

**ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ
ТЕХНИЧЕСКОЙ АКУСТИКИ**

УДК 534.8

**РЕЗОНАНСЫ В СИСТЕМЕ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ИЗЛУЧАТЕЛЬ –
МНОГОСЛОЙНАЯ УЛЬТРАЗВУКОВАЯ КАМЕРА С ПОТЕРЯМИ**

© 2009 г. В. Е. Курочкин, Б. П. Шарфаренц

Институт аналитического приборостроения РАН

190103 Санкт-Петербург, Рижский просп. 26

E-mail: sharb@mail.ru

Поступила в редакцию 22.05.07 г.

Предложен подход расчета резонансных частот и акустических характеристик ультразвуковых многослойных жидких камер, граничащих с воздушным или жидким полупространством и нагруженных на пьезоэлектрический излучатель. Принято допущение о справедливости плоского движения. Подход позволяет получить исчерпывающую информацию о физических процессах в камере. Получено выражение, связывающее электрический адмитанс пьезопластины и входной импеданс акустической нагрузки. В качестве примеров рассмотрен ненагруженный излучатель, а также излучатель, нагруженный на акустическое сопротивление с постоянным и с частотно зависимым импедансами.

PACS: 43.35.Yb, 43.38.F, 43.58.Vb

Как известно, применение ультразвуковых волн конечной амплитуды получило очень большое применение в различных областях науки и техники [1]. В частности, широко применяются всевозможные ультразвуковые камеры (УЗК), в которых принудительно создаются стоячие акустические волны для решения различных технологических задач. Эти камеры могут представлять собой достаточно сложные акустические волноводы, однако здесь рассматриваются камеры, для которых справедливо допущение о плоском движении. Как правило, наиболее эффективным использованием камер является на резонансных частотах, что усиливает такие полезные эффекты, как радиационное давление, течения и др. [2, 3]. Отметим некоторые работы, посвященные вопросам резонансного озвучивания УЗК. В работах [4–8] исследуется система пьезоизлучатель – камера как единое целое и с применением метода переходных матриц рассчитываются акустические поля и резонансные частоты в камере. При этом, однако, рассматриваются камеры с идеальными граничными условиями, потери в которых обусловлены только затуханием. В работе [9] на основе решения одномерной краевой задачи получена амплитудно-частотная характеристика УЗК с плоскими пьезопластинами. В работах [10, 11], напротив, идеализируются граничные условия на поверхности излучателя, который заменяется абсолютно жесткой поверхностью, но учитываются потери на второй границе камеры, граничащей с воздухом. Однако при этом остается в стороне вопрос влияния излучателя, как системы с распределенными параметрами, на частотный

характер поля во всей системе, включая и излучатель. Отметим, что в указанных работах рассматривается стандартная трехслойная камера, состоящая из накладки пьезоизлучателя, слоя жидкости и отражателя. В работе [12] предложена электрическая эквивалентная схема составной резонаторной структуры: пьезодиэлектрическая пленка с электродами – подложка. В работе [13] проанализированы собственные колебания круглых пьезопластин переменной толщины.

В работе [14] рассматривается УЗК с произвольным количеством слоев, с потерями на границе (камера граничит либо с воздухом, либо с жидким полупространством), однако излучатель заменяется идеальной абсолютно жесткой колеблющейся границей. Там же на простом примере показан характер ошибок, возникающих вследствие идеализации излучателя.

В настоящей работе рассматривается камера, как система с произвольным количеством слоев, граничащая с воздухом, либо с жидким полупространством и облучаемая пьезоэлектрическим пластинчатым излучателем. Акустическое и электромагнитное поля в пьезоизлучателе при этом учитываются в рамках линейной квазистационарной модели [15]. Тем самым метод, предложенный для систем с идеальными границами [4, 5], адаптируется к случаю произвольных граничных условий. Такой подход позволяет получить адекватное описание всех характеристик УЗК в рамках рассматриваемой модели.

Как известно, колебания в пьезоэлектриках, являющихся существенно анизотропными, как с точки зрения механических, так и с точки зрения

пьезоэлектрических и диэлектрических свойств, описываются сложной системой электромеханических уравнений. Эти уравнения, однако, существенно упрощаются в некоторых случаях, когда система уравнений становится одномерной. В настоящей работе рассматривается пьезоэлектрический излучатель в виде тонкой пластинки, осуществляющей только продольные колебания по толщине пластины. Все функции, описывающие электромеханические процессы такой пластины, зависят только от одной переменной x , ориентированной по толщине пластины, а тензоры преобразуются в константы. В этом случае линейные уравнения пьезоэлектричества описываются следующими уравнениями [4, 15]:

$$\tilde{c} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + e \frac{\partial^2 \varphi(x,t)}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}, \quad (1)$$

$$\varphi(x,t) = \frac{e}{\varepsilon} u(x,t) + \phi_1 x + \phi_0 \quad (2)$$

$$T(x,t) = \tilde{c} \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} + e \frac{\partial \varphi(x,t)}{\partial x}, \quad (3)$$

$$D(x,t) = e \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} - \varepsilon \frac{\partial \varphi(x,t)}{\partial x}. \quad (4)$$

Здесь u — смещение; φ — электрический потенциал; T — напряжение; D — диэлектрическое смещение; ρ , \tilde{c} , e , ε — плотность, упругая жесткость пластины и ее пьезоэлектрическая и диэлектрическая постоянные соответственно, остающиеся неизменными в пределах пластины (здесь под диэлектрической постоянной в системе СИ понимается произведение электрической постоянной $\varepsilon_0 = 8.85418782 \times 10^{-12}$ Ф/м и безразмерной диэлектрической проницаемости материала); ϕ_0 , ϕ_1 — неопределенные константы.

Объединяя (1) и (2), имеем

$$\left(\tilde{c} + \frac{e^2}{\varepsilon} \right) \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}. \quad (5)$$

Решение (5) при установившихся гармонических колебаниях $u(x,t) = u(x)e^{-i\omega t}$ имеет вид

$$u(x) = A \cos kx + B \sin kx. \quad (6)$$

Здесь A , B — неопределенные константы; $k = \frac{\omega}{c}$ — волновое число; c — скорость продольной волны

$$c = \sqrt{\frac{\tilde{c} + e^2/\varepsilon}{\rho}}. \quad (7)$$

Из (2), (3) и (5) имеем

$$T(x) = k(\tilde{c} + e^2/\varepsilon)(-A \sin kx + B \cos kx) + e\phi_1. \quad (8)$$

Из (2) и (4) имеем

$$D(x) = -\varepsilon\phi_1. \quad (9)$$

Пусть толщина пластинки l и величина x меняется в интервале $x \in [0, l]$. Для нахождения четырех неопределенных коэффициентов A , B , ϕ_0 и ϕ_1 необходимо удовлетворить краевым условиям, например, на границе $x = 0$ для всех искомых функций

$$\begin{aligned} u(x)|_{x=0} &= u_0; & \varphi(x)|_{x=0} &= \varphi_0; \\ T(x)|_{x=0} &= T_0; & D(x)|_{x=0} &= D_0. \end{aligned} \quad (10)$$

В работе [4] приведены выражения, связывающие условия (10) с неопределенными коэффициентами. Применительно к рассматриваемому случаю они равны

$$\begin{aligned} A &= u_0, & B &= \frac{1}{(\tilde{c} + e^2/\varepsilon)k} \left(T_0 + \frac{e}{\varepsilon} D_0 \right), \\ \phi_0 &= \varphi_0 - \frac{e}{\varepsilon} u_0, & \phi_1 &= -\frac{1}{\varepsilon} D_0. \end{aligned} \quad (11)$$

