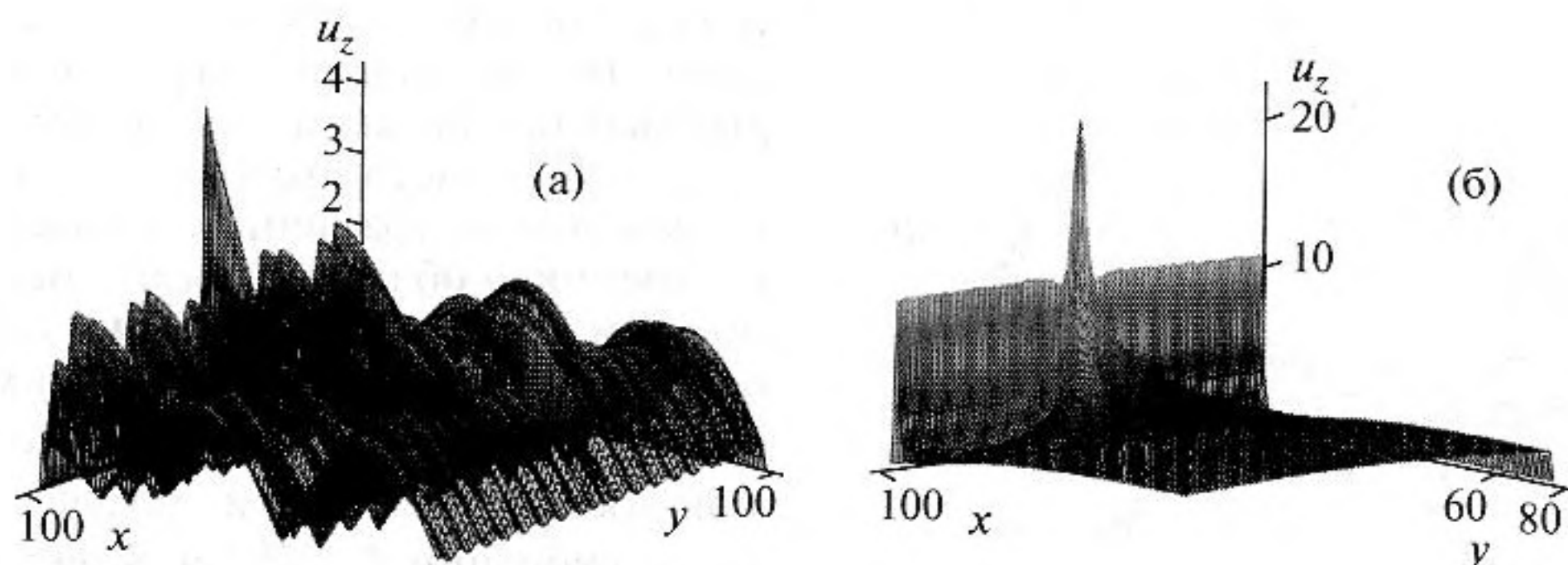


Рис. 5. Пространственное распределение амплитуды волнового поля смещений в нижней половине структуры: а – внутри слоя (область 1), б – вне слоя (область 2).  $c_t/C_l = 0.09$ ,  $\Omega = 5\pi$ . Оси аналогичны рис. 4.

