

определяется упругими свойствами слоев и их толщиной и зависят также от частоты, обуславливая дисперсию волнового пакета. Тем самым они несут больше информации о слоистой структуре, чем бездисперсионные объемные волны, традиционно используемые в неразрушающем контроле. Эффективные параметры определяются путем минимизации невязки между расчетными и измеренными дисперсионными характеристиками при варьировании входных параметров расчетной модели.

Здесь возникают две самостоятельные задачи:

1) разработка эффективных компьютерных моделей, позволяющих получать амплитудно-частотные и дисперсионные характеристики каждой из бегущих волн, возбуждаемых в многослойном упругом волноводе, в том числе и с учетом анизотропии упругих свойств;

2) выделение волновых характеристик из массива данных измерений.

Важную роль играет также выбор целевой функции и алгоритма ее минимизации.

В докладе обсуждается решение этих задач на основе полуаналитического подхода, базирующегося на явных интегральных и асимптотических представлениях волновых полей, их возбуждении и регистрации пьезосенсорами и лазерно-оптическими средствами и выделении волновых чисел методом  $H$ -функций и матричных пучков на примере восстановления свойств как изотропных пластин (сталь, алюминий, стекло), так и анизотропных армированных углепластиков.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, проект № 24-11-00140.

**Ключевые слова:** ультразвуковой контроль, бегущие волны, обратные коэффициентные задачи, слоистые материалы, анизотропные композиты

## ШИРОКОУГОЛЬНАЯ ПАРАБОЛИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НА ОСНОВЕ ОПЕРАТОРНОГО РЯДА ФУРЬЕ В ПЛАВНО-НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

**Юлдашев П.В.<sup>а</sup>, Коннова Е.О.<sup>а</sup>, Хохлова В.А.<sup>а</sup>**

<sup>а</sup>Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва

Тел.: +7 (977) 412-60-26; E-mail: petr@acs366.phys.msu.ru

Метод параболического уравнения широко используется для численного моделирования акустических полей в различных волновых задачах, в которых распространение волн имеет однонаправленный характер. В настоящее время основной способ построения широкоугольных параболических моделей заключается в применении Падэ аппроксимаций к пропагатору однонаправленного волнового уравнения. При рассмотрении трехмерных задач такой подход связан с известными вычислительными трудностями, которые до конца не преодолены. Недавно был предложен новый метод аппроксимации пропагатора операторным рядом Фурье, который сводит решение широкоугольной задачи к решению нескольких десятков задач, эквивалентных по математической постановке задаче для стандартного или узкоугольного параболического уравнения. Это дает возможность использовать более эффективные численные схемы при решении задач в трехмерной постановке. В настоящей работе исследуются возможности по расширению предложенной модели для описания распространения волн в неоднородных средах. В частности, анализируются поправки, связанные с учетом плавных изменений параметров среды вдоль выделенного направления распространения волн, а также возможность использования нового метода аппроксимации пропагатора для этих случаев. Анализ возникающих ошибок выполнен путем сравнения численных решений для однонаправленных моделей с результатами расчетов полноволновой модели «k-Wave» в тестовой неоднородной среде.

**Ключевые слова:** широкоугольное параболическое уравнение

## АСИМПТОТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ТРЕХМЕРНЫХ ИНТЕГРАЛОВ С ОСОБЕННОСТЯМИ В ПРИМЕНЕНИИ К ЗАДАЧЕ О ВОЛНАХ КЕЛЬВИНА

**Шанин А.В.<sup>а</sup>, Лаптев А.Ю.<sup>а</sup>**

<sup>а</sup>МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва

Тел.: +7 (916) 814-9723; E-mail: laptev97@bk.ru

Рассматривается трехмерный интеграл типа Фурье, в экспоненте которого стоит произведение некоторой фазовой функции и большого параметра. Требуется найти асимптотику этого интеграла при

стремлении большого параметра к бесконечности. В трехмерном случае вклад в асимптотику могут давать такие особые точки, как точки стационарной фазы в пространстве, на сингулярности и на пересечении сингулярностей, точки тройного пересечения сингулярностей, а также конические точки сингулярностей. Для всех этих типов особых точек возможно построить топологические условия существования ненулевых асимптотик и получить старшие члены соответствующих асимптотик. Предлагаемая техника опробована на примере классической задачи о волнах Кельвина на поверхности глубокой жидкости за буксируемым телом. Показывается, что волны за буксируемым телом описываются вкладом от точек стационарной фазы на пересечении сингулярностей, а переходный процесс, вызванный началом движения буксируемого тела, описывается вкладом от точек стационарной фазы на одной из сингулярностей. Также обосновывается, что известный угол Кельвина связан с положением точки перегиба на линии пересечения сингулярностей.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда 25-22-00106, <https://rscf.ru/project/25-22-00106/>.

**Ключевые слова:** многомерный метод стационарной фазы, преобразование Фурье, преобразование Лапласа, волны Кельвина