После определения констант (11) можно использовать метод переходных матриц для расчета значений $u(x)$, $T(x)$, $\varphi(x)$ и $D(x)$ в любой точке $x \in (0, l]$ [4]

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} u(x) \\ T(x) \\ \varphi(x) \\ D(x) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} M^{uu} & M^{uT} & 0 & M^{uD} \\ M^{Tu} & M^{TT} & 0 & M^{TD} \\ M^{\varphi u} & M^{\varphi T} & 1 & M^{\varphi D} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(0) \\ T(0) \\ \varphi(0) \\ D(0) \end{pmatrix} = \\ &= \mathbf{M}_p \begin{pmatrix} u(0) \\ T(0) \\ \varphi(0) \\ D(0) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (12)$$

Последняя строка матрицы следует из (9). Найдем остальные элементы переходной матрицы, исходя из (2)–(4), (6) и (11). Окончательно имеем

$$M^{uu} = M^{TT} = \cos kx, \quad M^{uT} = \frac{\sin kx}{\gamma k},$$

$$M^{Tu} = -\gamma k \sin kx, \quad M^{\varphi u} = M^{TD} = \frac{e}{\varepsilon} (\cos kx - 1),$$

$$M^{\varphi T} = M^{uD} = \frac{e \sin kx}{\varepsilon \gamma k},$$

$$M^{\varphi D} = \frac{e^2 \sin kx}{\varepsilon^2 \gamma k} - \frac{x}{\varepsilon}, \quad \gamma = \tilde{c} + e^2/\varepsilon.$$

Пусть к обеим сторонам пластины приложены идеальные электроды, механические свойства которых могут быть проигнорированы. В этом слу-

чае искомые величины на разных сторонах левого электрода связаны соотношением [4]

$$\begin{pmatrix} u \\ T \\ \varphi \\ D \end{pmatrix}_{x=x^+} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & i\frac{2Y}{\omega S} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ T \\ \varphi \\ D \end{pmatrix}_{x=x^-} = \mathbf{M}_E \begin{pmatrix} u \\ T \\ \varphi \\ D \end{pmatrix}_{x=x^-}. \quad (13)$$

Здесь x — координата электрода; верхний индекс + и — относятся к правой и левой сторонам тонкого электрода соответственно; S — площадь электрода, $Y = I/U$ — адмитанс (проводимость) цепи из двух электродов с находящейся между ними пьезоэлектрической пластиной; U и I — напряжение и ток в этой цепи. Как видно из (13), все величины, кроме электрического смещения D , в точке расположения электрода не меняют своих значений. Смещение D меняется скачком.

Если рассматривается система электрод — пьезоэлектрическая пластина — электрод, то совокупная переходная матрица \mathbf{M}^* равна произведению [4]

$$\mathbf{M}^* = \mathbf{M}_E \mathbf{M}_p \mathbf{M}_E,$$

а (12) преобразуется к виду

$$\begin{pmatrix} u(x) \\ T(x) \\ \varphi(x) \\ D(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M^{*uu} & M^{*uT} & M^{*u\varphi} & M^{*uD} \\ M^{*Tu} & M^{*TT} & M^{*T\varphi} & M^{*TD} \\ M^{*\varphi u} & M^{*\varphi T} & M^{*\varphi\varphi} & M^{*\varphi D} \\ M^{*Du} & M^{*DT} & M^{*D\varphi} & M^{*DD} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(0) \\ 0 \\ \varphi(0) \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{M}^* \begin{pmatrix} u(0) \\ T(0) \\ \varphi(0) \\ D(0) \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Матрица \mathbf{M}^* , в отличие от матрицы \mathbf{M}_p в (12), в общем случае не имеет специального вида с нулями и единицами в четвертой строке и третьем столбце.

В работах [4, 6, 7] функция $Y(\omega)$ определялась из характеристического уравнения, полученного из условия того, что левая и правая границы системы излучатель-жидкий резонатор являются свободными, т.е. значения упругого напряжения на этих границах равны нулю. В работе [14] рассматривался жидкий резонатор с потерями, когда правая граница не свободная, а на ней задано импедансное условие. В настоящей работе также предполагается наличие импедансного условия на правой границе резонансной системы, поэтому предлагается иной алгоритм расчета электрического адмитанса $Y(\omega)$.

Поставим краевые условия. На левой обкладке левого электрода и на правой обкладке правого электрода электрическое смещение равно нулю

$$D(0) = D(l) = 0.$$

Кроме того, примем, что левая граница свободная, т.е.

$$T(0) = 0.$$

Напряжение на правой границе должно удовлетворять краевому условию (см. например [16, с. 155])

$$T(l, t) = -Z_a \frac{\partial u(l, t)}{\partial t},$$

или с учетом временного фактора $e^{-i\omega t}$

$$T(l) = i\omega Z_a u(l). \quad (15)$$

Здесь Z_a — волновое сопротивление акустической нагрузки на правом торце пластины.

Начальный потенциал электрического поля определим через подаваемое на электроды напряжение $Ue^{-i\omega t}$

$$\varphi(0) = \frac{U}{2}.$$

Соответственно, исходя из условия $U = \varphi(0) - \varphi(l)$, имеем

$$\varphi(l) = -\frac{U}{2}.$$

Очевидно, что последнее равенство при подстановке в (13) обеспечивает скачкообразное падение электрического смещения D до нуля на правой стороне правого электрода.

После этого совокупность известных краевых условий можно записать так

$$D(0) = D(l) = 0, \quad T(0) = 0, \quad T(l) = i\omega Z_a u(l), \\ \varphi(0) = \frac{U}{2}, \quad \varphi(l) = -\frac{U}{2}. \quad (16)$$

С учетом (16) выражение (14) на границе $x = l$ можно переписать в виде

$$\begin{pmatrix} u(l) \\ i\omega Z_a u(l) \\ -U/2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M^{*uu} & M^{*uT} & M^{*u\varphi} & M^{*uD} \\ M^{*Tu} & M^{*TT} & M^{*T\varphi} & M^{*TD} \\ M^{*\varphi u} & M^{*\varphi T} & M^{*\varphi\varphi} & M^{*\varphi D} \\ M^{*Du} & M^{*DT} & M^{*D\varphi} & M^{*DD} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(0) \\ 0 \\ \varphi(0) \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{M}^* \begin{pmatrix} u(0) \\ 0 \\ U/2 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Для решения задачи (17) необходимо задание неизвестных пока значений начального смещения

$u(0)$ и адмитанса $Y(\omega)$. Вытекающая из (17) система четырех уравнений для определения двух неизвестных $u(0)$ и $Y(\omega)$ переопределена. Анализ показывает, что для однозначного определения величин $u(0)$ и $Y(\omega)$ можно использовать любое из вытекающих из (17) линейно зависимых уравнений

$$M^{*Du}u(0) + M^{*D\varphi}\frac{U}{2} = 0, \quad (18)$$

или

$$M^{*\varphi u}u(0) + M^{*\varphi\varphi}\frac{U}{2} = -\frac{U}{2},$$

и уравнение

$$M^{*Tu}u(0) + M^{*T\varphi}\frac{U}{2} = i\omega Z_a u(l). \quad (19)$$

Будем использовать для определения искомым величин уравнение (19) и (18). Для этого предварительно выразим коэффициенты (11) через ис-