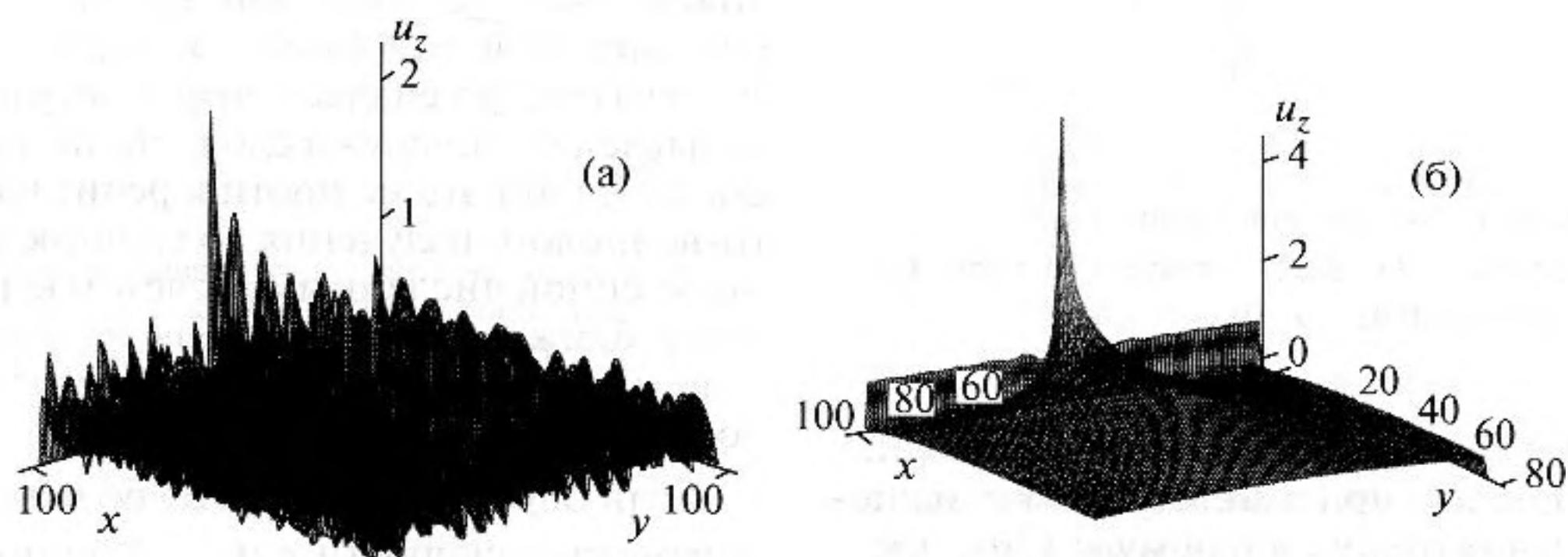


Рис. 6. Пространственное распределение амплитуды волнового поля смещений в нижней половине структуры: а – внутри слоя (область 1), б – вне слоя (область 2).  $c_t/C_l = 0.09$ ,  $\Omega = 25\pi$ . Оси аналогичны рис. 4.

массива. В этом случае также характерен и более резкий спад поля снаружи слоя, причем как при удалении поперек от границы, так и в направлении вдоль нее. Возможно, этот факт также может быть использован для акустической диагностики упругих параметров среды. Например, получение оценки отношения скоростей  $c_t/C_l$  путем съема данных о пространственном распределении амплитуды поля в сейсмоакустических экспериментах с мелким шагом по глубине (координате  $y$ ). В этом случае требуются только амплитудные измерения, не связанные с измерениями фазы, либо времени вступления целевой волны (волны полезного типа), поэтому большой объем исходных данных не сильно усложнит комплекс измерений.

На рис. 6а, б представлены аналогичные результаты расчета поля, соответствующие более высокой частоте вибрации  $\Omega = 25\pi$  ( $f = 375$  Гц). Рассматривается тот же высокий контраст упругости внутри слоя и вне его,  $c_t/C_l = 0.09$ . В этом случае имеет место более сильная изрезанность в распределении амплитуды поля, причем в распределении амплитуды поля внутри слоя возникают острые пики и число этих максимумов возрастает. Поперек слоя образуется гребень или часток пиков, соответствующих основному пику,

расположенному в точке установки источника и повторяющих его по форме. Для распределения поля в наружной области также характерно более резкое спадание амплитуды поля с удалением от границы слоя (ср. с рис. 4б, 5б).

Для надежной локализации самого слоя, а также для прогноза значения  $c_t/C_l$  путем обмера поля во множестве точек вблизи источника, необходим показатель или индикатор, указывающий на нахождение источника излучения внутри слоя. Таким показателем является изменчивость уровня поля внутри слоя и резкость его спада снаружи. Эта характеристика наиболее отчетливо проявляется в последнем из представленных случаев, т.е. при значительной величине  $c_t/C_l$  и с повышением частоты вибрации. В картине поля внутри пласта, т.е. в пространственном распределении амплитуды появляются резкие, строго периодические перепады поперек слоя, которые могут быть приняты в качестве характерного признака попадания источника в область слоя. Аналогичный вывод касается прогнозирования величины отношения  $c_t/C_l$ , характеризующего контраст жесткостей среды в слое и в его окружении. Отсюда следует, что в качестве индикатора, или информативного

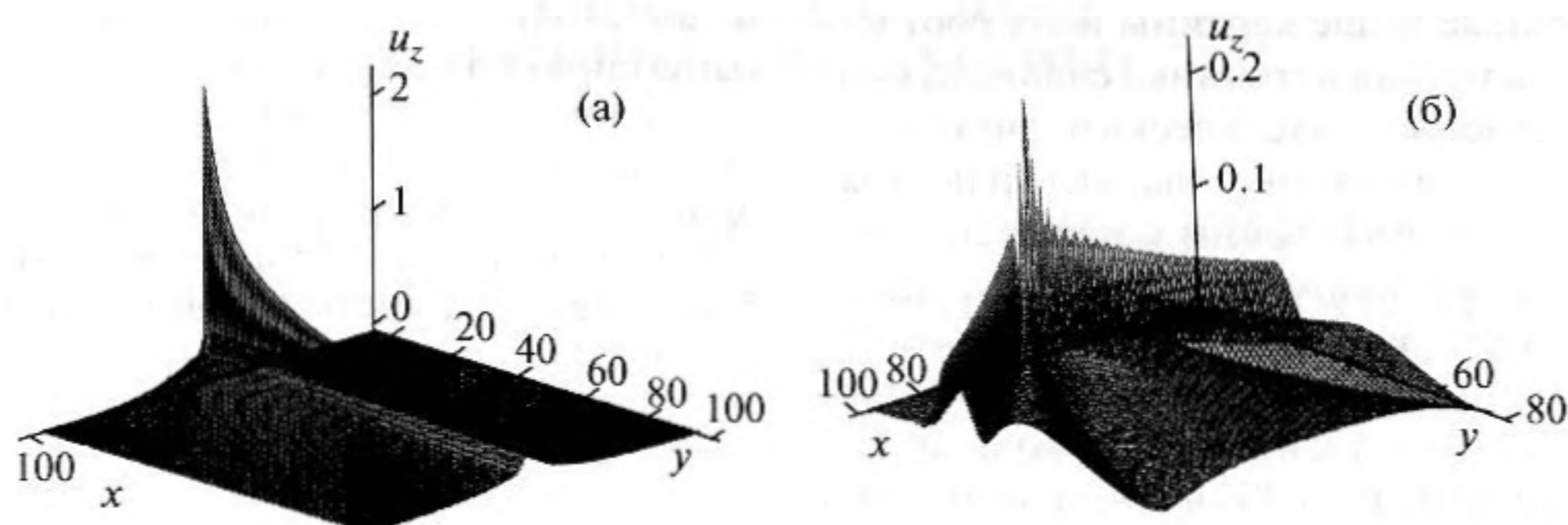


Рис. 7. Пространственное распределение амплитуды волнового поля смещений в нижней половине структуры: а — внутри слоя (область 1), б — вне слоя (область 2).  $c_l/c_t = 1.1$ ,  $\Omega = 5\pi$ . Оси аналогичны рис. 4.