комые величины. Поскольку наличие электродов изменяет только электрическое смещение, а фигурирующая в (11) величина D_0 есть электрическое смещение на правой стороне левого электрода, которая равна [4]

$$D_0 = i\frac{YU}{\omega S},$$

то выражения (11) могут быть переписаны так

$$\begin{aligned} A = u(0), \quad B &= \frac{1}{\gamma k} \left(T_0 + \frac{e}{\varepsilon} D_0 \right) = i\frac{1}{\gamma k} \frac{e}{\varepsilon} \frac{U}{\omega S} Y(\omega), \\ \phi_0 &= \varphi_0 - \frac{e}{\varepsilon} u_0 = \frac{U}{2} - \frac{e}{\varepsilon} u(0), \\ \phi_1 &= -\frac{1}{\varepsilon} D_0 = -i\frac{1}{\varepsilon} \frac{U}{\omega S} Y(\omega). \end{aligned} \quad (11a)$$

Учитывая (6) и (11a), окончательно получаем решение системы (18), (19)

$$u(0) = \frac{eU\varepsilon(k\gamma(\cos kl - 1) - iZ_a\omega \sin kl)}{-2e^2k\gamma + k\gamma(2e^2 + iZ_a\varepsilon\omega)\cos kl + (k^2l\gamma^2\varepsilon - ie^2Z_a\omega)\sin kl}, \quad (20)$$

$$Y(\omega) = \frac{kS\gamma\varepsilon^2\omega(Z_a\omega \cos kl - ik\gamma \sin kl)}{-2e^2k\gamma + k\gamma(2e^2 + iZ_a\varepsilon\omega)\cos kl + (k^2l\gamma^2\varepsilon - ie^2Z_a\omega)\sin kl}. \quad (21)$$

Таким образом, матричное уравнение (17) с граничными условиями (16) позволяет найти недостающие значения начального смещения $u(0)$ и адмитанса пластины $Y(\omega)$ в виде (20), (21), а затем с помощью уравнений (2), (6)–(9) и коэффициентов (11a) найти далее все искомые величины при произвольных значениях $x \in [0, l]$.

При $Z_a \equiv 0$ (21) опишет адмитанс пьезопластины со свободными границами

$$\begin{aligned} Y(\omega) &= \frac{ikS\gamma\varepsilon^2\omega \sin kl}{-2e^2 + 2e^2 \cos kl + kl\gamma\varepsilon \sin kl} = \\ &= \frac{ikS\gamma\varepsilon^2\omega}{-2e^2 \operatorname{tg} \frac{kl}{2} + kl\gamma\varepsilon}, \end{aligned}$$

что совпадает с обратной величиной выражения (3.105), приведенного в работе [15, с. 279] для импеданса плоской пластины со свободными границами, совершающей продольные колебания. Однако там принята несколько иная скорость звука в пластине.

Отметим, что не рассмотренный здесь случай количества электродов больше двух, также может быть принципиально учтен [5]. Заметим далее, что вычисление входного импеданса многослойной камеры позволяет определять резонансные частоты системы вибратор-камера, если в (15) в

качестве волнового сопротивления акустической нагрузки Z_a принять входной импеданс камеры $Z_{вх}$. Тогда, очевидно, выражение (21) для адмитанса может быть использовано для определения резонансных и антирезонансных частот, согласно изложенной в [4, 17] методике. Кроме того, после расчета значений смещения $u(l)$ и напряжения $T(l)$ на правой границе пьезопластины резонансные частоты всей системы могут быть рассчитаны с помощью различных приемов, например, как описано в [14].

Таким образом, получены все выражения для вычисления характеристик акустического поля и резонансных частот УЗК, состоящей из пьезоэлектрического вибратора и произвольной системы слоев, сопряженных, в частности, с однородным полупространством.

Для иллюстрации полученных выражений был проведен численный эксперимент. Характеристики резонаторной камеры представлены в табл. 1, а на рис. 1 схематически приведена геометрия камеры. В качестве полупространства (слой № 5) принимался воздух, либо вода. В табл. 2 приведены характеристики пьезоэлектрического вибратора. Данные заимствованы в работе [6].

Отметим, что скорость звука (продольная) в пьезопластинке данном случае рассчитывается по формуле (7).

Таблица 1. Характеристики резонаторной камеры

№ слоя	Скорость звука, м/сек Вода/воздух	Плотность, кг/м ³ Вода/воздух	Толщина слоя, м
1	1500	1000	5×10^{-3}
2	5570	2600	1×10^{-4}
3	1500	1000	3×10^{-4}
4	5570	2600	1×10^{-4}
5	1500/330	1000/1.3	∞

Вначале были рассчитаны точки резонанса некоторых характеристик пьезопластин с параметрами, указанными в табл. 2. Для сравнения в первой строке табл. 3 приведены резонансные частоты в пластине с параметрами из табл. 2, но при $\epsilon = 0$ (без пьезоэффекта). Во второй строке представлены резонансные частоты пластины без нагрузки, в последующих строках приведены резонансные частоты адмитанса, а также напряжения и смещения на границе $x = l$ с нагрузкой $Z_a = z_1$, где $z_1 = \rho c$ — импеданс водного полупространства (см. строку 5 табл. 1). Сравнение первых двух строк подтверждает известные факты о том, что, во-первых, пьезоэффект понижает частоту резонанса, а, во-вторых, наличие пьезоэффекта устраняет четные гармоники. Анализ строк 2–3 также подтверждает известный факт понижения частоты резонанса при наличии нагрузки, однако, частоты резонанса напряжения $T(l)$ и смещения $u(l)$ при наличии нагрузки остаются практически неизменными и совпадают с частотами без нагрузки.

На рис. 2, 3 приведены резонансные кривые для модуля и фазы адмитанса ненагруженной и нагруженной на $Z_a = z_1$ пластины. Видно, что нагрузка на порядок уменьшает модуль адмитанса и размывает резонансную кривую.

На рис. 4, 5 приведены резонансные кривые реальных и мнимых составляющих смещения $u(l)$