признака, может использоваться найденная выше резкая изменчивость пространственной структуры поля вблизи источника, фиксируемая в реальном натурном эксперименте. Следует предположить, что в реальных условиях в одной скважине в непосредственной близости от источника колебаний должна размещаться многочисленная группа приемников в виде цепочки, окружающей его с обеих сторон. Возникновение в структуре волнового поля на ближних к источнику дистанциях значительных по уровню перепадов со строгой периодичностью по глубине и локализованных в ограниченной пространственной зоне может свидетельствовать о попадании измерительных точек во внутреннюю область зондируемого слоя, имеющего сильно пониженную жесткость среды относительно вмещающего массива. Последний из представленных примеров, отличающейся повышенной частотой вибрации, должен показать необходимость соблюдения оптимальности при выборе этого параметра. Очевидно, неограниченный переход к более высоким частотам, несмотря на усиление контраста в картине поля, в реальных условиях будет неоправдан ввиду возрастания отрицательного влияния фактора поглощения на амплитуду излучаемых волн. В данной работе при проведении анализа акустической волновой структуры диссипативный фактор не учтен и его влияние составит предмет дальнейших исследований.

Аналогичный расчет выполнен для антиволноводных условий, в частности, при  $c_l/c_t = 1.1$ . В этом случае скорость волн сдвига в слое превышает это же значение для окружающего пространства. В формулах (17), (18) на действительной оси плоскости комплексного переменного  $k$  отсутствуют полюса подынтегральных функций, соответствующие нулям в их знаменателях. Поэтому волновое поле внутри слоя, как показывает результат численного расчета, изображенный на рис. 7а для расстояний в несколько длин волн от источника, не имеет интерференционной струк-

туры, о чем свидетельствует его постоянство по амплитуде за исключением ближней к источнику зоны. Вместе с тем, имеет место излучение за пределы пласта, причем как в виде лучевой, так и не лучевой волны [13]. Как следует из (20), при  $\arccos(C_l/c_t) < \theta \leq \pi - \arccos(C_l/c_t)$  излучается объемная лучевая  $SH$ -волна, описываемая в дальней волновой зоне источника формулой (20). Но при  $\theta = \pm \arccos(C_l/c_t)$ , как это следует из (18), имеет место излучение не лучевой волны, которая на расстояниях, значительно превышающих волновые, характеризуется фазовым фронтом типа:

$$u_z^{(2)} \rightarrow e^{i\frac{\omega}{C_l} \sqrt{1 - \frac{C_l^2}{c_t^2} (y-h/2)^2} \pm i\frac{\omega}{c_t} x - i\omega t},$$

т.е. по внешнюю сторону слоя фронт припасованной волны образует с границей угол  $\pm \arccos(C_l/c_t)$ .

На расстояниях от границы и источника, соизмеримых с несколькими длинами волн или десятком длин волн, соответствующая картина пространственного распределения поля получена из численных расчетов по формуле (18) и представлена на рис. 7б для  $\Omega = 5\pi$ . Нетрудно видеть, что характер поля по внешнюю сторону относительно границы имеет определенную специфику. Пространственная конфигурация отличается наличием центрального максимума и боковых в виде выделенных лепестков, идущих веером. Крайний из боковых лепестков образует с границей угол  $\pm \arccos(C_l/c_t)$ . Равенство угла, образуемого этим лепестком с границей в распределении поля вне слоя на незначительных расстояниях от источника и угла между волновым фронтом и той же линией в дальней волновой зоне, представляет собой характерную особенность, которая свидетельствует о взаимосвязи в пространственном распределении поля излучения в ближней и дальней областях. Использование указанной закономерности может найти полезное применение в акустической диагностике.

Представленные выше картины поля соответствуют случаю действия источника сдвиговых колебаний, создаваемых акустическим диполем с моментом, ориентированным параллельно границам, когда излучаемые волны уходят в перпендикулярном к нему направлении. Возбуждение вибрации диполем, имеющим другую ориентацию момента, например, вдоль направления распространения, приведет к излучению волн другого типа, в частности,  $P$ - и  $SV$ -волн, регистрация которых наряду с рассмотренными повысит надежность диагностики акустических и структурных параметров, описывающих слоистую среду.