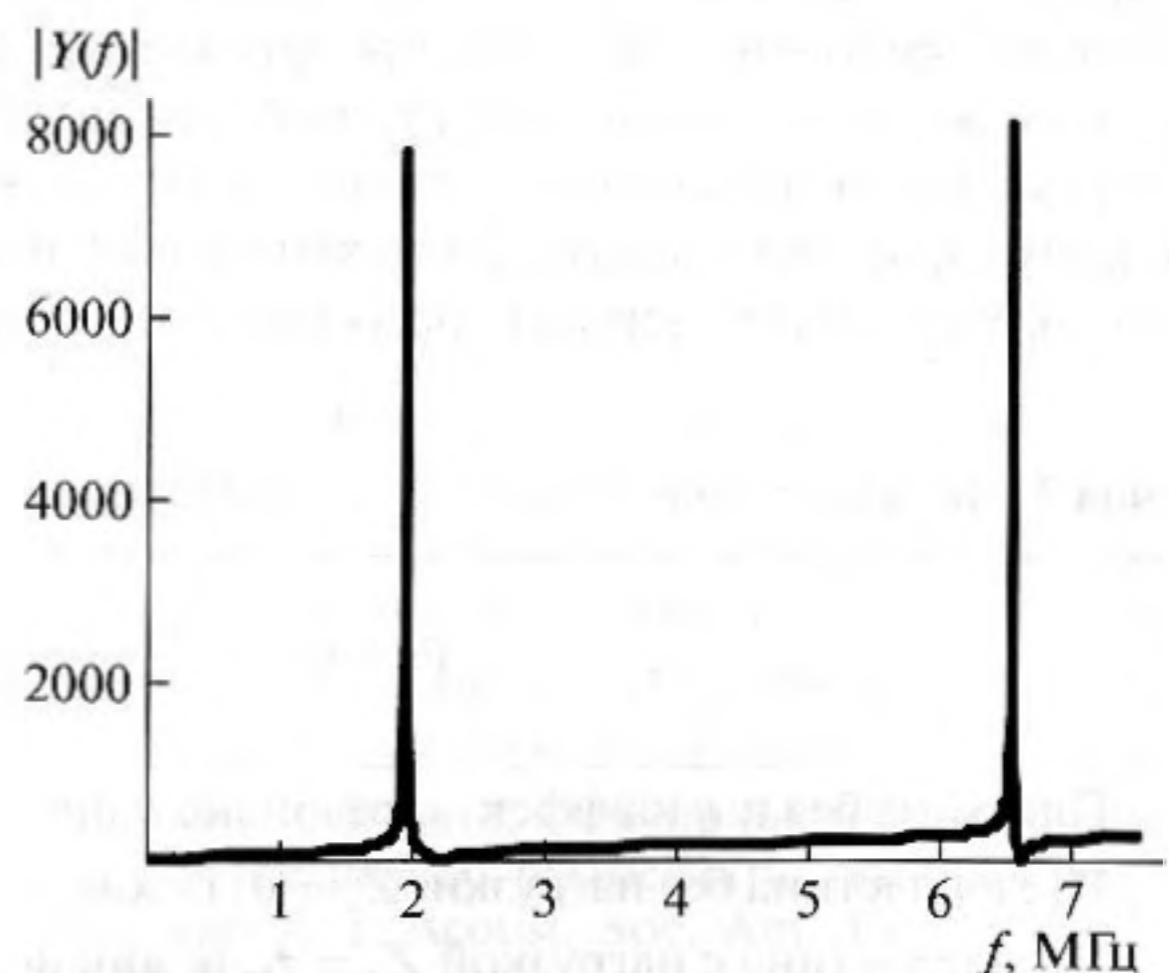
Рис. 1. Геометрия ультразвуковой камеры.

Таблица 2. Характеристики пьезоэлектрического вибратора

Параметры	Данные
Материал	Sonox P4
Толщина, м	1.01×10^{-3}
Плотность ρ , кг/м ³	7800
Скорость звука c , м/с	4460
Диэлектрическая постоянная ϵ , Ф/м	6.02×10^{-9}
Упругая жесткость (модуль упругости) \bar{c} , н/м ²	11.6×10^{10}
Пьезоэлектрическая постоянная e , к/м ²	15.3

и напряжения $T(l)$ пластины с нагрузкой $Z_a = z_1$. Видно, что на резонансе реальная составляющая смещения и мнимая составляющая напряжения равны нулю, в то время как вторая составляющая принимает максимальное значение.

Далее были произведены расчеты при $Z_a = Z_{ex}$ для резонатора с жидким полупространством (см. табл. 1.) Результаты приведены на рис. 6–9. На рис. 6, 7 представлены зависимости модулей адмитанса и напряжения соответственно в том же диапазоне, что и на рис. 3 для случая постоянного импеданса нагрузки $Z_a = z_1$. Видно, что при частотно зависимом импедансе появляется целое множество резонансных максимумов, обусловленных этой зависимостью. Наиболее значимые из этих максимумов, по-прежнему, концентрируются в окрестностях собственных частот пластины. Отметим, что уровень максимума адмитанса вновь вырос практически до уровня случая без нагрузки, что обусловлено резонансными явлениями в камере. Резонансные кривые для реальной и мнимой составляющих смещения на границе с жидкостью представлены на рис. 8 и 9 соответственно. Такой же характер носят кривые для

Рис. 2. Резонансная кривая модуля адмитанса ненагруженной пластины, $Z_a = 0$.

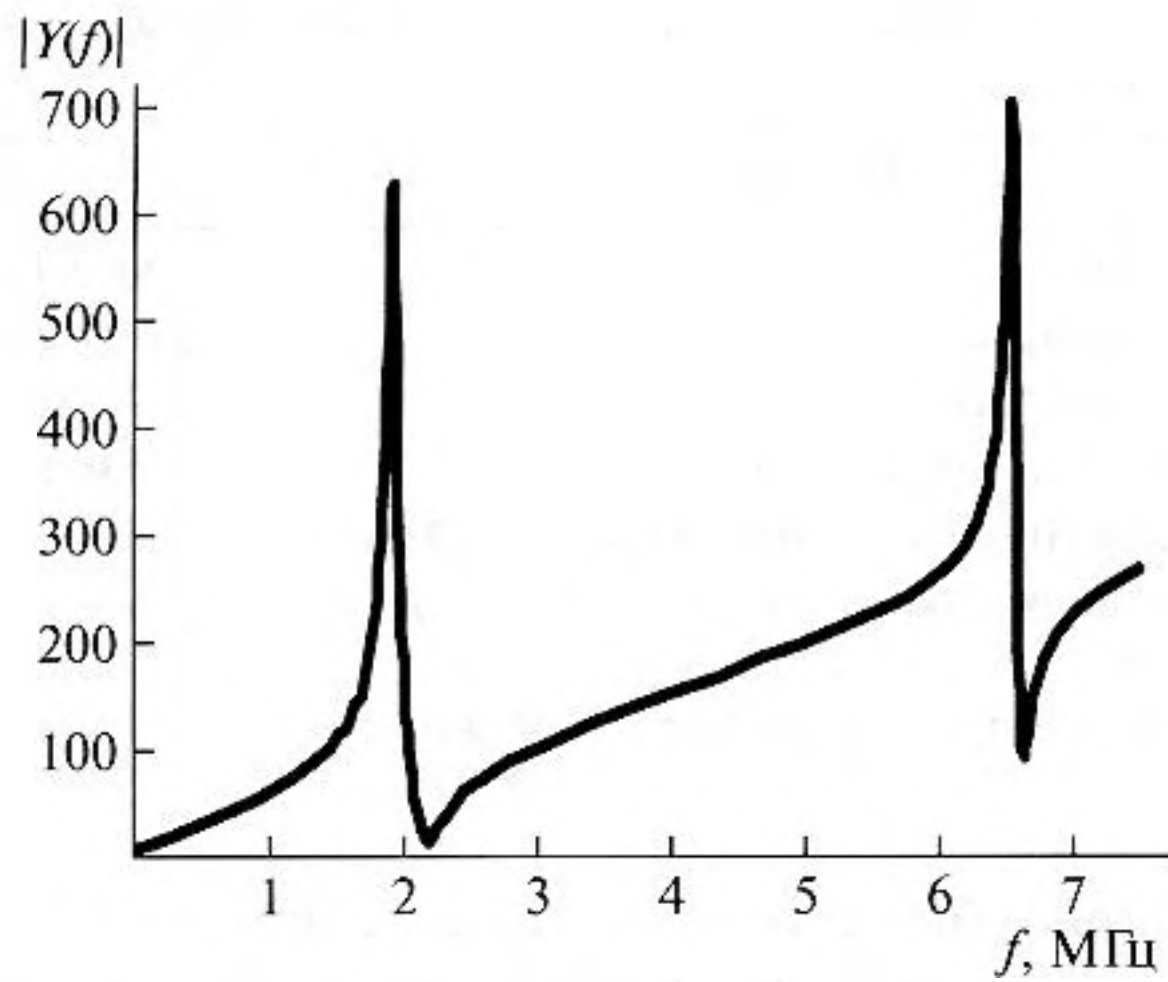


Рис. 3. Резонансная кривая модуля адмитанса нагруженной пластины, $Z_a = z_1$.

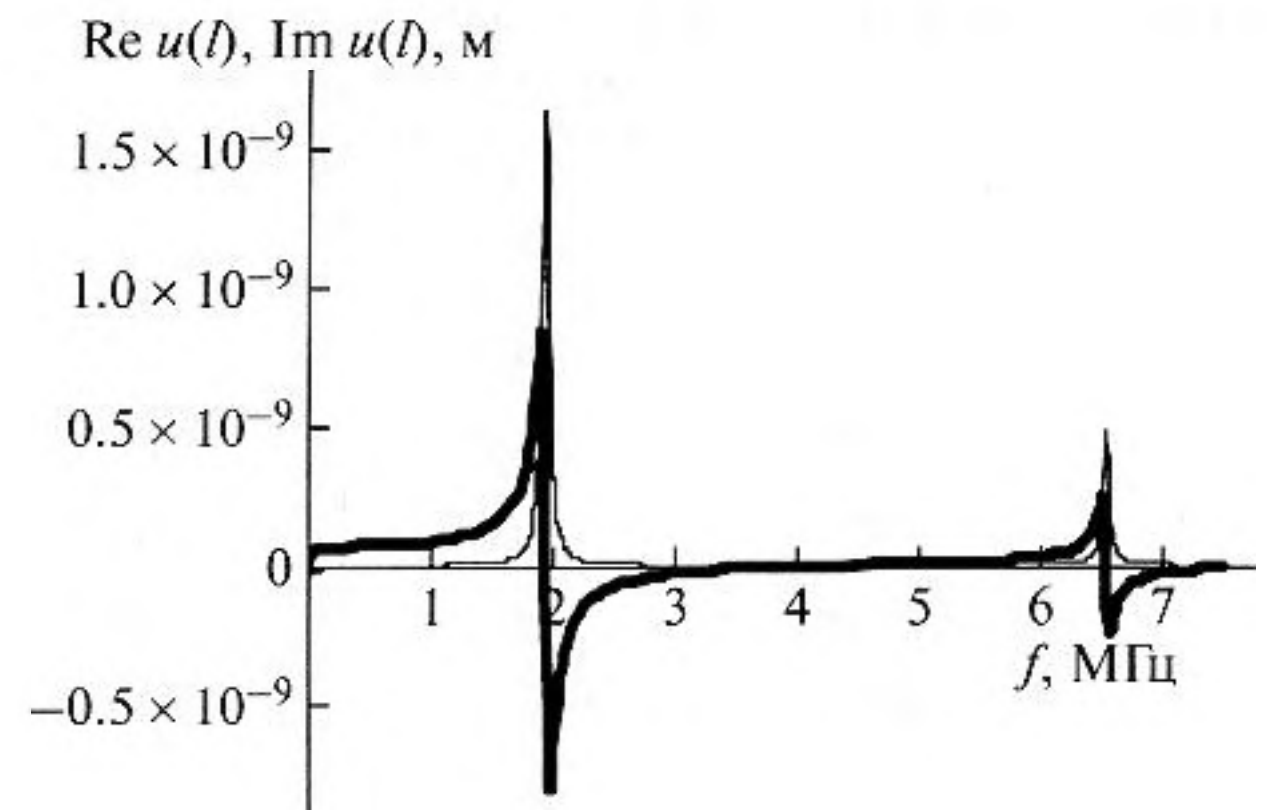


Рис. 4. Резонансная кривая действительной _____ и мнимой _____ составляющих смещения нагруженной пластины, $Z_a = z_1$.

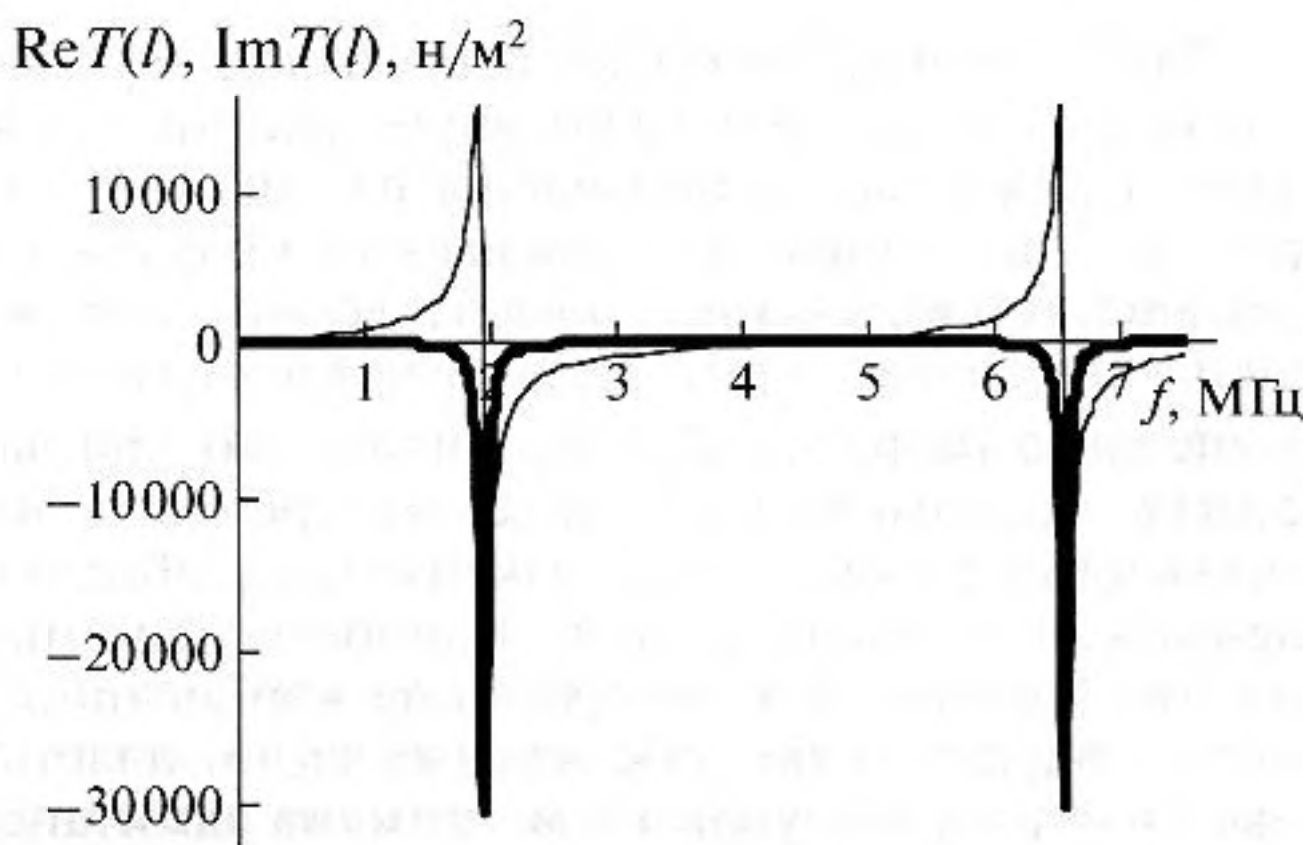


Рис. 5. Резонансная кривая действительной _____ и мнимой _____ составляющих напряжения нагруженной пластины, $Z_a = z_1$.