Таким образом, выше анализировались характеристики каналовых  $SH$ -волн [14], использование которых наряду с волнами других поляризацій предполагается при вибросейсмическом зондировании. В области вблизи источника на основе перебора в соотношениях жесткостей слоя и вмещающей среды на частотах вибрации, используемых при сейсморазведке, установлено наличие характерных особенностей пространственного распределения упругого волнового поля  $SH$  поляризации. Найденные особенности могут оказаться полезными, например, при сейсмопрофилировании или диагностике геосреды в земных недрах, содержащих угольные или нефтеносные пласты. В частности, можно полагать, что в рамках настоящей задачи приближенно моделируется ситуация, типичная при проведении разведочного бурения, когда важно обнаружить выход долота бурильной колонны на горизонт, где расположен продуктивный пласт, характеризующийся пониженной жесткостью по отношению к вмещающей породе. Используя простейшую аналогию, считаем, что вращающееся долото адекватно источнику упругих колебаний — осциллирующему диполю. При проникании долота в “мягкую” среду существенно увеличивается амплитуда эквивалентного ему дипольного момента и одновременно с этим возрастает уровень возбуждаемого вибросейсмического поля (даже при условии не изменяющегося по величине момента). Отсюда следует, что характеристики вибросейсмического поля, регистрируемого в процессе проходки скважины, могут служить информативным признаком выхода долота бурильной колонны на глубину залежи. Этот дополнительный признак может оказаться столь же полезным, как и уже известные признаки, используемые на практике. Очевидно, требуются многочисленные дальнейшие исследования для получения исчерпывающих данных, составляющих необходимое

и достаточное многообразие особенностей вибрационных волновых полей. Их знание составило бы основу эффективной диагностики акустических параметров среды во внутренних областях слоистой структуры, недоступных измерениям путем непосредственного (прямого) с ними контакта. Представленные в работе иллюстрации, вероятно, могут способствовать детальному анализу вибросейсмических полей, пополняя необходимые данные об их особенностях.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ерофеев В.И., Кажяев В.В., Семерикова Н.П.* Волны в стержнях. Дисперсия. Диссипация. Нелинейность. М.: Физматлит, 2002. 208 с.
2. *Клочков Б.Н.* Ближнее поле силового низкочастотного источника на слоистой биоткани // Акуст. журн. 2002. Т. 48. № 1. С. 70–76.
3. *Тиманин Е.М.* Поля смещений поверхностного источника колебаний в слоистой биологической ткани // Акуст. журн. 2002. Т. 48. № 1. С. 98–104.
4. *Шарфарец Б.П.* Поле сферического излучателя звука в идеальном волноводе // Акуст. журн. 2002. Т. 48. № 4. С. 547–551.
5. *Ватульян А.О., Драгилев В.М., Драгилева Л.Л.* Реконструкция динамики контактных напряжений в упругом слое, возникающих при смещении его свободной границы // Акуст. журн. 2001. Т. 47. № 6. С. 665–671.
6. *Кайбичев И.А., Шавров В.Г.* Поперечные волны в неоднородном слое между двумя средами // Акуст. журн. 1999. Т. 45. № 1. С. 81–86.
7. *Бирюков С.В., Гуляев Ю.В., Крылов В.В., Плесский В.П.* Поверхностные акустические волны в неоднородных средах. М.: Наука, 1989. 445 с.
8. *Гринченко В.Т., Мелешко В.В.* Гармонические колебания и волны в упругих телах. Киев: Наукова думка, 1981. 285 с.
9. *Викторов И.А.* Звуковые поверхностные волны в твердых телах. М.: Наука, 1981. 287 с.
10. *Заславский Ю.М.* Излучение сейсмических волн вибрационными источниками. Н.Новгород: ИПФ РАН, 2007. 200 с.
11. Теория и практика наземной невзрывной сейсморазведки. Под ред. *М.Б. Шнейерсона*. М.: Недра, 1998. 527 с.
12. *Чичинин И.С.* Вибрационное излучение сейсмических волн. М.: Недра, 1984. 224 с.
13. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
14. *Ямщиков В.С.* Волновые процессы в массиве горных пород. Учебник для вузов. М.: Недра, 1984. 271 с.