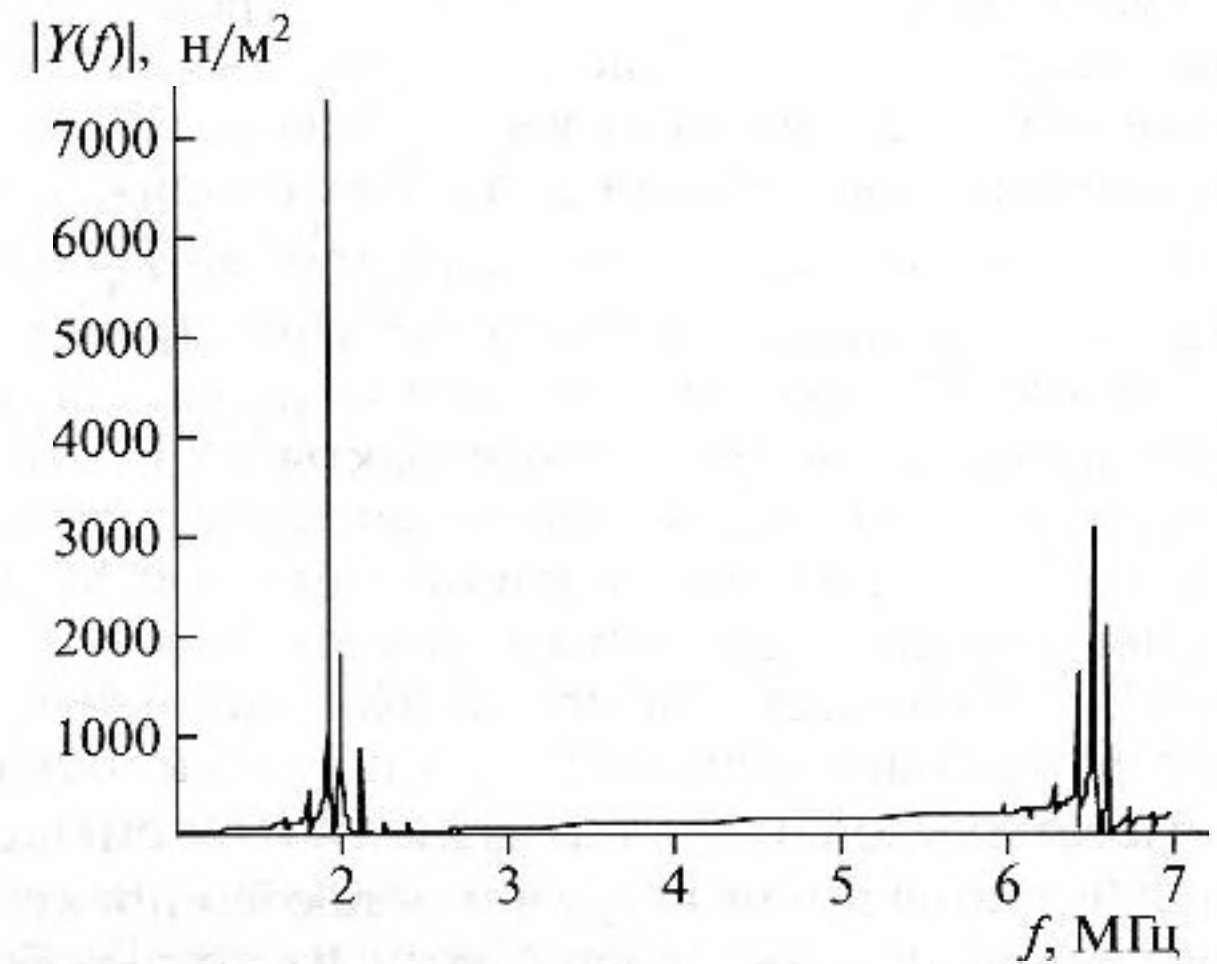


Рис. 6. Резонансная кривая модуля адмитанса нагруженной пластины, $Z_a = Z_{вх}$.

модуля и для реальной и мнимой составляющих смещения, которые здесь не представлены. По ним, а также по резонансной кривой для модуля адмитанса были просчитаны значения резонансных частот для двух наиболее значимых максимумов в окрестностях первого резонанса ненагру-

женной пластины $f_1 = 1.957$ МГц (см. табл. 3). Расчеты по всем трем кривым дали идентичный результат (округление с точностью до сотен Гц): $f = 1.927$ МГц и $f = 1.999$ МГц. При этом, очевидно, что экстремумы на кривых соответствуют именно резонансным, а не антирезонансным ча-

Таблица 3. Точки резонанса ненагруженного и нагруженного излучателя

№ п/п	Резонанс	Первая гармоника, МГц	Вторая гармоника, МГц	Третья гармоника, МГц
1	Пластина без пьезоэффекта, резонанс напряжения $T(l)$	2.208	4.416	6.624
2	Пьезопластина без нагрузки, $Z_a = 0$, резонанс по адмитансу $Y(f)$	1.957	—	6.548
3	Пьезопластина с нагрузкой $Z_a = z_1$, резонанс по адмитансу $Y(f)$	1.953	—	6.537
4	Резонанс упругого напряжения $T(l)$	1.957	—	6.548
5	Резонанс смещения $u(l)$	1.957	—	6.548

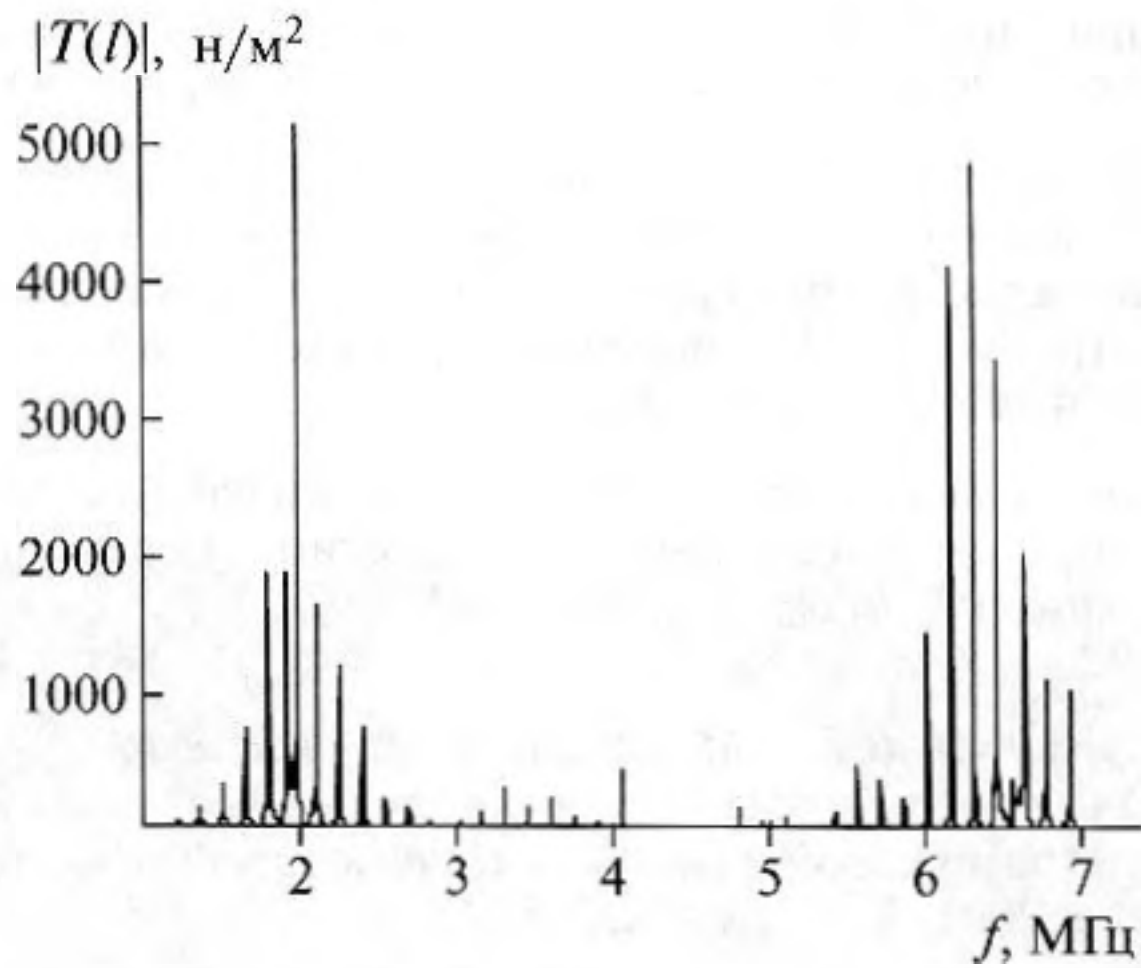


Рис. 7. Резонансная кривая модуля напряжения нагруженной пластины, $Z_a = Z_{вх}$.

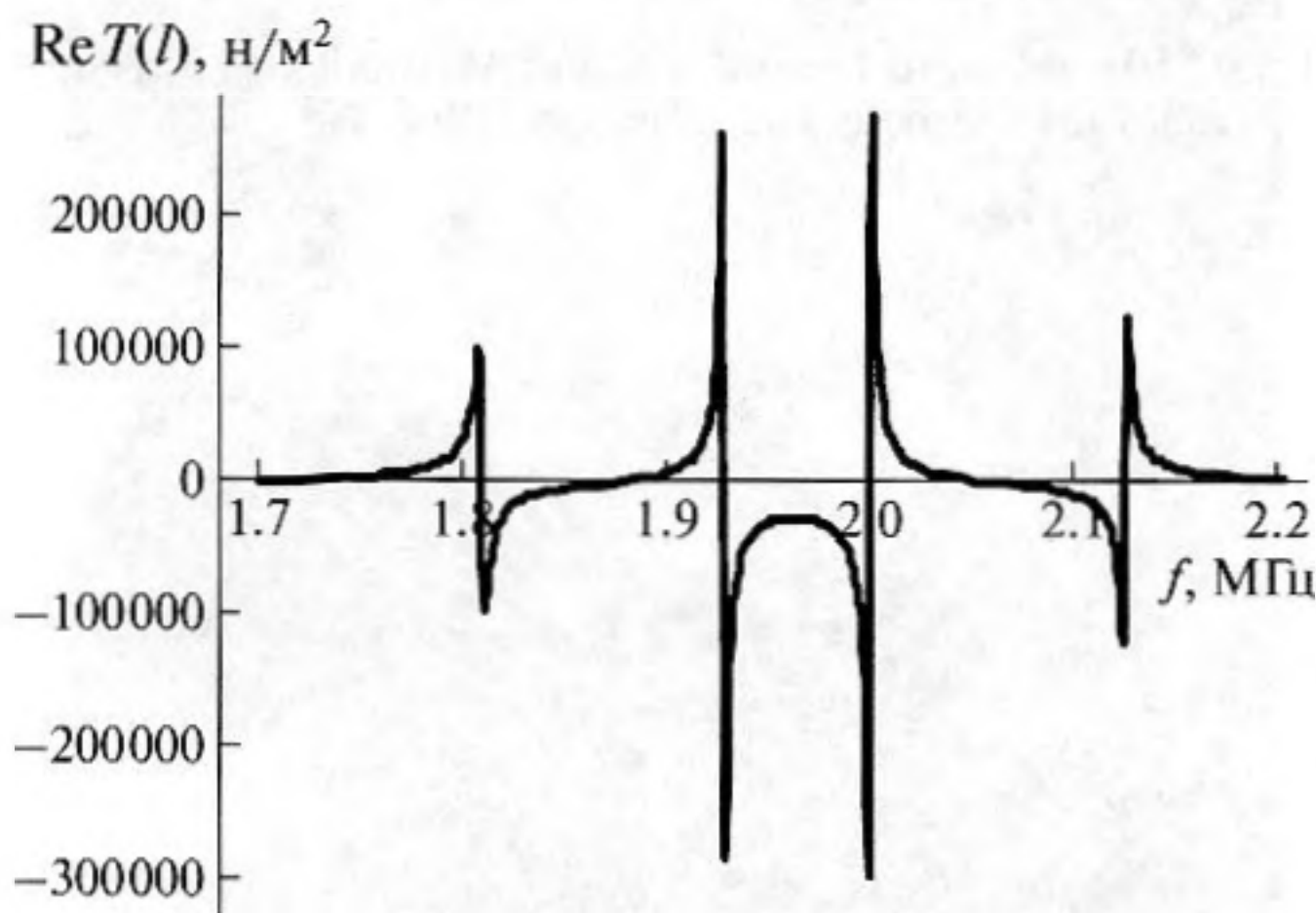


Рис. 8. Резонансная кривая действительной составляющей напряжения нагруженной пластины, $Z_a = Z_{вх}$.

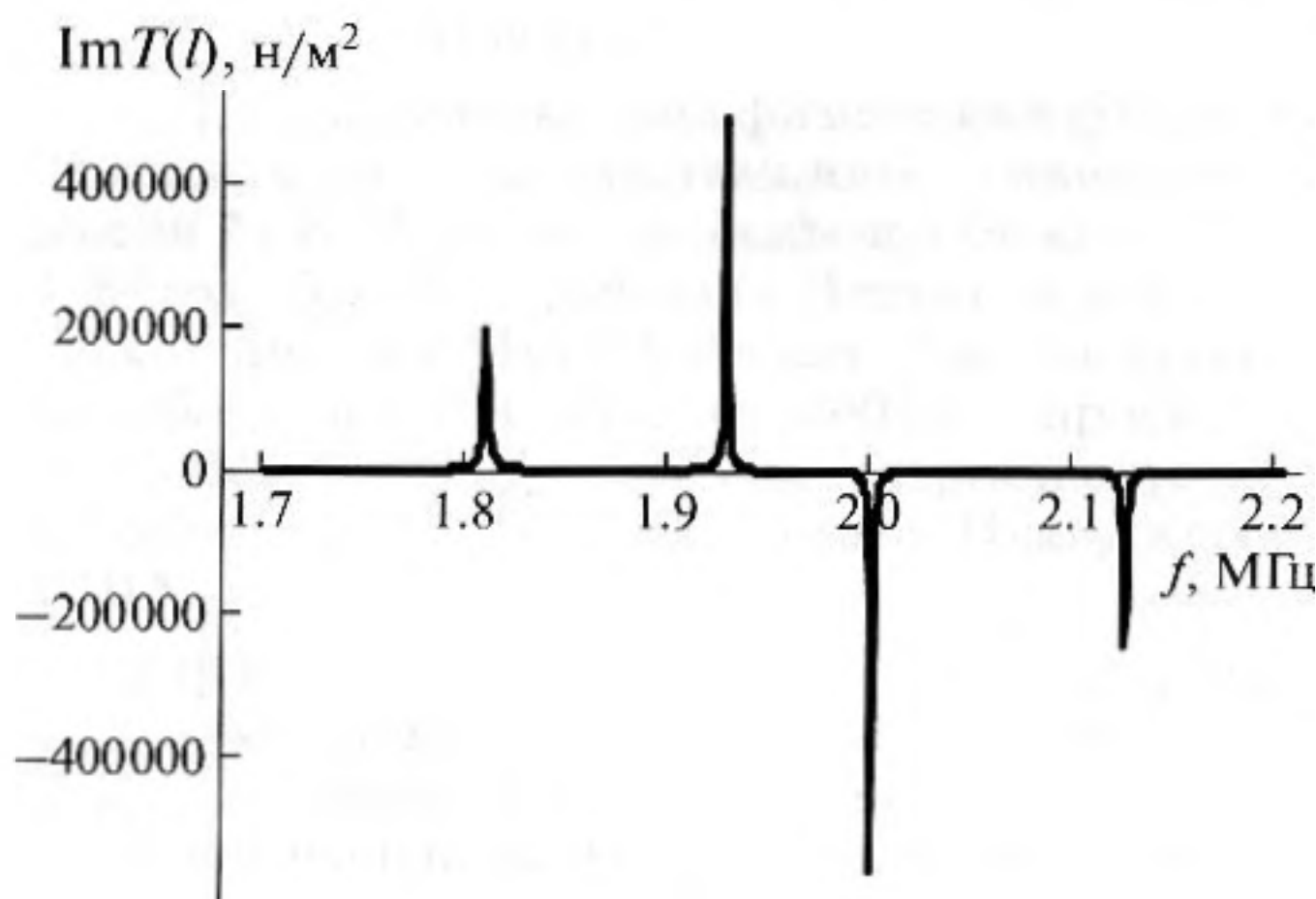


Рис. 9. Резонансная кривая мнимой составляющей напряжения нагруженной пластины, $Z_a = Z_{вх}$.

стотам, так как в этом случае максимальны значения амплитуд смещения и напряжения на границе с жидкостью, что максимизирует проходящую в резонатор энергию. Вновь отметим резонансный характер поведения реальных и мнимых составляющих, граничащих с жидкостью напряжения и смещения.

Аналогичные расчеты были произведены для случая, когда камера граничит с воздушным полупространством (см. табл. 1, слой № 5). Качественно характер зависимостей остается тем же, что и для водного полупространства. Однако значения напряжений и смещений растут на 4–5 порядков в окрестностях резонансов, что является следствием более высокой добротности в этом случае. Кроме того, значения резонансных частот для случая воздушного полупространства увеличиваются на величину порядка 300 Гц, что также является естественным (см. [14]).

Таким образом, в работе предложен подход в рамках линейного приближения, позволяющий рассчитывать характеристики ультразвуковых резонансных камер, состоящих из пьезоэлектрического излучателя и многослойной жидкой камеры, имеющей потери на граничащем с ней воздушном (жидком) полупространстве. Получено выражение, связывающее электрический адмитанс пьезопластины и входной импеданс акустической нагрузки. Показано, что резонансные частоты могут быть с одинаковым успехом рассчитаны либо по адмитансной кривой, либо по кривым частотной зависимости напряжения и смещения на границе между пьезопластиной и камерой. Предложенный подход позволяет получить исчерпывающую информацию о физических процессах в камере: смещение жидкости в камере на границе с пьезопластиной равно соответствующему смещению в пластине, а давление в камере на той же границе равно напряжению на границе пластины с обратным знаком.

Работа выполнена при поддержке фонда РФФИ, грант № 05-03-33108.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Агранат Б.А., Дубровин М.Н., Хавский Н.Н. и др. Основы физики и техники ультразвука. М.: Высш. шк., 1987, 352 с.
2. Зарембо Л.К., Красильников В.А. Введение в нелинейную акустику. М.: Наука, 1966. 520 с.
3. Руденко О.В., Солуян С.И. Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975. 288 с.
4. Nowotny H., Benes E. General one-dimensional treatment of the layered piezoelectric resonator with two electrodes // J. Acoust. Soc. Am. 1987. V. 82. № 2. P. 513–521.
5. Nowotny H., Benes E. Layered piezoelectric resonators with an arbitrary number of electrodes (general one-di-

mensional treatment) // J. Acoust. Soc. Am. 1991. V. 90. № 3. P. 1238–1245.

6. Gröschl M. Ultrasonic Separation of Suspended Particles-Part I. Fundamentals // Acustica-acta acustica. 1998. V. 84. P. 432–447.

7. Gröschl M. Ultrasonic Separation of Suspended Particles-Part II. Design and Operation of Separation Devices // Acustica-acta acustica. 1998. V. 84. P. 632–642.

8. Hawkes J.J., Coakley W., Gröschl M., Benes E., Armstrong S., Tasker P.J., Nowotny H. Singl half-wavelength ultrasonic particle filter: Predictions of the transfer matrix multilayer resonator model and experimental filtration results // J. Acoust. Soc. Am. 2002. V. 111. № 3. P. 1259–1266.

9. Кононенко В.С. Электрический импеданс и амплитудно-частотная характеристика одномерного ультразвукового жидкостного резонатора с плоскими пьезопластинами // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 6. С. 805–810.

10. Hill M. The selection of layer thicknesses to control acoustic radiation force profiles in layered resonators // J. Acoust. Soc. Am. 2003. V. 114. № 5. P. 2654–2661.

11. Hill M., Harris N.R., Townsend R.L., White N.M., Beeby S.P. A microfabricated ultrasonic particle ma-

nipulator with frequency selectable nodal planes // WCU, 2003. Paris, September 7–10. P. 1647–1650.

12. Мансфельд Г.Д., Алексеев С.Г., Ползикова Н.И. Эквивалентная электрическая схема составного акустического резонатора для радиотехнических устройств СВЧ диапазона // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 4. С. 552–558.

13. Ивина Н.Ф. Анализ собственных колебаний круглых пьезокерамических пластин переменной толщины // Акуст. журн. 2002. Т. 52. № 1. С. 120–122.

14. Курочкин В.Е., Макарова Е.Д., Шарфарец Б.П. О подборе параметров многослойной резонансной ультразвуковой камеры // Научное приборостроение. 2007. Т. 17. № 1. С. 15–26.

15. Физическая акустика // Под ред. У. Мэсона. Т. 1. Ч. А. Методы и приборы ультразвуковых исследований. М.: Мир, 592 с.

16. Пьезоэлектрические преобразователи. Справочник. Л.: Судостроение, 1984. 256 с.

17. IEEE Standard Definitions and Methods of Measurement for Piezoelectric Vibrators. 1966. №. 177.



Рис. 8. Резонансные кривые для многослойной резонансной камеры с толщиной пластины $\Delta z = \lambda/2$

Резонансные кривые для многослойной резонансной камеры с толщиной пластины $\Delta z = \lambda/2$. Расчеты по всем трем кривым дали следующие результаты (округление в точности до 10^{-4} МГц): $f = 1.927$ МГц и $f = 1.999$ МГц. При этом, очевидно, что для каждого из кривых соответствующий резонанс не является основным.

Частота, МГц	Основная гармоника, МГц	Вторая гармоника, МГц	Третья гармоника, МГц
1.927	1.927	3.854	5.781
1.957	1.957	3.914	5.871
1.999	1.999	3.998	5.997